

内部変数構成モデルによる 塑性成形シミュレーションに関する研究

北海道大学 工学部 機械工学第二学科

教授 石川博将

(平成元年度研究開発助成 AF - 89010)

1. 研究の背景

塑性加工中の被加工物の変形プロセスを計算機シミュレーションによって正確に予測し、その情報を工程の設計や新しい加工法の確立に利用する試みが盛んに行われている。その際の解析手法としては、上界法に基づいた剛塑性有限要素法^{(1) (2)}が、扱い易の点から広く使用されてきた。最近では、これまで非常に困難をともなった不安定変形の解析に適用できる各種剛塑性有限要素法が検討されている^{(3) (4)}。

本報告では、典型的な局部座屈を示す厚肉円筒の軸圧縮不安定変形を例に取り、ペナルティ法に

よる剛塑性有限要素法による、簡便な不安定変形の解析手法を示す。すなわち本手法は、非圧縮条件を満足させるためのペナルティ値の性質を確認し、その値を相当塑性ひずみの関数と定義することで、局所的な大変形が生じる領域で非圧縮条件を緩和させた。純アルミニウムによる厚肉円筒の軸圧縮実験と本手法による解析結果を比較し、本手法の妥当性を検討した。

2. 厚肉円筒の軸圧縮非定常変形

解析法の検討に先立ち、厚肉円筒の軸圧縮変形挙動を確認した結果を示す。本実験で用いた厚肉

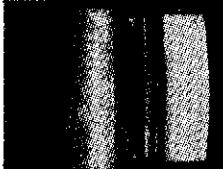
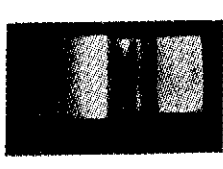
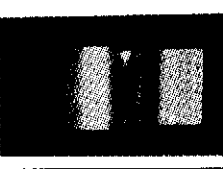
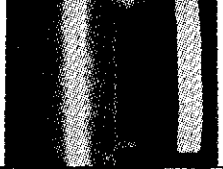
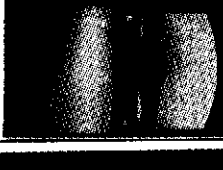
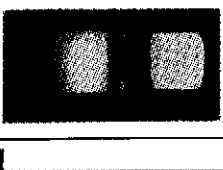
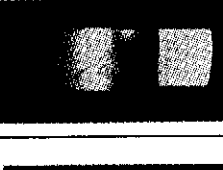

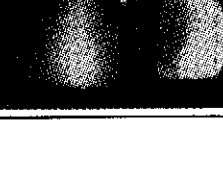
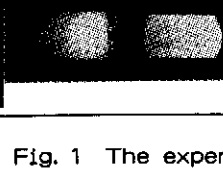
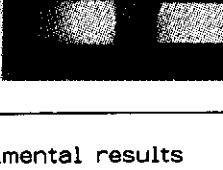
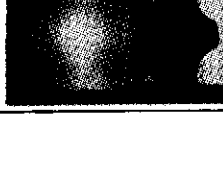
	MODEL 1	MODEL 2	MODEL 3	MODEL 4
H / Do	1.0	0.5	0.5	1.0
Di / Do	0.5	0.5	0.5	0.75
	FIXED	FIXED	LUBRICATED	FIXED
10%				
30%				
50%				

Fig. 1 The experimental results

円筒試験片は、外径 (Do = 50mm) を基準に、高さ比 H (高さ) / Do (外径) を 1.0、0.5、0.25 の 3通り、肉厚比 Di (内径) / Do を 0.75、0.5、0.25 の計 9種類である。円筒端面は、シリコングリースによる潤滑、無潤滑、および完全拘束とした。そして、変形中の端面外径、端面内径、中心部内径、最大外径および端面フォールディング量の各値を最大 50% 圧縮まで逐次測定した。なお、試験片材料は純アルミニウム (JIS A1050-H14) である。この材料の応力-ひずみ関係は、丸棒の引張試験結果より、次式で表示された。

$$\sigma = 120.5(\epsilon + 0.002)^{0.45} \quad (\text{MPa}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

Fig. 1 には、本試験結果中で特徴的な変形挙動を示した 4 条件について、10、30、50% 圧縮時の断面形状を示してある。これらの写真により厚肉円筒の形状の違いによる軸圧縮変形挙動がよく理解できる。MODEL 1 の場合、内側表面中央部に局部的な座屈が生じた。それには端面摩擦条件の影響が見られなかった。また同一形状の MODEL 2 と MODEL 3 の変形状態を比較すると、塑性座屈の発生に及ぼす端面状態の影響が明らかである。MODEL 4 では 30% 変形時に円筒内表面に 2箇所の変曲点が現れ、その後変形が進むにつれて中央部が引き込まれるように座屈が進んだ。

3. 剛塑性有限要素法による

不安定変形の解析

3.1 非圧縮性条件下の解析

厚肉円筒の軸圧縮不安定変形挙動を剛塑性有限要素法で解析する。剛塑性有限要素法は上界法に基づいた解析手法である。つまり、Markov の変分原理によれば、動的可容速度場が正解と一致したときに、式 (2) で示される塑性変形のエネルギー消散率が最小となる。

$$\dot{w} = \int_V \sigma_m \cdot \dot{\epsilon}_m \cdot dv - \int_S \{T\}^T \cdot \{U\} \cdot dS \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 σ_m は相当応力、 $\dot{\epsilon}_m$ は相当塑性ひずみ速度、 V は体積、 $\{T\}^T = \{T_x, T_y, T_z\}$ は表面力 (単位面積当り)、 $\{U\} = \{U_x, U_y, U_z\}$ は速度、 S は表面力が与えられている面を示す。

剛塑性有限要素法では、解析対象物体を要素分割し、各要素のエネルギー消散率を計算する。そして何等か数的処理でモデル全体のエネルギー消散率の最小値を求める。ところが、式 (1) を最小化して得られたエネルギー消散率の値は、塑性ひずみの非圧縮性条件を満足させたものではない。すなわち、非圧縮性条件の下でのエネルギー消散率を最小化させなければならない。これは付帯条件付きの極値を求める変分法の問題である。その解法としては、Lagrange 未定定数やペナルティ法がある。

ペナルティ法によって圧縮変形の解析を行う場合、式 (2) のための評価関数 ϕ を次式で与える⁶⁾。

$$\phi = \sum_i^N (\sigma_m \dot{\epsilon}_m + \lambda \dot{\epsilon}_v^2) V_i - \sum_i^M F_i \cdot U_i \cdot S_i \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 λ : ペナルティ値、 $\dot{\epsilon}_v$: 体積ひずみ速度、 F : 摩擦力、 U : 工具との相対速度、 V_i : 要素の体積、 S_i : 工具と接している表面要素の面積、 N : 全要素数、 M : 工具と接している要素数である。式 (3) は、体積変化があると λ で重み付けられた $\dot{\epsilon}_v$ が評価関数 ϕ に対して正の寄与となるので、 ϕ が最小となれば非圧縮性の条件を結果的に満足することが期待できる。同時に ϕ が最小のとき $\lambda \dot{\epsilon}_v^2$ 項は零に近づくので、評価関数 ϕ の最小値が加工荷重の上界値を与える。

ここで λ の値が問題となる。 λ の値は、従来大きな正の値とされてきたが、大きければ必ずしも良いとは限らない。そのため、式 (3) 中の λ の項を誤差項 (ϕ_e) とし、最適な λ 値の決定に利用した。Fig. 2 は、 λ の値による体積変化率 ($\Delta V/V$)、誤差率 (ϕ/ϕ_e)、加工荷重 (P) の変化を示す。

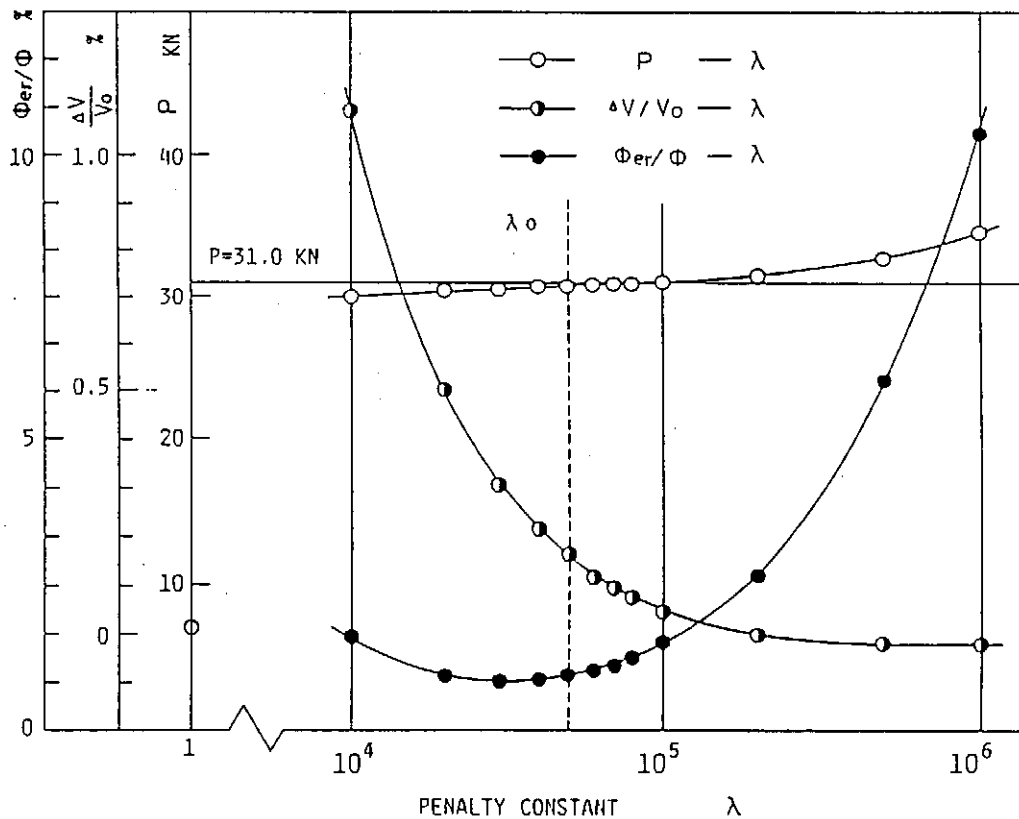


Fig. 2 The deformation of optimizing penalty value

この結果は、同一材料による丸棒の引張変形の解析によるものである。図より、 λ の値を大きくすると体積変化は小さくなるが、あまり大きな値だと、 ϕ_e も大きくなってしまい、 ϕ に誤差が多く含むので、加工荷重と一致しなくなる。

結果的に、体積一定条件をほぼ満足し、かつ ϕ_e が小さくなるような最適な λ の値は、12500と決定した。

MODEL 1について、非圧縮性条件下で行った解析結果をFig. 3に示す。

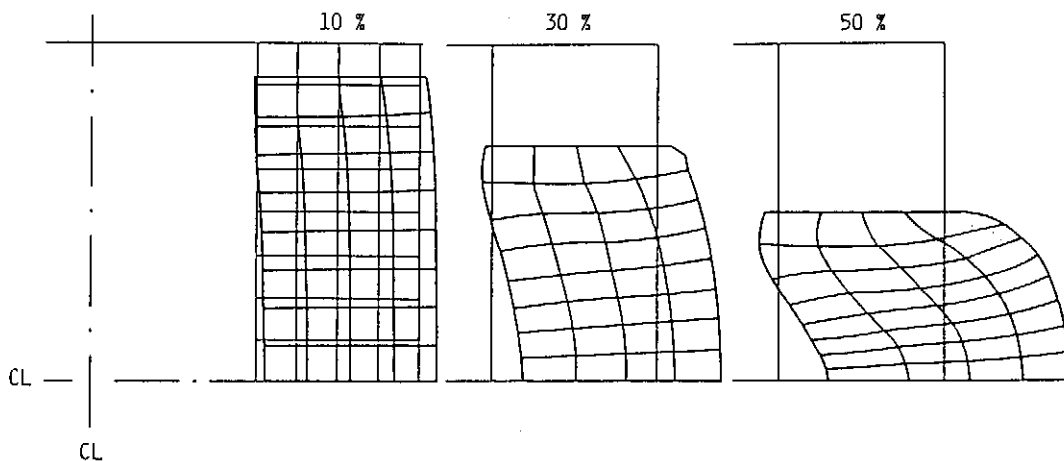


Fig. 3 The grid distortions of model 1 under the incompressibility

これは厚肉円筒の1/4断面を32個の8節点アイソパラメトリック要素で分割し、軸対象問題として扱った。図3を実験による図1の結果と比べると、円筒内側の変形形状が明らかに違う。体積一定を満足させただけでは、実験で認められた塑性座屈の現象は再現できないことがわかる。

3.2 不安定変形のための解析

局所的な大変形領域で体積一定の制約を緩和させる手法をとる。体積変化は図2に示されるように、 λ の値に大きく依存するので、式(2)の λ を、体積一定の場合の λ を基準として、次式の相当塑性ひずみ ϵ_{eq} の関数とした。

$$\lambda = \{- [\tanh 12 (\epsilon_{eq} - 0.8)] + 1\} \lambda_0 \quad (4)$$

(4)の性質をFig. 4に示す。

λ の値は、 ϵ_{eq} が0.6まで λ_0 と一致しているが、それ以上の値では λ が ϵ_{eq} の増加に伴い0まで急激に減少する。

非線形の汎関数である ϕ の収束計算には、ニュートン・ラブソン法を用いた。剛塑性有限要素法では、初期速度場が必要となる。この初期速度場がどの程度正解の速度場に近いかによって、収束計算の繰返し回数に大きな差を生じたり、複雑な変形の場合では、初期速度場の選択を間違えると解が得られないこともある。それ故、初期変位速度の設定は非常に重要である。

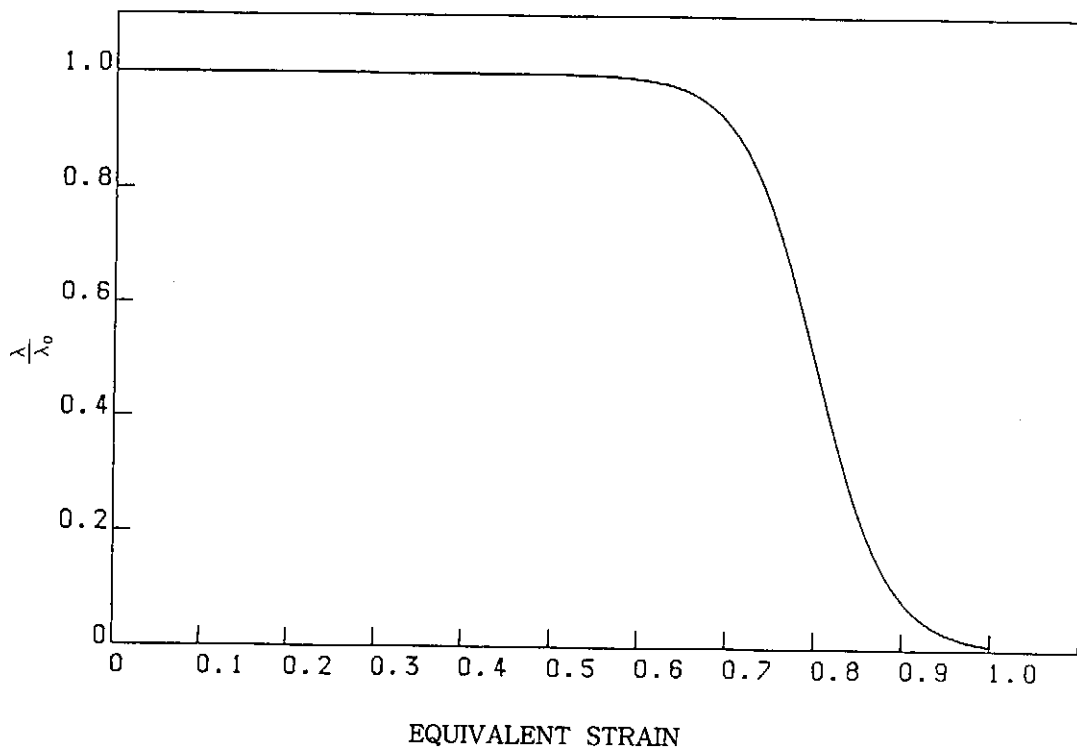


Fig. 4 The penalty value

本解析では、各ステップ（軸方向1%圧縮）毎に、まず式(5)を用いて弾性的に計算を行い各節点の初期速度を算出した。このときのポアソン比 ν はペナルティ値の場合と同様に相当ひずみの関

数とした。

$$\nu = -0.125 [\tanh 12 (\epsilon_{\max} - 0.8)] + 0.374 \quad \dots\dots\dots (5)$$

このようにして得られた結果をFig. 5に示す。

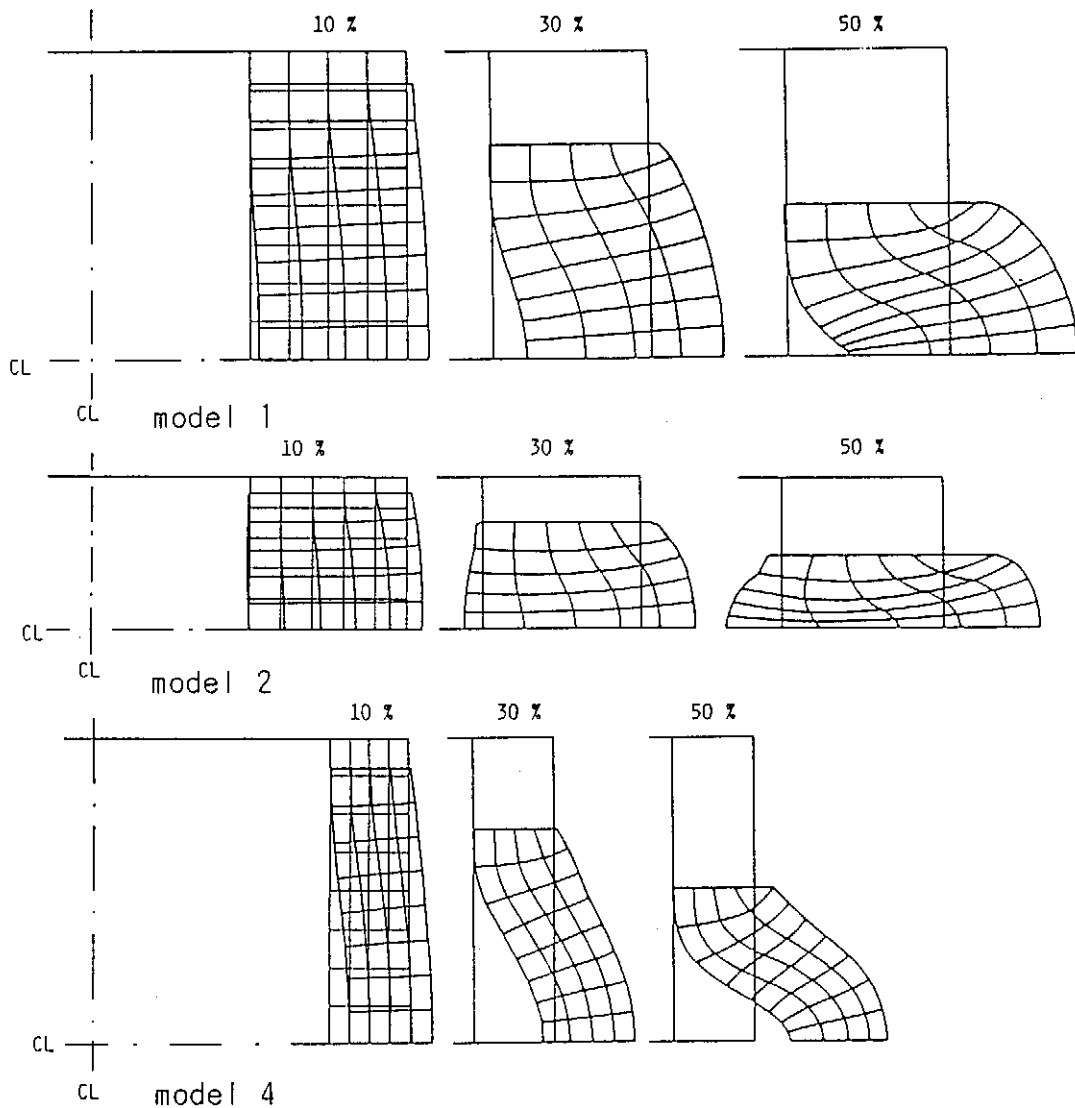


Fig. 5 Simulation for deformation process of thick cylinders by this method

Fig. 5のMODEL 1を見ると、変形が進行するにつれて中央部で座屈が生じ、それは実験結果とほぼ一致している。MODEL 2の変形形状も、解析結果は実験結果を近似している。また、MODEL 4では、実験で見られた20%時の2箇所の変曲点は、計算で再現できないものの、局部的変形の様子は良く近似した。

一例として、MODEL 1の場合の加工荷重曲線をFig. 6、圧下率とフォールディング量の関数をFig. 7に示す。両図より計算結果は、非線形挙動を示す実験結果を良く表示している。

参考文献

- (1) 田中、塑性と加工、30 - 338 (1989)、340 - 345
- (2) 富田、数値弾塑性力学、養賢堂、(1990)
- (3) 富田・進藤・秋、塑性と加工、30 - 338 (1989)、426 - 433
- (4) 島・中西、塑性と加工、29 - 325 (1988)、139 - 144
- (5) 秦・石川・山本、塑性と加工、15 - 167 (1974)、1003 - 1008

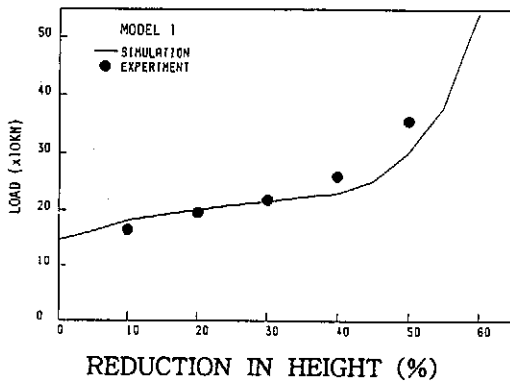


Fig. 6 The load - displacement curve

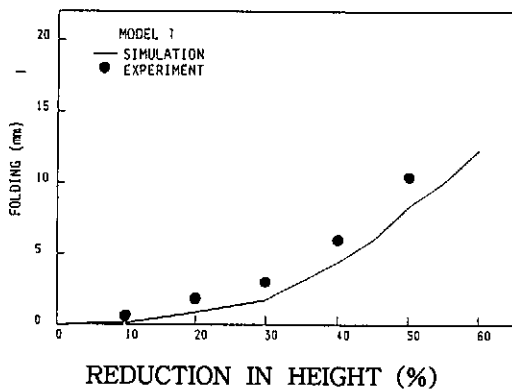


Fig. 7 The folding behavior