せん断加工シミュレーションにおける破断表現の改善と破断条件測定手法の確立

鳥取大学学術研究院　工学系部門
准教授　松野　崇
（平成 29 年度 奨励研究助成 A（若手研究者）AF-2017038）

キーワード：せん断加工，有限要素法，分岐理論，延性破壊

1．緒言

自動車用高張力鋼板のせん断加工においては，伸びフランジ性や疲労強度，遅れ破壊耐性の向上が課題である．これらの特性はせん断切り口の加工硬化や残留応力，凹凸に強く影響を受ける[1)-3)]．有限要素法（FEM）によるせん断加工シミュレーションによってこれらを予測することができれば適切な工具と工程の設計ができるが，現状ではいくつかの課題が存在する．

まず，破断面性状をシミュレーション上で再現するには，広く使われるような要素剛性低減（あるいは要素削除）による破壊の表現を改良する必要がある[4)]．また，せん断加工が行われるような薄鋼板では板材引張試験により機械的特性を取得するが，この試験ではシミュレーションに必要となる延性破壊の条件を取得することが難しい[5)]．

本研究ではこれら 2 つの課題の解決を図るべく，要素剛性低減に代わる亀裂線追加法の検討，および小丸棒引張試験による破断ひずみと応力 3 軸度の測定を行った．

本報告書では亀裂線追加法の検討として，亀裂線の方向決定に Ito-Goya の弾塑性接線剛性行列と組み合わせた分岐理論を用いる場合の構成則の導出とシミュレーションの結果を示す．また，小丸棒引張試験の検討として，破断ひずみまでの大変形域応力・ひずみ線図の計測と FEM による応力 3 軸度の導出の結果を示す．応力 3 軸度については放射光により実測した結果と比較し, その妥当性を検証した．

2. 亀裂線追加法による破断表現

2・1 亀裂線追加法の概要

本手法においては，図 1 に示すような破壊判定された要素の集合を一つの破壊領域とし，一つの破壊領域ごとに一つの亀裂線を導入する．この場合の各要素の破壊判定は何らかの延性破壊モデルを用いて行う．

1 ステップで追加される亀裂は直線であることを仮定する．破壊領域に所属し，かつ，表面に位置する節点の中で損傷値（所属する要素の値を平均して算出）が最も高いものを亀裂線の始点と定める．亀裂線の方向は破壊領域に属する要素全体の応力の平均値より算出する．亀裂線と破壊領域境界の交点を亀裂線の終点とする．

亀裂線の始点は外形線上にあるので，始点に 2 重節点を配せば亀裂表面が新たな外形線として追加されることになる．これらをリメッシュのステップごとに繰り返す事でせん断加工における亀裂発生や伝播を表現する．節点分離法に類似すると思われるかもしれないが，この亀裂線追加法においては亀裂終点を他の節点と独立に定める．既存の節点分離法とは明確に異なる手法である事を強調したい．

なお，今回の解析ではリメッシングプログラムの都合上から表面節点が破壊領域に存在する場合においてのみ亀裂線を発生させた．すなわち，内部破壊は無いものとした．また，始点と方向によっては亀裂線が破壊領域内に存在しない場合も起こりうるが，このような場合においては新たな亀裂線は生成しないと仮定した．

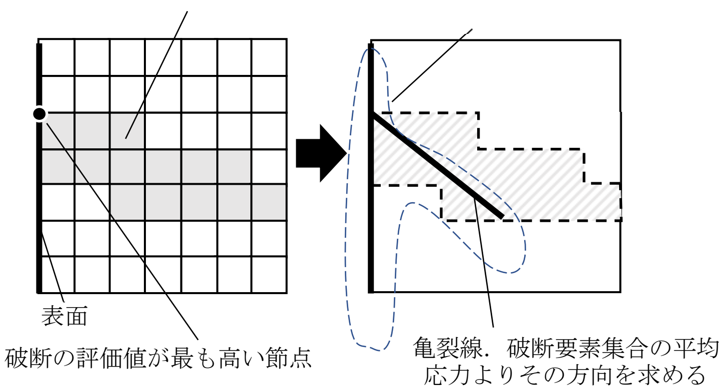


図 1　亀裂線追加法の概要

2・2 分岐理論

亀裂進展方向を決定づける上で必要な，分岐理論の定式を示す．ここでは Storen&Rice[6)] によって提案された分岐界面の速度差に関する定式を用いる．以下，図 2 の分岐界面（せん断帯）のモデルを使い, その理論について紹介する．

図 2 内の$\boldsymbol{g}$をせん断帯内部と外部の速度差の空間勾配とするとき，せん断帯内部の速度勾配$\boldsymbol{L}^{\partial\Omega}$は外部の速度勾配$\boldsymbol{L}^{\Omega}$を用いて，

$$\boldsymbol{L}^{\partial\Omega} = \boldsymbol{L}^{\Omega} + \boldsymbol{g}\otimes\boldsymbol{n} \tag{1}$$

と表される．これより，せん断帯外部と内部に関して第 1 Piola–Kirchhoff 応力の速度はそれぞれ

$$\dot{\boldsymbol{S}}^{\Omega} = \boldsymbol{A}^{\Omega}\boldsymbol{L}^{\Omega} \tag{2}$$

$$\dot{\boldsymbol{S}}^{\partial\Omega} = \boldsymbol{A}^{\partial\Omega}\boldsymbol{L}^{\partial\Omega} = \boldsymbol{A}^{\partial\Omega}\left(\boldsymbol{L}^{\Omega} + \boldsymbol{g}\otimes\boldsymbol{n}\right) \tag{3}$$

となる．ここで，

$$A_{ijkl} = D_{ijkl} + \frac{1}{2}\left(\sigma_{ik}\delta_{jl} - \sigma_{il}\delta_{jk} - \sigma_{jl}\delta_{ik} - \sigma_{jk}\delta_{il}\right) \tag{4}$$

であり，$\boldsymbol{D}$ は Jaumann 応力速度についての接線剛性，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力，δ はクロネッカーのデルタ関数となる．せん断帯発生直前まで一様な応力・ひずみ分布であることを仮定して$\boldsymbol{A}^{\Omega} = \boldsymbol{A}^{\partial\Omega} \equiv \boldsymbol{A}$とすれば，式(2)と(3)からせん断帯外部と内部の第 1 Piola–Kirchhoff 応力速度の差は，

$$\Delta\dot{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{g}\otimes\boldsymbol{n}) \tag{5}$$

となる．せん断帯の法線方向において第 1 Piola–Kirchhoff 応力速度が連続であることを考慮すれば

$$\Delta\dot{\boldsymbol{S}}\cdot\boldsymbol{n} = \boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{g}\otimes\boldsymbol{n})\cdot\boldsymbol{n} = \boldsymbol{0} \tag{6}$$

であり，式(6)をさらに書き下せば

$$\left(A_{ijkl}n_j n_l\right)g_k = 0 \tag{7}$$

となる．さらに

$$Q_{ik} = A_{ijkl}n_j n_l \tag{8}$$

となるテンソル$\boldsymbol{Q}$を定義して式(6)は

$$\boldsymbol{Q}\cdot\boldsymbol{g} = \boldsymbol{0} \tag{9}$$

と表される（$\boldsymbol{Q}$は音響テンソルと呼ばれる）．式(9)より$\boldsymbol{Q}$が特異となる場合に$\boldsymbol{g}$が $\boldsymbol{0}$ 以外の解を有する．$\boldsymbol{g}$の定義より，このような場合にせん断帯が発生すると見做すことができる．

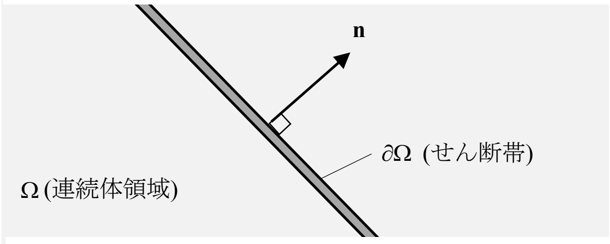


図 2 せん断帯の模式図

2・3 Ito-Goya の弾塑性接線剛性テンソル

式(4)から分かるように，分岐問題を解くうえではどのような接線剛性を用いるかが重要となる．本報では既に実績のある接線剛性として，伊藤と呉屋ら [6]により提案された等方性の剛塑性接線剛性テンソルに弾性を考慮したものを用いる（以下, Ito-Goya の弾塑性接線剛性テンソルと呼ぶ）．Ito-Goya の弾塑性接線剛性テンソルは一般的な J2 流れ則に応力増分依存性の項を加えたものとなる．以下にその導出を述べる．

Ito-Goya の剛塑性接線剛性における線形比較対則$\boldsymbol{D}^P$は偏差応力テンソル $\boldsymbol{s}$ により以下のように表される [6].

$$\boldsymbol{D}^P = S\left(\boldsymbol{E}_4 - T(\boldsymbol{s}\otimes\boldsymbol{s})\right) \tag{10}$$

ここで，

$$S \equiv \frac{2H'}{3K_c}, T \equiv \frac{3(1-K_c)}{2\bar{\sigma}^2}$$

であり$\boldsymbol{E}_4$は 4 階の単位テンソル，H'は比例負荷時の接線剛性係数，K_c は応力増分依存性を示す材料パラメータ，$\bar{\sigma}$は相当応力を表す．偏差応力増分は$\boldsymbol{D}^p$と塑性ひずみ増分$d\boldsymbol{\varepsilon}^p$との内積であり，式を見やすくするべく応力とひずみのベクトル（下添え字 *vec*）と接線剛性行列$\boldsymbol{D}^p_{mat}$による Voigt 標記（11→1, 22→2, 33→3, 12→4, 23→5, 31→6）で表せば下記の式(11)のようになる．

$$d\boldsymbol{s}_{vec} = \boldsymbol{D}^p_{mat}d\boldsymbol{\varepsilon}^p_{vec} \tag{11}$$

さらに，弾性ひずみ増分ベクトル$d\boldsymbol{\varepsilon}^e$と体積ひずみ増分$d\varepsilon_v$，および$\boldsymbol{E}_{vec} \equiv [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$により弾性偏差ひずみ増分ベクトル$d\boldsymbol{\varepsilon}^e_{dvec}$を以下のように定義する．

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^e_{dvec} \equiv d\boldsymbol{\varepsilon}^e - \frac{1}{3}d\varepsilon_v\boldsymbol{E}_{vec} \tag{12}$$

このとき, G をせん断弾性係数として偏差応力増分$d\boldsymbol{s}_{vec}$は

$$d\boldsymbol{s}_{vec} = 2Gd\boldsymbol{\varepsilon}^e_{dvec} \tag{13}$$

であるから，式(11)より

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^e_{dvec} = \frac{1}{2G}\boldsymbol{D}^p_{mat}d\boldsymbol{\varepsilon}^p_{vec} \tag{14}$$

となる．偏差ひずみに対する弾塑性接線剛性を$\boldsymbol{D}^{ep}_{dmat}$とすれば

$$d\boldsymbol{s}_{vec} = \boldsymbol{D}^{ep}_{dmat}\left(d\boldsymbol{\varepsilon}^e_{dvec} + d\boldsymbol{\varepsilon}^p_{vec}\right) \tag{15}$$

であり，単位行列（2 階の単位テンソル）を$\boldsymbol{E}_2$として式(14)より

$$ds_{vec} = \boldsymbol{D}^{ep}_{dmat}\left(\frac{1}{2G}\boldsymbol{D}^{p}_{mat} + \boldsymbol{E}_2\right)d\boldsymbol{\varepsilon}^{p}_{vec} \quad (16)$$

となる．式(11)と(16)を比較すれば

$$\boldsymbol{D}^{ep}_{dmat} = \boldsymbol{D}^{p}_{mat}\left(\frac{1}{2G}\boldsymbol{D}^{p}_{mat} + \boldsymbol{E}_2\right)^{-1} = \frac{S}{b}\{a\boldsymbol{E}_2 - T(\boldsymbol{s}_{vec}\boldsymbol{s}^{T}_{vec})\} \quad (17)$$

を得る．ここで，

$$S^* \equiv \frac{S}{2G}, a \equiv 1 + S^* - S^*T|\boldsymbol{s}_{vec}|^2, b \equiv (1 + S^*)a$$

である．体積ひずみ増分$d\varepsilon_v$も考慮して応力ベクトルの増分を求めれば，Kを体積弾性係数として

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{\sigma}_{vec} &= \boldsymbol{D}^{ep}_{mat}d\boldsymbol{\varepsilon}_{vec} \\ &= \boldsymbol{D}^{ep}_{dmat}d\boldsymbol{\varepsilon}_{dvec} + Kd\varepsilon_v\boldsymbol{E}_{vec} \\ &= \boldsymbol{D}^{ep}_{dmat}d\boldsymbol{\varepsilon} + \left(K - \frac{1}{3}a\right)d\varepsilon_v\boldsymbol{E}_{vec} \quad (18) \end{aligned}$$

となる．ここから求まる弾塑性接線行列$\boldsymbol{D}^{ep}_{mat}$をさらにテンソル形式に戻すことで，弾塑性接線剛性テンソル$\boldsymbol{D}^{ep}$は以下のように求まる．

$$\boldsymbol{D}^{ep} = \frac{S}{b}\{a\boldsymbol{E}_4 - T(\boldsymbol{s}\otimes\boldsymbol{s})\} + \left(K - \frac{1}{3}a\right)(\boldsymbol{E}_2\otimes\boldsymbol{E}_2) \quad (19)$$

この弾塑性接線テンソル$\boldsymbol{D}^{ep}$の各成分を式(4)の D_{ijkl} に代入する事で分岐条件式が導かれる．

2・4 せん断加工シミュレーション例

図 3 に示す軸対称 2 次元の条件のもとに亀裂線追加法によるシミュレーションを実施した．被加工材としては590MPa 級の高張力鋼の変形抵抗（Swift 則）

$$\sigma_y(\bar{\varepsilon}_p) = 843(\bar{\varepsilon}_p + 0.00465)^{0.106} \quad (20)$$

とし，等方性を仮定して Mises の降伏関数を用いた．ここで$\sigma_y(\bar{\varepsilon}_p)$は降伏応力，$\bar{\varepsilon}_p$は相当塑性ひずみである．

破壊条件式は以下の式(21)に示される一般化 Cockcroft-Latham の延性破壊条件式を用いた．式(21)の左辺が材料固有の値である C を超えた際に破壊が生じるモデルとなる．本報においては C として単純に 1.0 を設定した．なお，式(21)中のσ_{max}は最大主応力，$\bar{\sigma}$は相当応力である．

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_p} \frac{\sigma_{max}}{\bar{\sigma}} d\bar{\varepsilon}'_p = C \quad (21)$$

図 4 にシミュレーション結果を示す．図 4 の結果より，亀裂線追加法に Ito-Goya の流れ則を用いた分岐論の組み合わせることでせん断加工中の亀裂停留（タング）が表現できていることが確認できる．これは従来の要素剛性低減法では表現できなかったものであり，切り口の粗さとともに，加工硬化や残留応力を増す[4]．今後は定量的な妥当性の検証を進めていかなければならない．

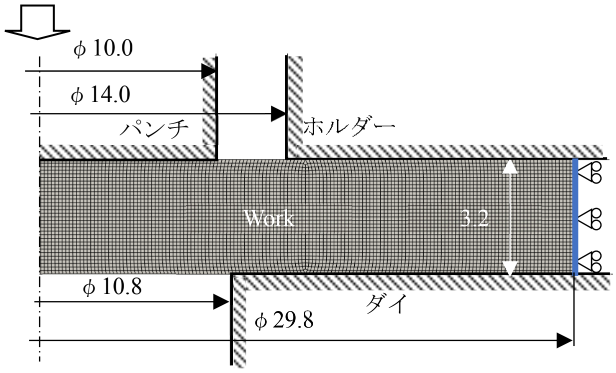


図 3 FEM 解析のモデルと境界条件

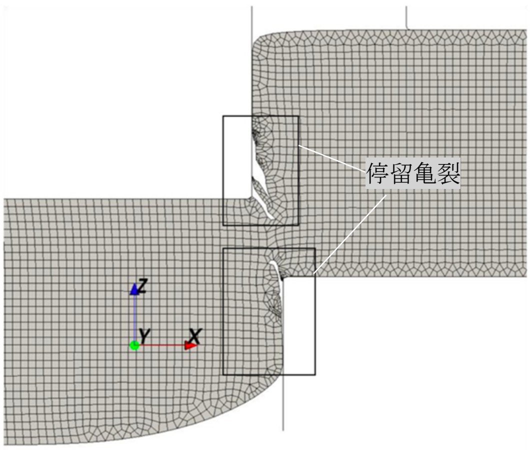


図 4 亀裂線追加法による解析結果

3. 小丸棒引張試験による薄板材の破断条件評価

3・1 大変形域の変形抵抗

自動車鋼板のような 1～3 mm 厚程度の薄板から切り出すことができるように，平行部の直径を 1.0 mm として小丸棒引張試験片を設計した．図 5 にその形状を示す．図 5 より試験機への固定部は直径 2.5 mm となっており，供試材の板厚を超えてしまう場合がある．そのような場合は電子線溶接により 3 枚重ねた状態として切り出す，あるいは固定部のみ板面を残すような形状とする．

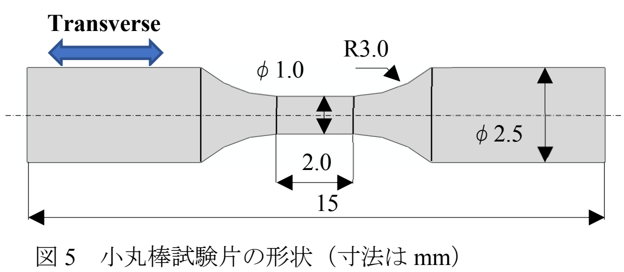


図 5 小丸棒試験片の形状（寸法は mm）

丸棒引張試験片の固定はねじ式が一般的であるが，小丸棒試験片ではその大きさゆえにネジを切る事が難しい．また，試験片固定部に板面が残った場合にはそもそもネジを設けることが不可能である．そのため，試験片は図 6 のごとく試験片ホルダーに引っ掛けることで固定する．

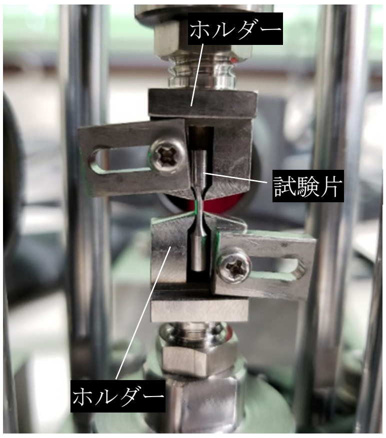


図 6 試験機のホルダーに固定された小丸棒試験片

伸び計やひずみ計を取り付けることも試験片のサイズのために困難なため，試験片の直径を LED 投影式の 2 次元寸法測定器（Keyence 社製 TM006）により計測し，ひずみへ変換する．本方式により，試験片のくびれ以降の応力・ひずみ関係も計測する事が可能となる．試験片の初期径を d_{ini}，引張中の最小径を d_m とすれば，真ひずみ $\bar{\varepsilon}_t$ は以下のように表される．

$$\bar{\varepsilon}_t = 2\ln\left(\frac{d_{ini}}{d_m}\right), \tag{22}$$

真応力 σ_t は計測荷重を F として，

$$\sigma_t = \frac{4F}{\pi d_m^2}. \tag{23}$$

である．

試験片がくびれた後は多軸応力状態となるため，計測される真応力・真ひずみは素材の変形抵抗そのものとはならない．流動応力を得るためには静水応力分を真応力より除く必要がある．そこで，本課題においては FEM を使った小丸棒引張シミュレーションの結果を計測値と合わせこむことでくびれ以降の大変形域を含む領域で変形抵抗を求めた．

変形抵抗の同定に際しては，相当塑性ひずみの関数により流動応力 $\sigma_y(\bar{\varepsilon}_p)$ を表し，その係数を求めた．式(20)のような Swift 則では大変形域にて流動応力が高めとなってしまったため，以下のように Swift 則を修正して用いた．

$$\sigma_y(\bar{\varepsilon}_p) = (1-a)\sigma_{ys}(\bar{\varepsilon}_p) + a\sigma_{yl}(\bar{\varepsilon}_p) + b. \tag{24}$$

ここで，

$$\sigma_{ys}(\bar{\varepsilon}_p) = K_1(\bar{\varepsilon}_p + c_1)^{n_1} \tag{25}$$

$$\sigma_{yl}(\bar{\varepsilon}_p) = K_2(\bar{\varepsilon}_p + c_2)^{n_2} \tag{26}$$

$$a = \frac{1}{2}\tanh(A(\bar{\varepsilon}_p - \bar{\varepsilon}_{switch}) + 1) \tag{27}$$

$$b = \sigma_{yl}(\bar{\varepsilon}_{switch}) - \sigma_{ys}(\bar{\varepsilon}_{switch}) \tag{28}$$

である．式(24)は係数が異なる２つの Swift 則による流動応力 $\sigma_{ys}(\bar{\varepsilon}_p)$ と $\sigma_{yl}(\bar{\varepsilon}_p)$ を $\bar{\varepsilon}_{switch}$ にて滑らかに繋げたものである．従来通り均一伸び域で $\sigma_{ys}(\bar{\varepsilon}_p)$ の Swift 則係数を同定し，一旦は従来の Swift 則で FEM を行う．ある塑性ひずみ以上で計測値と FEM の解析値がずれ始めるので，そのひずみを $\bar{\varepsilon}_{switch}$ としてそれ以降の $\sigma_{yl}(\bar{\varepsilon}_p)$ としての Swift 則係数を新たに同定する．大変形域側の Swift 則 $\sigma_{yl}(\bar{\varepsilon}_p)$ から定まる最大引張強度と初期降伏応力が均一伸び域に同じであると仮定すれば，式(26)の n_2 と $\bar{\varepsilon}_{switch}$ のみが従来の Swift 則に対して新たに追加された材料係数となる．

図 7 は 590MPa 級の高張力鋼を対象として本手法により計測された真応力・真ひずみ線図である．図 7 では FEM の解析結果も同時に示している．FEM には合わせこみ後の修正 Swift 則が用いられ，その結果として計測と FEM 解析結果は極めてよく一致している．ここで同定された最大引張強度と初期降伏応力，および修正された Swift 則における $\bar{\varepsilon}_{switch}$ 以下の 2 つの *n* 値を $\bar{\varepsilon}_{switch}$ の値とともに表 1 に示す．

せん断加工シミュレーションにおける塑性ひずみは 4 を超える事もあることから [4]，引張時の破断ひずみ（ 1 程度）はまだ不十分である．しかしながら，大変形域の変形抵抗の精度を確実に向上させることができたものと考える．

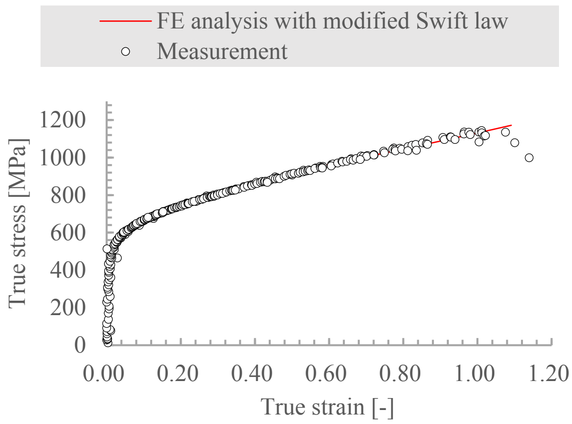


図 7 真応力・真ひずみの計測と FEM 解析値

表 1 機械的特性（図 7 の FEM へ入力）

初期降伏応力 [MPa]	引張強度 [MPa]	n_1	n_2	$\bar{\varepsilon}_{switch}$
300	610	0.15	0.07	0.45

3・2 破断直前の応力 3 軸度の導出

一般に破断ひずみは応力 3 軸度の増加とともに低下する．したがって，応力 3 軸度は破断条件に対して重要な役割を果たす．応力 3 軸度は試験片の形状から弾性場の簡易的な式を用いて導出するか，あるいは FEM で実験と同じ条件で解析を実施して求める．弾塑性解である FEM の精度がよい．ただし，FEM には 3.1 節に述べた大変形域の変形抵抗が導出される応力 3 軸度の精度に作用する．

本研究においては，修正された Swift 則を FEM へ入力することにより，応力 3 軸度の導出制度を向上させることができた．これは，兵庫県佐用町にある大型加速器施設 SPring-8 にて放射光による応力 3 軸度の直接測定を実施し，その精度を検証した結果である．SPring-8 においては図 8 に示す手動式の引張試験機により小丸棒試験片を引張り，ある変形量毎に応力 3 軸度を測定した．

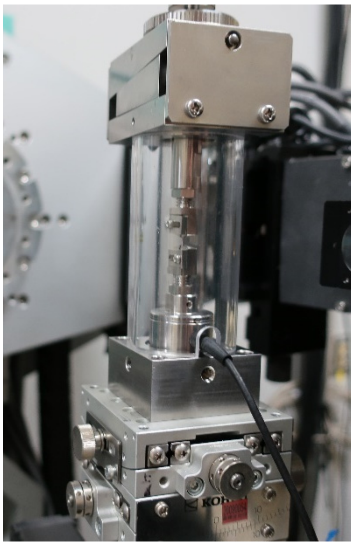


図 8　放射光測定で用いた手動式引張試験機

図 9 に応力 3 軸度の測定結果と FEM による導出結果を示す．対象とした素材は図 7 と同じ 590MPa 級の高張力鋼板である．比較としてオリジナルの Swift 則による FEM 解析結果も示している．破断直前の塑性ひずみ 1.0 のあたりに着目すれば，応力 3 軸度の実測結果は FEM の解析結果よりも高い．しかしながら，その差は修正 Swift 則を用いた FEM において 0.03 程度である．オリジナルの Swift 則ではそこからさらに値が低下するので，修正された Swift 則により解析された応力 3 軸度の精度がよいと見なせる．

図 10 は破断直前（塑性ひずみ 1.0 程度）の試験片形状における FEM と実際のものの比較となる．FEM と実物で非常によく一致していることが分かる．修正されたものとオリジナルの Swift 則でほとんど形状に違いはない．そのため，主として流動応力の違いが応力 3 軸度の解析結果に影響している．

前述の通りせん断加工において塑性ひずみは 4 以上となる．これは圧縮の静水応力によるものであるので，せん断加工シミュレーションの高精度化のためには低応力 3 軸度における破断ひずみも同定しなければならない．400 MPa の高圧下での引張試験も試行しており [7]，今後はこの試験を組み合わせる事で広い範囲の応力 3 軸度における破断条件を同定していきたいと考える．

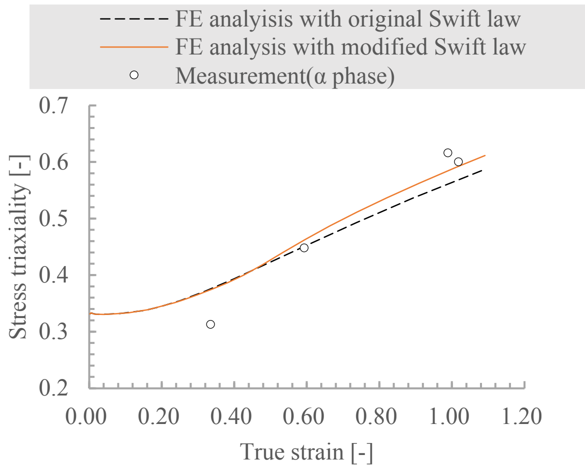
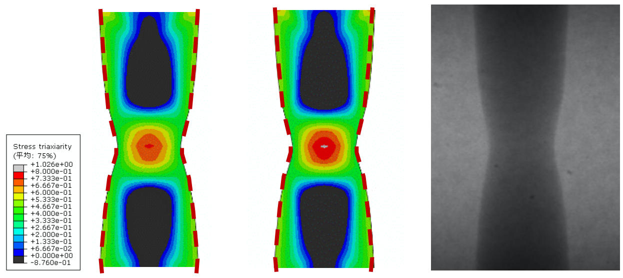


図 9　応力 3 軸度の実測値と FEM 解析値



(a) FEM （オリジナル Swift 則）　(b) FEM （修正 Swift 則）　(c) X 線透過像

図 10　破断直前の試験片形状

4. 結言

本報ではせん断加工時の亀裂方向を分岐理論より求めるというコンセプトのもと，その準備として分岐条件式，およびこれに用いられる弾塑性接線テンソルを Ito-Goya の等方性の構成則より導出した．さらに実際にシミュレーションを実施し，従来の要素剛性低減では不可能であった停留亀裂を再現する事に成功した．

また，せん断加工シミュレーションには高精度な破断条件が必須であるが，バルク材と同様の手法で薄板材においても小丸棒引張試験と FEM との組み合わせにより破断ひずみと応力 3 軸度を導出することができた．これは大変形域の流動応力を修正された Swift 則により適切に表現可能となった結果である．FEM による応力 3 軸度の導出結果は放射光測定と比較され，その精度の妥当性が検証された．

今後は亀裂線追加法の精度検証を進め，低応力 3 軸度側の破断条件と組み合わせてせん断加工シミュレーションの更なる高精度化を目指す．

謝　辞

本研究を遂行するに当たり，本助成金を有用に使わせていただいた．民間企業から転出したばかりの予算が少ない時期に助成をいただくことができ，大変ありがたい予算となった．また，未熟ゆえに当初の計画に対していくばくかの変更を余儀なくされたが，テーマの変更についても天田

財団より快く許可をいただくことができた．ここに謝意を表す．今後も塑性加工の分野に貢献をしていきたい．

参考文献

1) Matsuno， T., Kuriyama, Y., Murakami, H., Yonezawa, S., Kanamaru, H.: Steel Res. Int., 81-9(2010), 853-856.

2) 松野崇・瀬戸厚司・末廣正芳・吉田佳典 : 塑性と加工, 55-638（2014），228-232.

3) 松野崇,・佐藤浩一・上西朗弘・樋口成起・増田哲也・清水崇行：塑性と加工，56-649（2015），137-142.

4) Matsuno, T, Seto, A, Suehiro, M, Kuriyama, Y, Murakami, H: Proceedings of IDDRG2012，（2012）， 134-140.

5) Storen, S. & Rice, J.R.： J. Mech. Phys. Solids, **23**(1975), 421-441.

6) 伊藤耿一・呉屋守章・大津 清 : 機論 A，**55**-520(1989), 2475-2480.

7) Matsuno, T, Shoji, H, Ohata, M: Procedia Manufacturing, **15**(2018), 869-876.