プレス加工 DX の促進に資する塑性理論モデルと数値材料試験法の構築

慶應義塾大学理工学部　システムデザイン工学科
准教授　大家　哲朗
(2023 年度 一般研究開発助成 AF-2023013-B2)

キーワード：数値材料試験，塑性構成則，結晶塑性モデル

１．研究の背景と目的

1.1　社会的背景

現代社会におけるモビリティ産業は,輸送業をはじめとする多種多様なサービスの根幹を成している．現在，我が国は「2050 年カーボンニュートラル」の達成を掲げており，自動運転や電動化(BEV/HEV)といった新技術が段階的に実用化される中で，安全性の担保と環境・経済的な持続可能性を両立させることが,塑性加工分野における喫緊の課題となっている．環境負荷低減の観点からは，車体フレームの劇的な軽量化が必要不可欠であり，超ハイテン鋼，アルミニウム合金，マグネシウム合金，さらには CFRP（炭素繊維強化プラスチック)といった難加工材の適用拡大が強く求められている．特に，製品のライフサイクルアセスメント(LCA)の視点に基づけば，製造・リサイクル時の二酸化炭素排出量を抑えられる鉄鋼材料の高度な活用が改めて注目されており,強度を保った上での薄肉化を実現するための高精度な加工予測技術の研究が進められている．

1.2　プレス加工 DX と次世代 CAE の役割

製造現場における生産コストの削減，車体性能の向上，および開発期間の劇的な短縮を同時に達成するため,物理シミュレーションを活用した CAE(Computer-Aided Engineering)の重要性が高まっている．これこそが，デジタル技術によって製造工程を最適化するプレス加工 DX(Digital Transformation)の中核技術の一つであると言える．しかし，従来の CAE 技術では，難加工材の成形時に発生する「しわ」「スプリングバック」に加え，一様変形から局所的な変形へと移行して破断に至る「局所くびれ」といった塑性不安定現象(分岐現象)を正確に予測することが困難であった．次世代のプレス加工 CAE には，以下の 3 つの要件が求められると考えられる：

1. コンピュータ内部で材料試験から成形性評価までを完結させる数値材料試験(Numerical Material Testing)の確立.
2. 材料試験や CAE に最適化および機械学習を融合させ，高度な金型・プロセスデザインを自動化するシステムの構築.
3. 材料設計や品質改善に直結する,微視的な材料組織情報の統合的活用.

1.3　従来の塑性構成式の限界と本研究の狙い

現在，汎用 CAE で標準的に用いられている構成則は，Mises の降伏条件と関連流れ則（法線則）に基づく Prandtl-Reuss 則（J_2F 則）である．このモデルでは，塑性ひずみ増分方向が現応力状態（降伏曲面の法線方向）のみによって一意に決定され,後続の応力増分方向には依存しない．この性質により，負荷経路が急変する成形限界近傍において材料応答の追従が制限され,結果として局所くびれの発生予測が実験事実よりも遅れるという致命的な課題が指摘されている．本研究では，応力増分方向依存性塑性構成式の重要パラメータである K_C 値の決定手法を検討するとともに,結晶塑性(CP)モデルを用いた数値材料試験の高度化を目指す．具体的には，鋼材の主成分である体心立方格子(BCC)材料の微視的変形機構を組み込んだ結晶塑性有限要素モデル(CP-FEM)の構築を行う．また，成形限界予測精度向上を目的とし,大ひずみ域加工硬化曲線を取得するための,単純せん断試験装置の設計開発および計測理論の整備に取り組む．これらによって，次世代 CAE の成形限界予測精度を向上させることを狙う．

２．BCC 材料の微視的変形機構に基づく数値材料試験の高度化

2.1　BCC 金属の結晶塑性モデリングの重要性と課題

鉄鋼材料の主成分である BCC 金属は，面心立方格子(FCC)材料と比較して結晶構造が複雑であり，その塑性変形機構も大きく異なる．古くから研究が進んできた FCC 用モデルを流用して鉄鋼材料を解析する試みもなされてきたが，BCC 特有の挙動を正確に再現する CP-FEM は未だ確立されていない．　数値材料試験を実用化するためには，BCC 金属に適用可能な物理的正確性を持ったモデルの構築が不可欠である．本研究では，BCC 結晶内部の「すべり活動判定の厳密化」「Non-Schmid 則の導入」「潜在硬化の定式化」を統合した BCC 型 CP-FEM を構築した．

2.2　結晶方位の決定と Euler 角による座標変換

多結晶体を解析上で表現するため,有限要素法の各要素を単結晶粒と見なし,全体として結晶集合組織を構成するモデルを構築した．各要素の結晶方位を記述するため，Euler 角（ϕ,θ,ψ）を導入した．巨視的座標系（x,y,z）から微視的な結晶座標系（x',y',z'）への座標変換マト

リクス $\boldsymbol{R}$ は，連続的な回転操作によって導出される．この行列を用いて，各結晶粒における剛性計算や応力・ひずみの変換を実施する．また，等方性材料を再現する場合は Euler 角をランダムに付与し，異方性材料を再現する場合は数値圧延試験によって得られた集合組織を初期方位として与える手法を採用した．

2.3　逐次累積法による塑性ひずみ増分の算出

各要素における微視的塑性ひずみ増分を求めるため，各すべり系のせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ を決定する必要がある．一般に広く使われるひずみ速度依存型モデルでは，非活動なすべり系にも微小なひずみが配分されるため，潜在硬化の記述に誤差が生じる懸念がある．本研究では，物理的に妥当な活動判定が可能な逐次累積法[1]を採用した．材料に負荷増分が加えられた際，あるすべり系 r において，分解せん断応力 $\tau^{(r)}$ が臨界分解せん断応力 $k^{(r)}$ を超えた系から順次活動が生じると考え，以下の反復計算式によって収束計算を行う．

$$\chi^{(r)}(i) = \chi^{(r)}(i-1) + \left(\zeta^{(r)}\tau^{(r)} - k^{(r)}\right)\frac{\Delta\rho}{2G}$$

ここで$\zeta^{(r)}$は分解せん断応力の符号，$\Delta\rho$ は反復幅(0.5 に設定)，G は剛性率である．この計算を繰り返し，$\chi^{(r)}$が正値または 0 に収束した時点で活動すべり系を確定させる．このアルゴリズムにより，Schmid 則に厳密に則った塑性応答の記述が可能である．FCC 材料に関する数値材料試験は，この逐次累積法に基づく有限要素多結晶モデルを用いて実行可能である[2]．

2.4　BCC 特有の変形機構：Non-Schmid 則と混合すべり系

BCC 金属では，らせん転位の芯構造に起因して，すべり面に平行な応力成分以外も転位の駆動に影響を及ぼす Non-Schmid 効果が顕著である．本モデルでは，Gröger ら[3]や Koester ら[4]の提案に基づき，有効分解せん断応力 τ^* を，最大分解せん断応力面(MRSSP)の関数として定式化した．Schmid テンソル $\boldsymbol{S}$ に対し，Non-Schmid 項 $\tilde{\boldsymbol{S}}$ を加えた拡張 Schmid テンソル $\boldsymbol{S}'$を次式のように定義する．

$$\boldsymbol{S}' = \boldsymbol{S} + \sum_{k=1}^{6} a_k \tilde{\boldsymbol{S}}_k$$

係数$a_1 \sim a_6$は分子動力学(MD)解析から決定された物理パラメータである．また，BCC 金属の主要なすべり系である {110}⟨111⟩系に加え，中高温域で活動する {112}⟨111⟩ 系の計 24 系を導入し(図 1)，系間の相互作用を記述する潜在硬化行列$q(r,s)$を通じて異方性の発展を表現した．

2.5　鉄単結晶の異方性に基づく硬化則最適化[5~8]

構築した BCC 型 CP-FEM の表現性を厳密に検証するため，Koester らの研究で示された鉄単結晶の 3 方向([001]，[011]，[111])への単軸引張試験結果を用いたバリデーションを実施した．本検証では，硬化則の数理構造が結晶の異方性予測に与える影響を定量的に評価した．

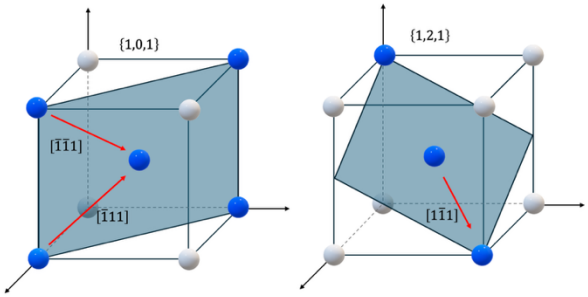


図 1　BCC 構造のすべり系

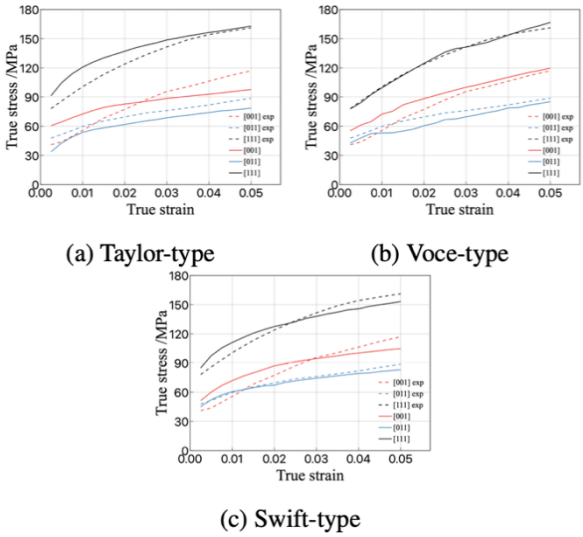


図 2　すべり系に適用した 3 種類の硬化則の性能比較

2.5.1　べき乗則を用いた初期検証と GA の適用

まず，多くの結晶塑性解析で標準的に利用されるべき乗則を用い，BCC 金属の主要すべり系である{110}系と Non-Schmid 則を導入したモデルの挙動を確認した．最適化手法として遺伝的アルゴリズム(GA)を用い，[011]方向および[111]方向の SS 曲線を教師データとして材料パラメータを同定した．同定されたパラメータを用い，未学習の[001]方向の挙動を予測させた結果，全体的な応力準位は概ね再現できたものの，試験値と比較して加工硬化率（曲線の傾き）が小さく算出される傾向が確認された．GA の収束プロセスにおいて，RSME（二乗平均平方根誤差）は約 13MPa で飽和しており，これはべき乗則という硬化則自体の数理的な表現限界を示唆している．

2.5.2　結晶構造モデル間の精度比較

構築した BCC 型 Non-Schmid モデルの優位性を確認するため，(1) FCC 型モデル，(2) BCC 型 Schmid 則モデル，(3) BCC 型 Non-Schmid 則モデルの 3 種を比較した． 解析の結果，FCC 型モデルは試験値に対して応力を著しく下振れして予測した．これは FCC の {111} すべり系が[011]方向に比べて[001]方向へ変形しやすいためである．一方，BCC の {110} すべり系を導入したモデル(2)および(3)は，

[011]方向に比べて[001]方向へ変形しにくいという鉄単結晶特有の異方性を正しく捉え，試験値に近い応力準位を再現した．特に Non-Schmid 則を導入したモデル(3)は，MRSSP 面に作用する応力成分を考慮することで，鉄単結晶特有の引張･圧縮非対称性を含む異方性挙動を最も精度よく予測することに成功した．

2.5.3　硬化則の数理構造が及ぼす影響

べき乗則では，初期降伏応力がゼロから始まるため，弾塑性遷移域や大ひずみ域の傾きを十分に再現できない課題が浮き彫りとなった．そこで，初期降伏応力を考慮可能な Voce 則および Swift 則を導入し，同様の GA 最適化を実施した（図 2）．各モデルの RMSE を比較した結果，全ひずみ域において Voce 則が 9.905MPa と最小の誤差を示した．特にひずみ 0.025 以上の領域に限定すると，Voce 則の RMSE は 4.042MPa まで低下し，Swift 則(7.000MPa)やべき乗則(13.266MPa)を大きく上回る再現性を示した．これは，Voce 則が持つ「飽和応力へ漸近する構造」が，鉄単結晶の加工硬化挙動の物理的特性と高度に整合しているためであると結論付けられる．

2.6　多結晶材における検証と混合すべり系の影響

実用鋼板への適用を想定し，多結晶等方性材料モデルを用いて，すべり系の選択が降伏曲面の形状に与える影響を検討した．

2.6.1　{110}および{112}混合すべり系の導入

鉄鋼材料の塑性変形においては，低温域で支配的な{110}系に加え，中高温域や特定の負荷条件下で活動する{112}系が重要な役割を果たす．本研究では，これら両系(計 24 系)を統合した混合すべり系モデルを構築し，冷間圧延鋼板 SPCE の降伏曲面予測を実施した．解析の結果，{110}系のみを用いたモデルに比べ，{112}系を併用した提案モデルは，等二軸応力状態近傍における降伏曲面の形状をより正確に描写し，実際の SPCE 材の試験値

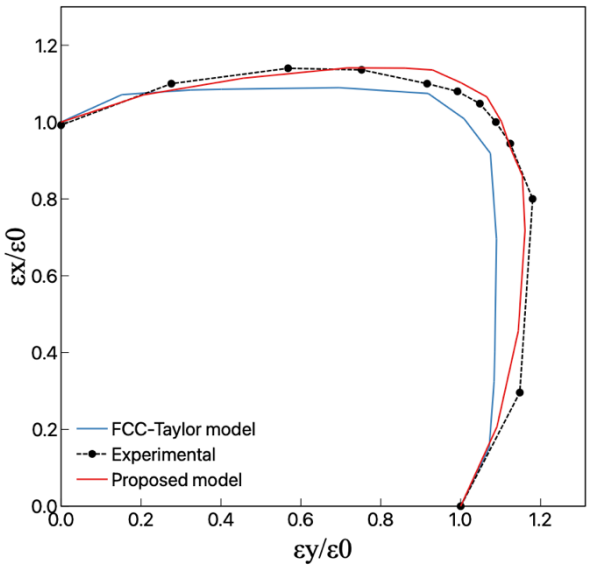


図 3　最適化された降伏曲面，最適化されていない降伏曲面，および実験値の比較

(Kuwabara, 2022)に極めて近い軌跡を描くことが確認された（図 3）．これにより，鋼材の数値材料試験において，BCC 特有の多重すべり機構を考慮することの不可欠性が実証された．

2.7　数値材料試験による未学習パラメータの予測性

本節では，構築した BCC 型 CP-FEM を用い，容易な試験データのみから複雑な二軸応力状態を予測する数値材料試験法の構築と検証結果について述べる．

2.7.1　遺伝的アルゴリズムによる段階的アップデート手法

数値材料試験において同定すべきパラメータは，Non-Schmid 係数，潜在硬化行列，結晶方位分布および硬化則定数の膨大な組み合わせとなる．これらを一括で最適化することは計算科学的に困難であるため，本研究では以下の段階的学習アルゴリズムを提案した．

1. **結晶方位学習(Orientation Learning)**：3 方向の Lankford 値（r 値）を目標関数とし，各要素の Euler 角を最適化する．
2. **硬化則学習(Work-hardening Learning)**：3 方向の SS 曲線を目標関数とし，Voce 則のパラメータを同定する．これら 2 つのプロセスを交互にループさせることにより，変形異方性と応力異方性の相互干渉を考慮した，精緻な仮想材料の構築を可能とした．

2.7.2　並列計算環境による効率化の実装

BCC 型 CP-FEM は逐次累積法による反復計算を含むため，解析負荷が極めて高い．本研究では，解析エンジンを Fortran で構築し，Python の GA ライブラリ(DEAP)と連携させるとともに，マルチコア環境（Apple M3 Ultra，22 スレッド使用）による並列処理を実装した．この結果，従来は 120 時間を要した 1 サイクルの学習計算を約 8 時間まで短縮し，実用的な時間枠内での材料同定を実現した．同定された SPCE の仮想材料を用いて二軸引張シミュレーションを行ったところ，等二軸応力域における降伏曲面の異方性を良好に予測でき，数値材料試験の実用性が確認された．

3．応力増分方向依存性の発現機構解明

プレス成形限界，特に局所くびれの発生を高精度に予測するためには，塑性ひずみ増分方向が現応力状態だけでなく応力増分方向に依存して遷移する応力増分方向依存性の理解が不可欠である．本章では，有限要素多結晶モデル(FEPM)を用いた二段階負荷解析により，その物理的起源を微視的観点から究明した．

3.1　応力急変現象の数理的定式化

末吉らの研究[9]に基づき，偏差応力空間において，初期負荷方向からの振れ角として「応力増分方向α'」および「塑性ひずみ増分方向β'」を定義した．また，塑性ひずみ増分の大きさを規定するパラメータとして遷移関数μ'を導入した．解析では，第 1 段階において単軸引張により相当塑性ひずみ 0.5%まで降伏させ，第 2 段階で負荷方向を

0°から 360°まで系統的に変化させることで，J_2 流れ則（法線則）からの逸脱を評価した（図 4）．

3.2　単結晶における離散的応答と多重すべり活動

要素数 1 の単結晶モデルを用いた解析の結果，β’は α’の変化に対して連続的に追従せず，特定の角度で不連続にジャンプする階段状の応答を示した．この要因を各すべり系の活動履歴から調査した結果，α’の変化に伴い，主導的な活動すべり系集合が離散的に切り替わっていることが判明した．例えば，あるα’の閾値において活動系が 4 系から 8 系へ，あるいは別の 4 系の組み合わせへと瞬時に移行し，それに伴い巨視的な塑性流れの方向が不連続に変化することが突き止められた．

3.3　多結晶における平均化機構と Jaccard 距離の導入

対照的に，多結晶体モデルではβ’はα’に対してほぼ線形かつ滑らかな追従挙動を示した．この多結晶特有の滑らかさの本質を定量化するため，活動すべり系集合の差異を表す Jaccard 距離を指標として導入した．

$$d_J(\alpha) = 1 - \frac{|S(\alpha) \cap S(0)|}{|S(\alpha) \cup S(0)|}$$

解析の結果，多結晶体では各結晶粒の方位が分散しているため，すべり系の切り替えが生じる応力しきい値が結晶粒ごとに分散していることが明らかとなった．個々の結晶粒内で生じている離散的な「階段状応答」が，多結晶体としての体積平均化のプロセスを経て，巨視的には滑らかな「応力増分方向依存性」として観測されるという発現メカニズムを理論的に解明した．

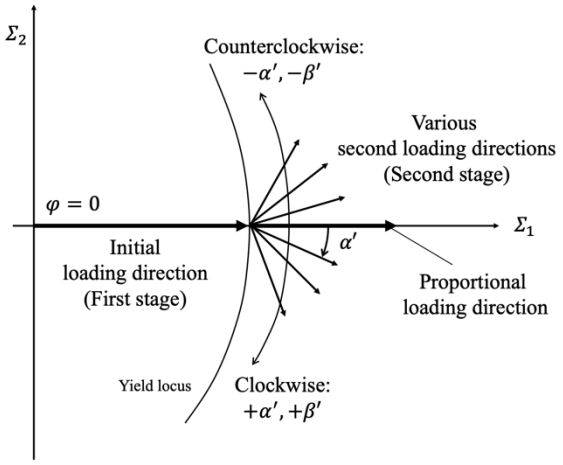


図 4　x 軸方向の単軸引張に対する偏差応力空間におけるパラメータの定義

3.4　方位分散と初期異方性が追従特性に与える影響

方位分布混合比 p を変化させた数値実験により，方位分散が減少して単結晶の状態に近づくほど，β’の応答曲線に段差が現れることを確認した．また，数値圧延により初期異方性を導入した材料では，圧下率の増大に伴い β’の追従勾配やμ’ピークの位置が系統的に遷移する挙動を捉えた．これらの成果は，応力増分方向依存性を考慮した次世代塑性構成式の物理的妥当性を強力に裏付けるものである．

4．客観的ひずみ表現に基づく単純せん断試験の定式化

CAE の入力データとして塑性ひずみ 1.0 を超える大ひずみ域の特性を得るため，単純せん断試験の定式化を高度化した．大変形時における材料主軸の剛体回転を厳密に処理する手法を確立した．

4.1　Spinless strain（客観的ひずみ）の妥当性検証

単純せん断変形では，材料のストレッチと同時に剛体回転（スピン）が伴う．本研究では，速度勾配テンソル $\boldsymbol{L}$ を剛体スピン$\boldsymbol{\Omega}$と変形速度テンソル $\boldsymbol{D}$ に分解し，回転の影響を完全に排除した客観的ひずみ Spinless strain[10] を適用した [11]．変形勾配 F の極分解 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{RU}$ に基づき，仕事共役性を満たす累積相当塑性ひずみε_S^pを導出した結果，せん断角βを用いて最終的に以下のシンプルな関係式を得た．

$$\varepsilon_S^p = \frac{2}{\sqrt{3}} \tan\beta = \frac{\gamma}{\sqrt{3}}$$

この結果は，厳密な回転分離プロセスを経たにもかかわらず，単純せん断の特定条件下では従来の線形理論と数学的に一致することを示しており，Spinless 理論の物理的整合性を裏付けるものである．

4.2　各種ひずみ評価理論の精度比較バリデーション

FEM を用いて，(1) Spinless 理論，(2) Hencky ひずみ，(3) Pardis の手法 [12]，(4) Reyne の手法 [13] の 4 種を比較した．その結果，Spinless 理論が入力データ（正解値）を最も正確に再現し，RMSE が最小となることを実証した（図 5, 図 6）．対照的に，対数関数等に基づく Hencky や Pardis の理論は，大ひずみ域でひずみ増分を過小評価し，エネルギー保存則（仕事共役性）に従い相当応力を過剰に上振れさせる傾向があることを突き止めた．また，Reyne らの手法は回転角の増大に伴い補正因子が発散し，応力を著しく過小評価する欠陥があることを明らかにした．

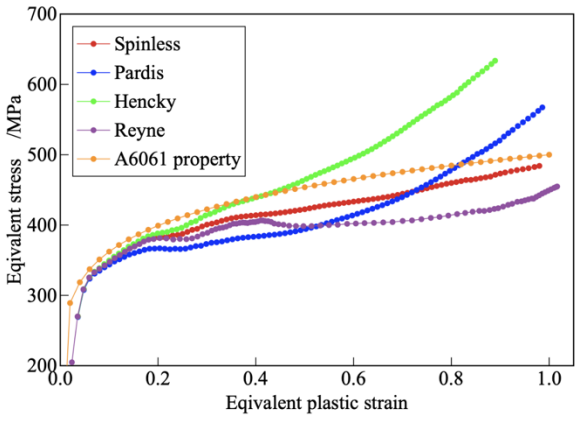


図 5　A6061 の材料データを用いた各評価手法の比較

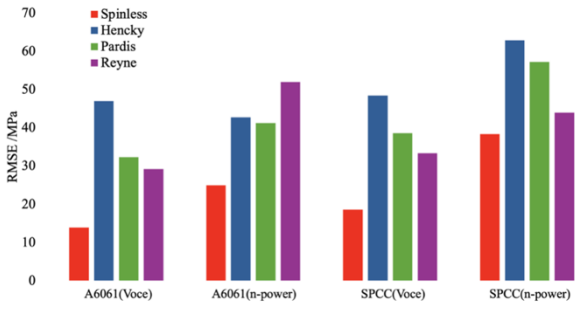


図 6　各材料と各硬化則における各評価理論の二乗平均平方根誤差

4.3　試験片形状の最適化と統計的評価

実際の実験における測定均一性を高めるため，試験片変形領域のアスペクト比（長さ L / 幅 W）の影響を検討した．評価指標として，経済学の格差指標を応用したジニ係数および標準偏差を導入し，変形領域内の応力分布の不平等度を定量化した．解析の結果，アスペクト比を 1 から 20 まで増大させるに伴い，自由端の影響が相対的に減少し，ジニ係数は 0.72 から単調に低下して応力均一性が劇的に向上することが判明した．理想的な単純せん断状態を実現するためには，アスペクト比を 10 以上に設定すべきであるという具体的指針を得た．一方で，コーナー部の R 加工については，ジニ係数の微改善は見られるものの標準偏差は改善されず，応力分布の平滑化への寄与は限定的であることを明らかにした．

５．結言

5.1　得られた研究成果のまとめ

本研究により，BCC 材料特有の微視的変形機構（Non-Schmid 則，混合すべり系）を組み込んだ高度な CP-FEM が構築され，遺伝的アルゴリズムを用いた数値材料試験の実用性が実証された．また，応力増分方向依存性の発現が，多結晶内の離散的なすべり活動が方位分散によって空間平均化された結果であることを解明し，単純せん断試験における Spinless 理論の優位性と最適な試験片形状を確立した．これらの成果は，プレス加工 DX における CAE 予測精度の飛躍的向上と，カーボンニュートラル社会に向けた難加工材の適用拡大に大きく寄与するものである．

5.2　今後の課題と社会実装への展望

本研究によって得られた知見は，プレス加工ＤＸの核となる数値材料試験の高度化に大きく寄与するものであるが，実用化およびさらなる精度向上のためには，以下の課題を解決する必要がある．

(1)数理モデルおよび物理機構の深化

第一に，BCC 型結晶塑性モデルの数理的安定性の確保である．本研究で導入した Non-Schmid 則は，鉄単結晶の異方性再現において極めて有効であったが，特定の材料パラメータ条件下において負の塑性散逸率を生じ，解析の収束性を著しく低下させるケースが確認された．今後は，熱力学第二法則を厳密に満足しつつ，物理的妥当性を保つアルゴリズムの改良が不可欠である．第二に，潜在硬化行列の再検討である．現在は潜在硬化係数を定数として扱っているが，変形初期の転位増殖過程や，すべり系間の幾何学的関係に応じて係数が動的に変化する機構を導入することで，加工硬化挙動の予測精度をさらに高めることが可能となる．第三に，異方性材料への理論拡張である．応力増分方向依存性の解析において，方位分散の平均化メカニズム（Jaccard 距離による評価）が明らかにされたが，今後は数値圧延によって生成された強い初期異方性組織に対し，これらの指標がどのように応答するかを詳細に検証し，実用鋼板への適用範囲を拡大する必要がある．

(2)実機実験による検証と境界条件の厳密化

単純せん断試験法の構築に関しては，数値シミュレーションにより導出された理論の妥当性を裏付けるため，実機を用いた実験的検証の徹底が求められる．特に，大ひずみ域の特性評価において優位性が示された Spinless 理論および最適アスペクト比の指針に基づき，強力な把持機構を備えた次期せん断試験装置を試作する必要がある．実験において観測される応力の低下は，把持部からの材料流入に起因する境界条件の不確かさが主因であると考えられるため，油圧チャックやローレット加工を用いた厳密な拘束条件の実装が，社会実装に向けた最大の技術的障壁となっている．また，結晶塑性解析で得られた活動すべり系の切替えと，実際の不均一変形場の発達過程との相関を定量的に評価することも，次世代塑性理論の物理的証左として極めて重要である．

(3)プレス加工 DX への統合と高速化

本研究の最終的な目標は，これらの高度な塑性理論モデルを製造現場の CAE システムへ統合することにある．遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた数値材料試験は，並列計算の実装により大幅な短縮を実現したものの，リアルタイムな工程最適化には依然として計算コストが高い．今後は，本研究で蓄積した膨大な解析データを教師データとして，ニューラルネットワーク等を用いたサロゲートモデルを構築することで，計算時間を劇的に短縮し，材料設計から金型設計までを一貫して支援するプロセスチェイン統合型 CAE の構築を目指す．これにより，難加工材の潜在的な成形能力を極限まで引き出し，カーボンニュートラル社会の実現に資する究極の軽量設計と資源効率化を強力に牽引できるものと考えている．

謝　辞

本研究の遂行にあたり，多大なるご助力を賜りました公益財団法人天田財団に深く感謝いたします．

参考文献

1)　高橋寛：多結晶塑性論，コロナ社（1999）．

2) Oya,T.,Araki,N.: Materials Today Communications, 33 (2022), 104953.
3) Gröger, R. et al.: Acta Materialia, 56 (2008) 5401-5411.
4) Koester, A. et al.: Acta Materialia, 60 (2012), 3894-3901.
5) 小松航喜・大家哲朗：第 75 塑性加工連合講演会講演論文集. 423(2024) 205-206.
6) 小松航喜・大家哲朗：第 76 塑性加工連合講演会講演論文集. 403(2025) 115-116.
7) Komatsu, K., Oya, T.: MATEC Web of Conferences, 408(2025)01087.
8) Komatsu, K., Oya, T.: Proc. of AWMFT/APSTP. (2025)203-204.
9) 末吉敏恭ら：日本機械学会論文集(A 編). 67-663 (2001) 1754-1759
10) Stören, S., Rice, J.R.: J. Mech. Phys. Solids, 23(1975)421-441.
11) 大家哲朗・高橋駿介: 2025 年度塑性加工春季講演会講演論文集. 526(2025)191-192.
12) Pardis, N. et al.: J. Appl. Res. Technol., 15 (2017), 442-448.
13) Reyne, B. et al.: Int. J. Mech. Sci., 208(2021)106660.