

転位の発達を考慮した結晶塑性による 反転負荷・多軸負荷の弾塑性変形の予測

静岡大学 機械工学科
准教授 吉田 健吾

(2018 年度 一般研究開発助成 AF-2018006-B2)

キーワード：塑性異方性，結晶塑性解析

1. 緒言

板成形シミュレーションの解析精度に塑性構成式は大きな影響を与える^{1),2)}。板材がプレス成形中に受ける変形に近い変形モード下での力学特性を測定するために、二軸引張³⁾や反転負荷³⁾⁻⁵⁾などの実験技術が開発されてきた。それと同時に、様々な異方性降伏関数^{6),7)}，ならびに加工硬化則⁸⁾⁻¹⁰⁾も提案されてきた。降伏関数を用いる巨視的な塑性構成則だけでなく、結晶塑性モデルに関する研究も進められている¹¹⁾⁻¹⁴⁾。結晶塑性モデルの利点は、集合組織に起因する異方性、およびその発達を数値解析に取り込むことである。

巨視的な塑性構成則と同様で、結晶塑性モデルにおいてすべり系の背応力を考慮することで、バウシニング効果を再現することができる¹⁵⁾。すべり系に堆積した転位もしくは転位セル壁からの反力が背応力の起源である。また、すべり抵抗の発展に対する自己硬化と潜在硬化の寄与率を変えることで交差効果を予測できる¹⁶⁾。すべり系の転位が林立転位を切りながら運動する現象は、潜在硬化係数を自己硬化係数よりも強くして再現することが多い。低炭素鋼板に見られるような複雑なバウシニング効果、交差効果を予測するために転位密度の発達を規定した高度なモデルも提案されている¹³⁾⁻¹⁴⁾。ただし、アルミニウム合金板においては、バウシニング効果や交差効果は、比較的に小さいことが多いと報告されている¹⁷⁾。

結晶塑性モデルを塑性加工シミュレーションで活用する方法として、結晶塑性解析の結果を数値実験とみなし、それより巨視的な塑性構成則の材料係数を決定する方法¹⁸⁾がある。または、結晶塑性モデルをそのまま成形シミュレーションに組み込む方法¹⁹⁾がある。どちらの方法であっても結晶塑性解析が塑性変形を正確に予測できていることが肝要である。

結晶塑性解析と実験結果を比較した研究は多数あるものの、負荷モードが限定されている場合がほとんどである^{11), 13), 14), 18), 19)}。板成形への活用を念頭に置くのであれば、さまざまな変形モードに対して実験結果と結晶塑性解析を比較し、結晶塑性モデルの有効性を検討すべきである。

本研究では、A5052-O 板を対象として、単軸引張、二軸引張試験を実施する。これより単軸応力状態および二軸応力状態において発現する異方性を明らかにする。さらに、単純せん断による反転負荷試験、および単軸引張を荷重し

た後に単純せん断を荷重する交差負荷試験を実施する。これらの試験より、バウシニング効果、交差効果といった加工硬化挙動を測定する。その後、結晶塑性モデルを用いて数値解析を実施する。転位蓄積によるすべり系の背応力を考慮することでバウシニング効果の再現を試みる。すべり抵抗の発展に対する潜在硬化の寄与を強めることで交差効果の予測を試みる。本研究では、個々の転位を直接考慮することはせずに、背応力および潜在硬化係数を媒介変数として転位の発達が塑性挙動に与える影響を再現する。このような背応力と潜在硬化がさまざまな負荷状態に対する異方性に与える影響を明らかにする。

2. 実験方法

2.1 材料

供試材は板厚 1 mm の A5052-O 板である。X 線回折によって集合組織を測定した。板を 40 枚積層して、圧延方向 (RD) と板厚方向 (ND) からなる面の {111}, {200}, {220}, {311} 面の極密度を測定した。Labotex (Labosoft 社製) を用いて結晶方位分布関数 (ODF) を解析した。図 1 に Euler 角が $\phi_2 = 45^\circ, 90^\circ$ の ODF を示す。Cube 方位が主方位となる集合組織である。

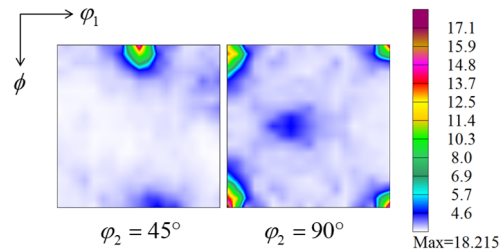


図 1 $\phi_2 = 45^\circ, 90^\circ$ の ODF.

2.2 材料試験

本研究では、単軸引張、単純せん断、二軸引張を実施した。実験において、ひずみはデジタル画像相関法 (Aramis v6.3, GOM 社製) によって同定した。座標系は RD を x 軸、圧延直角方向 (TD) を y 軸に一致させた。

(1) 単軸引張試験

単軸試験片は平行部の長さ 75 mm、幅 12.5 mm とした。試験片中央部の長さ 50 mm、幅 12.5 mm の領域の対数ひ

ずみの平均値を代表値とした。長手方向の対数ひずみを ε とし、真応力を σ とする。長手方向（引張方向）と RD のなす角度を θ とする。 $\theta = 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90^\circ$ の 7 方向に対して単軸引張試験を実施した。

(2) 単純せん断試験および反転負荷試験

せん断試験片の変形部は縦 45 mm、横 3 mm である。変形部中央の縦 25 mm、横 1.5 mm の領域の変形勾配 F_{ij} の平均値を代表値とした。分かりやすさのために、変形勾配の F_{xy} を（工学的）せん断ひずみ γ と記す。せん断応力 τ はせん断力を初期断面積で除して求めた。試験片の縦方向（せん断方向）を RD と一致させた。

単純せん断を負荷して、 $\gamma = 0.22, 0.45, 0.72$ に達した時にせん断の方向を逆向きにする反転負荷試験を実施した。

(3) 交差負荷試験

平行部の長さ 140 mm で幅 50 mm の大型試験片を RD ($\theta = 0^\circ$) に沿って切り出して、対数ひずみ $\varepsilon_{pre} = 0.1, 0.15$ の単軸引張を負荷した。その後、せん断試験片の縦方向が RD と一致するように切り出し、単純せん断を負荷した。

(4) 二軸引張試験

試験部が 60 mm × 60 mm の十字型試験片³⁾を用いて二軸引張を負荷した。試験片の横を x 軸 (RD)、縦を y 軸 (TD) に一致させて、荷重比を $F_x : F_y = 4:1, 2:1, 4:3, 1:1, 3:4, 1:2, 1:4$ の 7 通りとした。試験部中央の縦 50 mm、横 50 mm の領域の対数ひずみの平均値を代表値 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ とした。

3. 結晶塑性解析

本研究で用いた結晶塑性解析の方法は、背応力の発展式を除き文献 22) と同じである。FCC 金属に関する $\{111\}\langle 110 \rangle$ の 12 個のすべり系を考慮した。すべり系 α のすべり速度は次式で与えた。

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \dot{\gamma}_0 \operatorname{sgn}(\tau^{(\alpha)} - X^{(\alpha)}) \left| \frac{\tau^{(\alpha)} - X^{(\alpha)}}{g^{(\alpha)}} \right|^{\frac{1}{m}} \quad (1)$$

ここで、 $\tau^{(\alpha)}$ 、 $X^{(\alpha)}$ 、 $g^{(\alpha)}$ はそれぞれすべり系 α の分解せん断応力、背応力、すべり抵抗である。 $\dot{\gamma}_0$ は基準すべり速度、 m はひずみ速度感受性指数である。本研究では、 $\dot{\gamma}_0 = 0.002 \text{ s}^{-1}$ 、 $m = 0.002$ とした。

Chaboche²³⁾ にない背応力 $X^{(\alpha)}$ は 2 つの項の和とした。

$$X^{(\alpha)} = X_1^{(\alpha)} + X_2^{(\alpha)} \quad (2)$$

$X_1^{(\alpha)}$ と $X_2^{(\alpha)}$ の発展則は次式で与えた。

$$\dot{X}_1^{(\alpha)} = c_1 \dot{\gamma}^{(\alpha)} - d_1 X_1^{(\alpha)} \left| \dot{\gamma}^{(\alpha)} \right|, \quad \dot{X}_2^{(\alpha)} = c_2 \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (3)$$

ここで、 c_1, d_1, c_2 は材料係数である。式(3)の右辺第一項は転位蓄積による影響を、第二項は動的な回復の影響を表している。

すべり抵抗の発展は次式で与えた。

$$\dot{g}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h^{\alpha\beta} \left| \dot{\gamma}^{(\beta)} \right|, \quad h^{\alpha\beta} = h \begin{bmatrix} A & qA & qA & qA \\ qA & A & qA & qA \\ qA & qA & A & qA \\ qA & qA & qA & A \end{bmatrix}, \quad (4)$$

ここで、 $h^{\alpha\beta}$ は硬化係数行列、 q は潜在硬化係数である。すべり系 1~3, 4~6, 7~9, 10~12 はそれぞれ共面すべり系である。転位は弾性相互作用を受ける。一方、非共面すべり系の転位を切って運動する。 A は全ての成分が 1 の 3×3 行列を表す。硬化率 h は累積すべり γ_A をもとにした拡張 Voce の式で与えた。

$$h = (h_0 - h_1) \exp\left(-\frac{h_0 - h_1}{\tau_1 - \tau_0} \gamma_A\right) + h_1, \quad (5)$$

ここで、 τ_0, h_0, τ_1, h_1 は材料係数である。なお、 τ_0, h_0 は臨界分解せん断応力 ($g^{(\alpha)}$ の初期値) と初期硬化率である。累積すべりは $\gamma_A = \int_0^t \left| \dot{\gamma}^{(\alpha)} \right| dt$ と与えられる。

多結晶体の解析のために、ODF から 1728 個の結晶方位を創製した。8 節点一次要素（選択低減積分）を用いて、一要素を一結晶粒とみなした。

4. 実験結果および解析結果

4.1 単軸引張試験および単純せん断試験

(1) 実験結果

図 2 に $\theta = 0, 45, 90^\circ$ における単軸引張と単純せん断の応力-ひずみ曲線を示す。単純せん断の結果を相当応力-相当ひずみ関係に換算した $\sqrt{3}\tau - \gamma / \sqrt{3}$ 曲線も図示した。引張試験では、 $\theta = 45^\circ$ の流動応力が他よりも低くなる傾向が確認された。 $\sqrt{3}\tau - \gamma / \sqrt{3}$ 曲線は単軸引張の結果とおおむね一致した。

単軸引張の結果に関して、対数ひずみ ε から弾性ひずみを引いて塑性ひずみ ε^p を求めた。全ての角度 θ に対して、 $\varepsilon^p = 0.002, 0.05, 0.1, 0.15$ における流動応力を求め、それを $\theta = 0^\circ$ の値で除すことで正規化流動応力を求めた。その正規化流動応力を図 3(a) に示す。 $\varepsilon^p = 0.002$ において、正規化流動応力は 0.98~1.01 の範囲で変動しており、明確な異方性は確認できなかった。一方、 $\varepsilon^p = 0.05, 0.1, 0.15$ においては、 $\theta = 60^\circ$ あたりで最小値を示し、流動応力の異方性を確認した。

板幅方向塑性ひずみを板厚方向塑性ひずみで除して R 値を求めた。なお、板厚方向塑性ひずみは体積一定則を仮定して求めた。 $\varepsilon^p = 0.05, 0.1, 0.15$ の R 値を図 3(b) に示す。 R 値は $\theta = 15 \sim 30^\circ$ において最小、 $\theta = 90^\circ$ において最大であった。

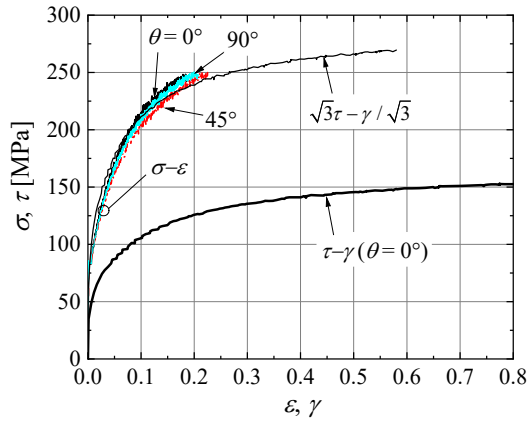
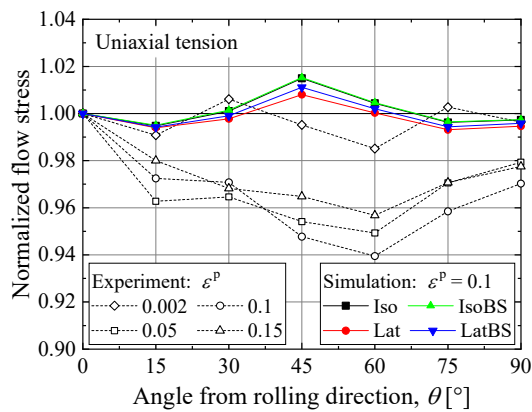
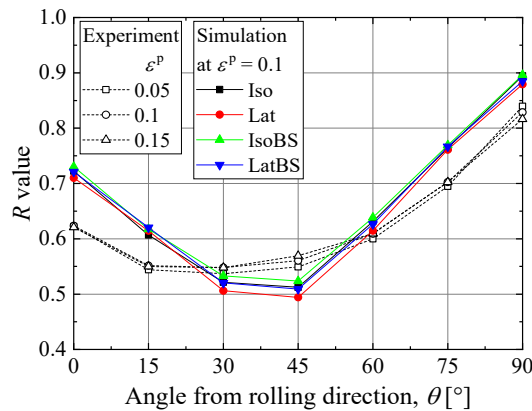


図 2 単軸引張試験および単純せん断試験より測定した応力-ひずみ曲線 (θ は圧延方向からの角度)。



(a)



(b)

図 3 実験結果と結晶塑性解析結果の比較. (a) 正規化流動応力, (b) 単軸引張における R 値

(2) 結晶塑性解析の結果

結晶塑性解析は、表 1 の 4 種類のモデルによって実施した。Iso, Lat モデルは潜在硬化係数をそれぞれ $q=1, 1.4$ として、背応力を考慮していないモデルである。材料係数は、 $\theta=0^\circ$ の単軸引張および単純せん断の応力-ひずみ曲

線を用いて、Levenberg-Marquardt 法によって決定した。一方、IsoBS, LatBS モデルは潜在硬化係数をそれぞれ $q=1, 1.4$ として、背応力を考慮したモデルである。材料係数は、 $\theta=0^\circ$ の単軸引張、単純せん断、 $\gamma=0.45$ で反転負荷した応力-ひずみ曲線を用いて同定した。なお、反転負荷の実験結果は 4.2 節に後述する。

結晶塑性モデルを用いて単軸引張を解析した。 $\epsilon^p=0.1$ に対する正規化流動応力を図 3(a) に示す。全ての結果は 0.99 ~ 1.02 の範囲であり、実験で確認された $\theta=60^\circ$ あたりで流動応力が低くなる異方性を再現できなかった。なお、全てのモデルにおいて、ひずみの大きさに関わらず正規化流動応力がほぼ一定であることを確認した。

$\epsilon^p=0.1$ における R 値の予測結果を図 3(b) に示す。結晶塑性解析は実験結果の傾向をおおむね予測できた。実験値との差は、最大で約 0.1 であった。

以上の結果より、4 つの結晶塑性モデルによる解析結果はほぼ一致した。すなわち、潜在硬化および背応力は単軸引張で現れる異方性には影響を与えないことが分かった。

表 1 結晶塑性解析に使用した材料定数

	τ_0	τ_1	h_0	h_1	q	c_1	d_1	c_2
Iso	28.7	80.8	353	11.9	1.0	0	0	0
Lat	27.5	71.5	306	9.00	1.4	0	0	0
IsoBS	23.9	73.3	272	7.34	1.0	2565	245	7.17
LatBS	19.5	61.8	178	3.59	1.4	8344	498	8.22

(q, d_1 は無次元、その他の定数の単位は MPa である。)

4.2 反転負荷試験

(1) 実験結果

$\gamma=0.22, 0.45, 0.72$ でせん断方向を反転させた時の応力-ひずみ曲線を図 4 に示す。反転後にせん断応力が負となる領域の応力-ひずみ曲線は、せん断応力が 0 となる点の周りに 180° 回転させた。反転後に弾性状態から塑性状態に遷移する時の応力、すなわち再降伏応力は、単調負荷の流動応力より低く、バウシガ効果が確認された。再降伏後は、流動応力が低いまま変形し、徐々に単調負荷との差が小さくなった。反転後にせん断ひずみが 0.1 増加した時点の流動応力と単調負荷のそれとの差を確認した。反転するひずみが $\gamma=0.22, 0.45, 0.72$ の時、応力低下量はそれぞれ 6.2, 3.6, 4.4 MPa であり、 $\gamma=0.22$ で反転した時に最も低下量が大きかった。

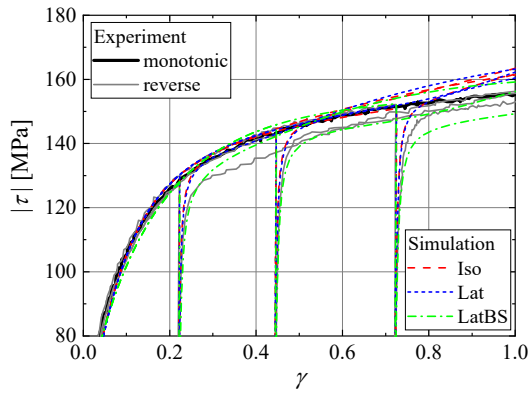


図 4 反転せん断試験における応力-ひずみ曲線. 実験結果と Iso, Lat and LatBS モデルを用いた結晶塑性解析結果の比較.

(2) 結晶塑性解析の結果

結晶塑性解析の結果を図 4 に示す. 図示した Iso, Lat モデルによる解析結果はおおむね一致した. 反転負荷直後の再降伏応力は低下するものの, その後, すぐに単調負荷の流動応力に到達した. LatBS モデルは, 背応力に関する材料係数を同定するために, $\gamma = 0.45$ で反転負荷した応力-ひずみ曲線を使用したため, 当然ながら, $\gamma = 0.45$ で反転した場合の予測が最も良好である. $\gamma = 0.22$ で反転した場合, 応力低下量は過小に予測された. 一方, $\gamma = 0.72$ で反転した場合は過大であった. なお, IsoBS モデルの結果は LatBS モデルの結果とほぼ同じであることを確認した.

以上の結果より, 背応力の有無に関わらず, 潜在硬化がバウシング効果の予測に与える影響はほぼないことが分かった.

4.3 交差負荷試験

単軸引張を負荷した後に単純せん断を負荷した交差負荷の結果を図 5 に示す. 後続の単純せん断の応力-ひずみ曲線は, 次の方法で求められる γ_{pre} だけ横軸をオフセットした. まず, 予負荷の単軸引張で消費した塑性仕事 W_{pre} を求める. そして, (予負荷が無い) 単調負荷の単純せん断において W_{pre} と等価な塑性仕事消費される時のせん断ひずみを求める. このせん断ひずみを γ_{pre} として, 後続の単純せん断の応力-ひずみ曲線をオフセットした. 再降伏後の流動応力は単調負荷のそれより上昇している. 一方, 再降伏直後の加工硬化率は低下した. その後, 塑性変形の進展に伴って, 流動応力は単調負荷の結果に漸近した. このように本供試材は再降伏応力が上昇する形の交差効果を呈することを確認した.

結晶塑性解析による予測結果を図 5 に示す. Iso モデルでは, 再降伏応力は単調負荷の流動応力と同程度であり, 再降伏応力が上昇する交差効果挙動を予測できていない. 一方, Lat モデルではその挙動が再現できている. ただし, 再降伏後の加工硬化率の低下は予測できておらず, 流動応

力が高いまま加工硬化した. その結果, 流動応力の予測値は実験結果より高い値となった. LatBS モデルでは, Lat モデルより再降伏応力が低下し, その後, 緩やかに流動応力が上昇した. 同様に, IsoBS モデルでは Iso モデルよりも再降伏応力が低く, その後, 徐々に流動応力が増加することを確認した.

以上の結果より, 潜在硬化係数を $q = 1.4$ し, 潜在硬化を強めることで, 交差負荷の流動応力が上昇することが分かった. ただし, 実験で確認された再降伏後の加工硬化率の低下は予測できておらず, 流動応力が高いまま塑性変形が進行した. また, 背応力を考慮することで再降伏応力が低下し, 実験結果を適切に予測できないことが分かった.

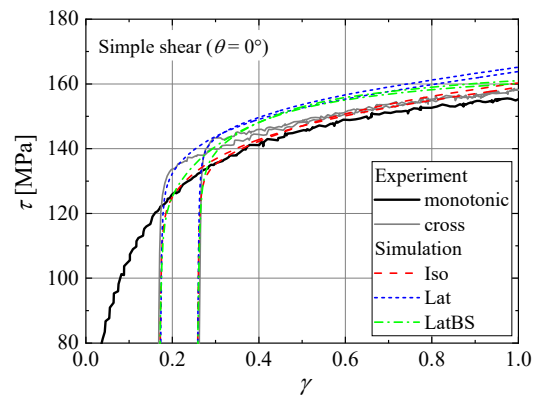


図 5 交差負荷試験における応力-ひずみ曲線. 実験結果と Iso, Lat, LatBS モデルを用いた結晶塑性解析結果の比較.

4.4 二軸引張試験

二軸引張試験を実施して, 次の方法で実験結果を整理した. まず, $\theta = 0^\circ$ (RD) の単軸引張の結果より, 引張方向の塑性ひずみが $\epsilon_0^p = 0.002, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$ に達する時の塑性仕事を求めた. そして, 二軸引張試験の結果に対しても塑性仕事を求め, 単軸引張の塑性仕事と等価な塑性仕事を消費する瞬間の 2 軸引張の流動応力を同定した. このように同定した流動応力を図 6 に示す. 図中には Iso, LatBS モデルによる結晶塑性解析の結果も示した. 両モデルによる予測結果はほとんど同じである. $\epsilon_0^p = 0.002$ の初期降伏直後では等二軸引張近傍の予測結果が実験値より低い. $\epsilon_0^p = 0.01, 0.02, 0.03$ では, 実験結果と結晶塑性解析の結果はおおむね一致している. $\epsilon_0^p = 0.04, 0.05$ では, 等二軸引張において結晶塑性解析は流動応力を過小に予測し, 平面ひずみ引張近傍においては過大に予測している. なお, 結晶塑性解析の結果において, 二軸引張の流動応力を RD 単軸引張の流動応力で除した正規化流動応力は同一点に一致していることを確認している. すなわち, 結晶塑性解析では異方硬化挙動は予測されなかった. 言い換えると, 実験結果は平面ひずみ近傍の流動応力が塑性変形の進展に伴って相対的に低下する異方硬化挙動を呈したが,

結晶塑性解析ではその挙動は予測されなかった。なお、Lat, IsoBS モデルによる結晶塑性解析の結果は Iso, LatBS モデルの結果とほぼ一致した。

次に、二軸引張試験において測定したひずみ経路を図7に示す。なお、Iso モデルを用いた結晶塑性解析の結果も同図に示す。荷重比 $F_x:F_y = 3:4, 4:3$ において、実験値と予測値に差が確認できる。しかしながら、それ以外の荷重比については、実験値と予測値はよく一致している。したがって、全体的には実験の傾向を予測できていると言える。なお、Lat, IsoBS, LatBS モデルによる結果は、Iso モデルによる結果とほとんど一致することを確認している。

以上の結果より、二軸引張の流動応力およびひずみ経路の予測に潜在硬化および背応力が与える影響はほぼないことが分かった。

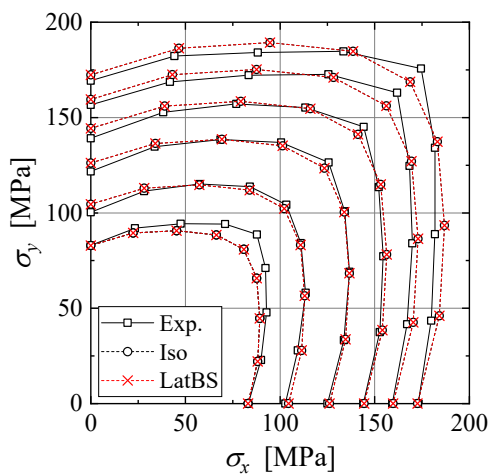


図6 二軸引張試験および Iso, LatBS モデルを用いた結晶塑性解析における $\epsilon_0^p = 0.002, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$ での流動応力。

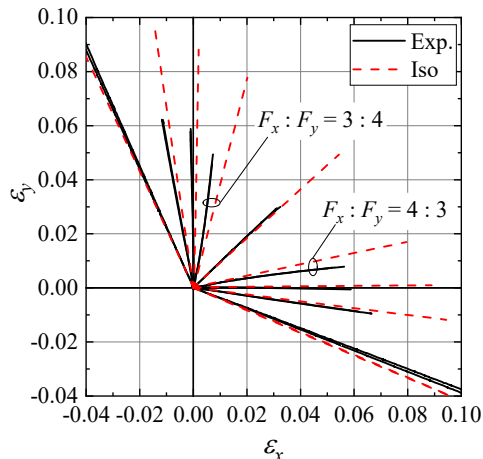


図7 単軸および二軸引張におけるひずみ経路。実験値と Iso モデルを用いた結晶塑性解析結果の比較。

5. 結言

本研究では、A5052-O を供試材として、単軸引張、二軸引張、単純せん断による反転負荷、単軸引張と単純せん断

を組み合わせた交差負荷を負荷し、塑性変形特性を測定した。また、結晶塑性解析において、転位の発達の影響を背応力と潜在硬化によって表し、それらが塑性変形特性に与える影響を検討した。得られた結論は以下の通りである。

- 1) 反転負荷試験において、反転するひずみが $\gamma = 0.22$ の時に応力低下量が最大となった。その後、反転ひずみが増加すると応力低下量は減少した。交差負荷では、再降伏応力が単調負荷の流動応力より上昇し、加工硬化率は低下するような交差効果挙動を呈した。その後、塑性変形に伴って、流動動力は単調負荷のそれに漸近した。
- 2) 結晶塑性解析において、潜在硬化と背応力は単軸引張と二軸引張の流動応力、 R 値、ひずみ経路の異方性にほとんど影響を与えないことが分かった。
- 3) 潜在硬化係数を 1.4 とした結晶塑性解析では、交差負荷において、再降伏応力およびその後の流動応力は単調負荷より高くなり、有意な交差効果が予測される。
- 4) 背応力を考慮することで、反転負荷の再降伏応力の低下が予測できる。ただし、同時に、交差負荷の再降伏応力も低下することが明らかとなった。

参考文献

- 1) 桑原利彦, 吉田健吾: 軽金属, **65** (2015), 164-173.
- 2) 濱崎洋: 軽金属, **65** (2015), 536-541.
- 3) T. Kuwabara: Int. J. Plast., **23**(2007), 385-419.
- 4) S. Bouvier, H. Haddadi, P. Levée and C. Teodosiu: J. Mater. Process. Technol., **172** (2006), 96-103.
- 5) R. K. Boger, R. H. Wagoner, F. Barlat, M. G. Lee and K. Chung: Int. J. Plast., **21** (2005), 2319-2343.
- 6) F. Barlat, H. Aretz, J. W. Yoon, M. E. Karabin, J. C. Brem and R. E. Dick: Int. J. Plast., **21** (2005), 1009-1039.
- 7) F. Yoshida, H. Hamasaki and T. Uemori: Int. J. Plast., **45** (2013), 119-139.
- 8) C. Teodosiu and Z. Hu: Simulation of materials processing: theory, methods and applications, ed. by S. F. Shen and P. R. Dawson, Balkema, 173-182.
- 9) F. Yoshida and T. Uemori: Int. J. Plast., **18** (2002), 661-686.
- 10) F. Barlat, J. Ha, J. J. Grácio, M. G. Lee, E. F. Rauch and G. Vincze: Int. J. Plast., **46** (2013), 130-142.
- 11) 橋本圭右, 山中晃徳, 川口順平, 櫻井健夫, 桑原利彦: 軽金属, **65** (2015), 196-203.
- 12) K. Yoshida, A. Ishii and Y. Tadano: Int. J. Plast., **53** (2014), 17-39.
- 13) B. Peeters, S. R. Kalidindi, C. Teodosiu, P. Van Houtte and E. Aernoudt: J. Mech. Phys. Solids, **50** (2002), 783-807.
- 14) W. Wen, M. Borodachenkova, C. N. Tomé, G. Vincze, E. F. Rauch, F. Barlat and J. J. Grácio, Acta Mater., **111** (2016), 305-314.

- 15) G. Cailletaud: *Int. J. Plast.*, **8** (1992), 55–73.
- 16) C. Gerard, G. Cailletaud and B. Bacroix: *Int J. Plast.* **42** (2013), 194–212.
- 17) E. F. Rauch, J. J. Gracio and F. Barlat, A. B. Lopes, J. Ferreira Duarte: *Scripta Mater.*, **46** (2002), 881–886.
- 18) H. Zhang, M. Diehl, F. Roters and D. Raabe; *Int. J. Plast.*, **80** (2016), 111–138.
- 19) Z. Feng, S. Y. Yoon, J. H. Choi, T. J. Barrett, M. Zecevic, F. Barlat and M. Knezevic: *Mech. Mater.*, **148** (2020), 103422.
- 20) S. Bouvier, B. Gardey, H. Haddadi and C. Teodosiu: *J. Mater. Process. Technol.*, **174** (2006), 115–126.
- 21) H. Haddadi, S. Bouvier, M. Banu, C. Maier and C. Teodosiu: *Int J. Plast.*, **22** (2006), 2226–2271.
- 22) K. Yoshida and N. Okada: *Int. J. Plast.*, **127** (2020), 102639.
- 23) J. L. Chaboche: *Int. J. Plast.*, **2** (1986), 149–188.
- 24) M. G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, R. Wagoner and K. Chung: *Int. J. Plast.*, **23** (2007), 1189–1212.
- 25) H. Wang, Y. Yan, M. Wan and X. Wu: *Int. J. Solids Struct.*, **49** (2012), 3693–3710.