

# 延性破壊条件式を用いた板材の成形限界予測法の確立

京都大学エネルギー科学研究科 エネルギー応用科学専攻

助教授 宅田 裕彦

(平成9年度研究開発助成AF-97009)

キーワード：板材成形，成形限界，延性破壊条件式

## 1. 研究の目的と背景

板材を単軸引張試験すると、一様変形の後、まず幅方向にかなり広域でくびれ始め、さらに局所的に板厚方向にくびれ、破断にいたるのが一般的である。前者を拡散くびれ、後者を局部くびれと呼ぶが、板材の成形では、破断に先だつてこのような塑性不安定現象が現れる。特に局部くびれは、その発生がすなわち成形限界としてとらえられる。このため、これまで板材の成形限界の理論的予測方法は、局部くびれの発生を予測する、塑性不安定理論あるいは分岐理論によって発展してきた。Swift<sup>1)</sup>、Hill<sup>2)</sup>に始まり、M-K理論<sup>3)</sup>、S-R理論<sup>4)</sup>と呼ばれるものがその代表である。我が国でも、山口、後藤、伊藤など多くの研究者が、さらにそれらの発展、改良に努めている<sup>5-7)</sup>。

近年、材料の軽量化や高機能化などから、板材成形の分野でもこれまで成形の対象としてこなかったような材料、さらには積層複合材料などへの対応がせまられている。材料によっては、上記の理論解析では成形限界の予測が不可能、とまでは言えなくてもかなり困難な場合がある。例えば、単軸引張試験の結果が図1のような3種類の材料を考える。材料Aは局部伸びも充分大きな材料で、仮に上記の理論解析に適した材料であるとする。それに対して材料Bは一様伸びは材料Aと同じであるが、局部伸びが非常に小さな材料、さらに、材料Cはまだ加工硬化中にくびれの発生無しにいきなり破断するような材料である。材料Bの例はアルミニウム合金板な

どでよく見られるし、材料Cは延性のやや乏しい材料に見られる。これらの板材の成形限界は互いに異なるのは言うまでもない。しかし、これらの材料の変形抵抗をつぎのような単純な式で近似すると、

$$\sigma = Ke^n \quad (1)$$

K値やn値は全く同じ値になる。とりわけ加工硬化指数n値は、上記の理論では大きな役割をはたしており、極論すれば、この変形抵抗式からは3種類の材料の成形限界は同じであるという予測がなされる。もっともこれは、ひずみ全域について1つの式で近似しているからであつて、もっと細かく分けるべきであるという議論はよくなされる。降伏条件式なども含めて、塑性構成式を改良し、各材料の特性を的確に表現することによって、あくまで上記理論を発展させた形でも解決されるかもしれない。

筆者は決してこのようなアプローチを否定するわけではないが、しかし、もう少しシンプルで、違った観点からのアプローチもあつてもよいのではないかと考える。局部くびれ発生の予測という観点にとらわれず、破断そのものの発生を予測すればよい。この観点に立って、延性破壊条件式を板材の成形限界予測に導入することを、筆者らは最近の一連の研究<sup>8-10)</sup>によって提案してきた。本研究では、その方法を発展・確立させるためにいくつかの問題点を明らかにするとともに、適用例を広げる努力をしてきた。以下に報告する。

## 2. 延性破壊条件式

延性破壊条件式を使って破断の予測をすることは、冷間鍛造や押出しなどのバルク材の成形分野では従来より試みられており<sup>11-14)</sup>、それ自体は特に目新しいものではない。また、延性破壊条件式も古くから数多く提案されている。その多くは、変形中の材料の巨視的な応力・ひずみ状態に関して、破断に達する条件を種々の仮説に基づき、簡単な式で記述したものである。変形履歴を考慮できるものとそうでないもの、一般の3軸応力状態に適用できるものとそうでないものなどの優劣はあるが、また、100%完全な式などないのも言うまでもない。しかし、その簡便さゆえにこれらの条件式は大きな魅力を持っている。種々の延性破壊条件式をバルク材の加工に適用して比較検討している例が、Cliftら<sup>15)</sup>、Wifflerら<sup>16)</sup>の論文に見られる他、後藤の解説記事<sup>17)</sup>でも詳しく述べられている。

さて、大矢根は、変形の進行に伴いポイドの発生により、材料の相対密度がある値まで低下したときに破断するという規準から、条件式をつぎのように与えている<sup>18)</sup>。

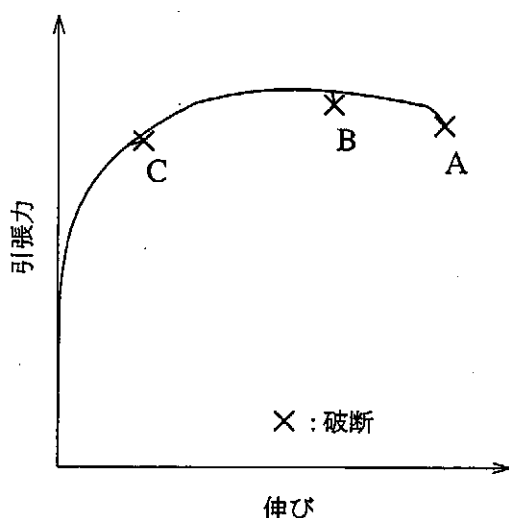


図1 引張試験における延性の違い

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \left( \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} + a \right) d\bar{\epsilon} = b \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\epsilon}_f$ は破壊が生じた部分の相当ひずみ、 $\sigma_m$ は静水圧応力、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 $\bar{\epsilon}$ は相当ひずみ、 $a$ および $b$ は材料定数である。

筆者らは、これまでの一連の研究でこの大矢根の条件式を採用してきた。その理由は、変形履歴を考慮できること（特に板材成形を扱う上では不可欠と思われる）、有限要素シミュレーションに組込むのに簡便であること、また、既に冷間鍛造などに適用されて高い信頼性を得ていることなどである。他にもこのような要件を満たす条件式はいくつかあるということも筆者も報告しているが<sup>(19)</sup>、ここでは大矢根の条件式的をしぼって記述を進めたい。

### 2.1 成形限界線図 (FLD) との関係

成形限界線図 (FLD) は、一般にはひずみ比 $\beta$ 一定の単純な変形経路で表されるが、それにもかかわらず、板材の成形限界予測によく用いられる。まず、この成形限界線図と大矢根の条件式との関係を確かめておきたい。

図2は、2種類のアルミニウム合金板の2軸引張試験によって得られた成形限界線図である<sup>(20)</sup>。白丸は破断部周辺でのひずみ、黒丸は破断部そのもののひずみである。この図からわかることは2つある。1つは、等2軸引張 ( $\beta = \epsilon_2/\epsilon_1 = 1$ ) に近づくにつれて白丸と黒丸で表されるひずみの差が小さくなる。すなわち、一樣変形後のくびれの量が小さくなること。もう1つは、黒丸で表される破断部のひずみ、いわゆる極限変形能が直線的に分布していることである。これらは、古くから吉田ら<sup>(21)</sup>の種々の鋼板を使った実験でも指摘されている。Yamaguchiら<sup>(22)</sup>は、軟鋼板を用いた2軸引張試験における破断部の断面形状を、図3のように観察している。等2軸引張付近では明瞭なくびれを生じる以前に破断している様子がよくわかる。Yamaguchiらは、このことと大矢根の条件式とを以下のように関係付けている。

2軸引張試験中の静水圧応力と相当応力、および相当ひずみ増分と最大主ひずみ増分の関係は、Misesの降伏条件式およびLevy-Misesの式を用いると、次式のように与えられる。

$$\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{1 + \beta}{\sqrt{3(1 + \beta + \beta^2)}} \quad (3)$$

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{4}{3}(1 + \beta + \beta^2)} d\epsilon_1 \quad (4)$$

これを図示すると図4のようになる。 $\beta$ が増加して等2軸引張に近くなるほど、静水圧応力および相当ひずみは相対的に大きくなり、延性破壊が生じやすくなると説明される。

さて、では大矢根の条件式からはどのような成形限界線図が得られるのだろうか。ひずみ比 $\beta$ が一定の場合、材料定数 $a$ 、 $b$ と $\beta$ を与えると、式(2)-(4)から簡単に破断ひずみが計算できる。適当な値を $a$ 、 $b$ に与えて算出した成形限界線図を図5に示す。いずれも成形限界は直線的な分布となっている。また、それらの物理的な意味はさておいても、 $a$ と $b$ の組み合わせによって種々の分布を表すことができるこ

とがわかる。図2の破断部のひずみは、必ずしも最後までひずみ比一定ではなく、平面ひずみ引張 ( $\beta = 0$ ) へと移行するので、厳密には図5の分布と比較できないものの、図2と図5より、板材の極限変形能が大矢根の条件式によって与えられることがわかる。

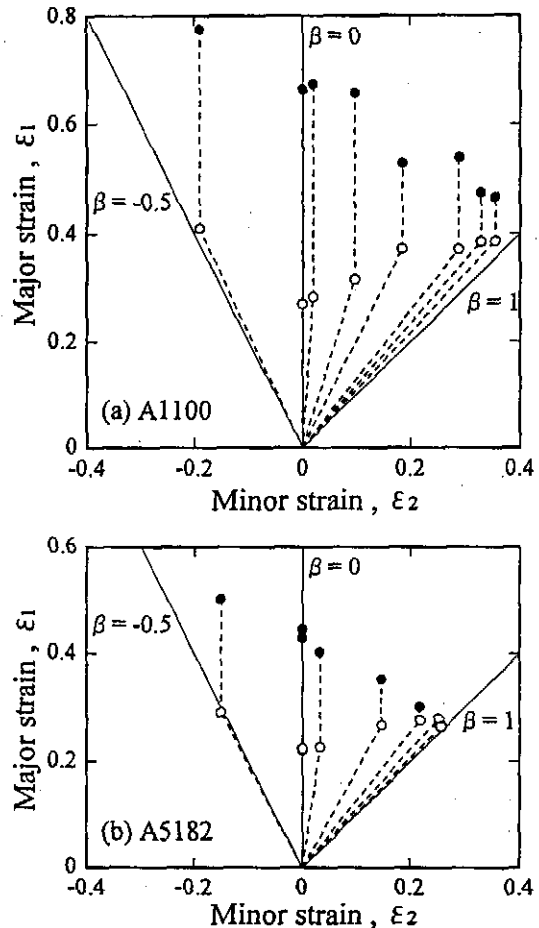


図2 アルミニウム合金板の2軸引張りにおける成形限界

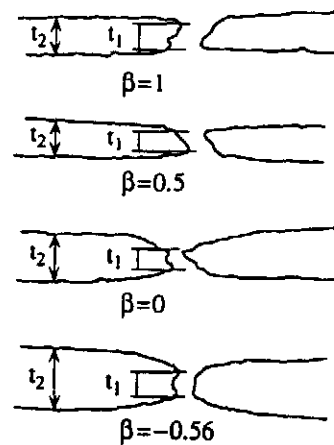


図3 2軸引張試験における破断部の断面形状<sup>(22)</sup>

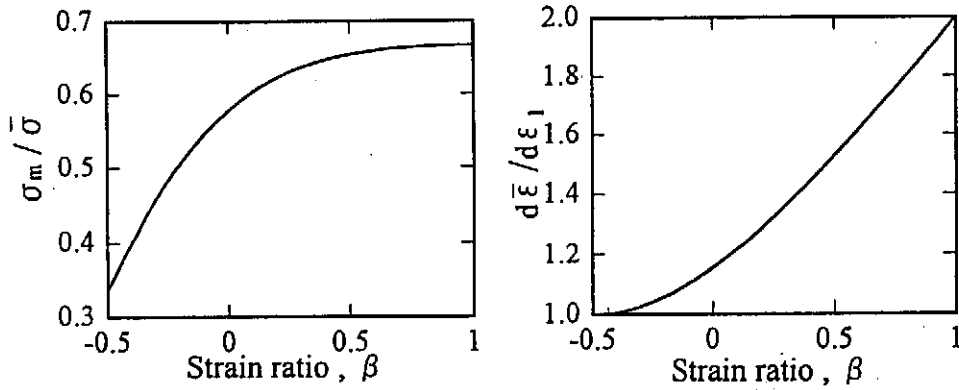


図4 2軸引張りにおける静水圧応力、相当ひずみ増分とひずみ比の関係

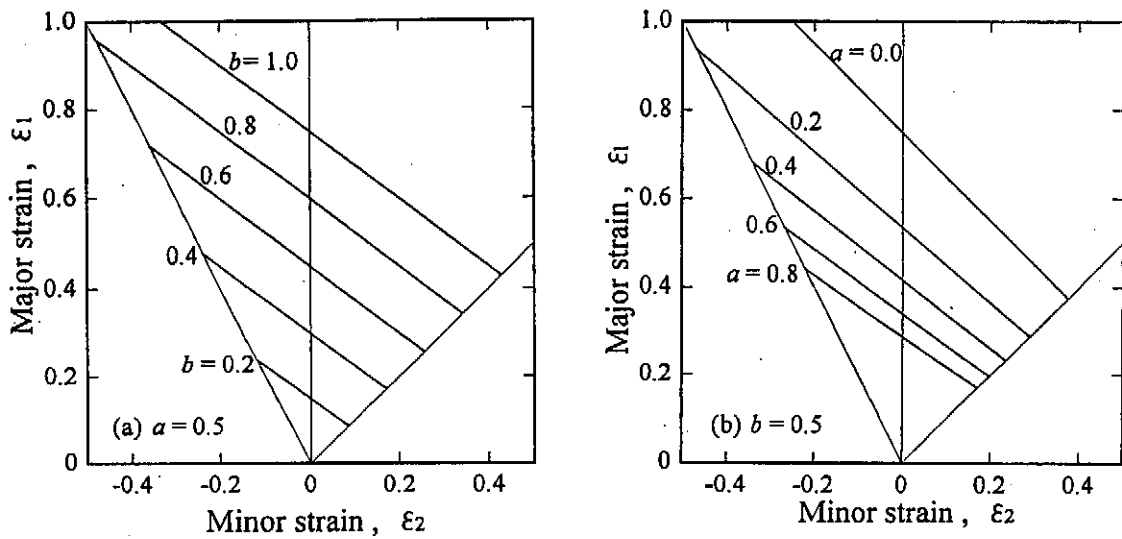


図5 大矢根の条件式が与える成形限界線図

## 2.2 材料定数の決定方法

つぎに、大矢根の条件式(2)中の材料定数 $a$ 、 $b$ の決定方法について言及したい。上記のように、種々のひずみ比で2軸引張試験を行い、測定された極限変形能の分布から $a$ 、 $b$ を決定するのも1つの方法であろう。しかし、そのように手間暇かけていちいち測定していたのでは、この条件式が持つ簡便性が生きてこない。未知数が2つであるから、最低2種類の応力状態での破壊試験からでも決定できる。

単軸引張試験は、条件式とは関係なくとも、変形抵抗その他の材料特性値を求めるために行うであろうから、あと1種類の破壊試験を行えばよいことになる。例えば平面ひずみ引張試験を行う。これならば特別な設備は必要なく、幅広の試験片に溝を掘って引張れば、単軸引張試験機で平面ひずみ引張試験が行える。

前記の式(3)、(4)は等方性材料に対するMisesの降伏条件式によって与えたが、板材成形では板厚異方性指数 $r$ 値が問題となることが多い。異方性降伏条件式として例えばHillの条件式<sup>23)</sup>を用い、板面内異方性はないものとする。

単軸引張では

$$\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2(2+r)}{3(1+r)}} \quad (5)$$

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2(2+r)}{3(1+r)}} d\epsilon_1 \quad (6)$$

平面ひずみ引張では

$$\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2(2+r)(1+2r)}{3(1+r)}} \quad (7)$$

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2(2+r)(1+r)}{3(1+2r)}} d\epsilon_1 \quad (8)$$

のように与えられる。したがって、両引張試験で測定された破断ひずみを用いて、式(2)、(5)-(8)から材料定数 $a$ 、 $b$ が算出される。ただし、単軸引張試験では一様変形後は式(5)、(6)は成り立たないので、くびれの大きな材料に対してはやや誤差が大きくなることに注意する必要がある。

ここでは、単軸引張試験と平面ひずみ引張試験を用いる簡単な方法を紹介したが、2種類の試験を用いるにしても、成形限界予測の対象となる変形様式に近いところの試験を用いたほうが、予測精度は上がるであろうことは言うまでもない。そのことも含めて、材料定数の決定方法には利用者の工夫が必要である。

### 2.3 有限要素シミュレーションとの組み合わせ

さて、前述のように、大矢根の条件式も含めて延性破壊条件式では、延性破壊の発生条件が、変形中の材料の巨視的な応力およびひずみによって与えられている。有限要素シミュレーションによって、成形中の板材の応力・ひずみ分布および履歴が計算されるので、延性破壊条件式とシミュレーションとを組み合わせることによって、破壊発生、すなわち成形限界の予測が可能となる。

ここで、式(2)を変形してつぎのような積分値  $I$  を定義する。

$$I = \frac{1}{b} \int_0^{\epsilon} \left( \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} + a \right) d\bar{\epsilon} \quad (9)$$

有限要素シミュレーション中に求まる各変形ステップでの  $\sigma_m$ 、 $\bar{\sigma}$  および  $d\bar{\epsilon}$  から、各要素について積分値  $I$  が計算でき、変形に伴うその変化が追跡できる。積分値  $I$  が1に達した要素は、破壊の条件を満たしたことになる。

### 3. 成形限界予測例

筆者らの行った板材の成形限界予測の中から、特に本方法の有効性が現れているものについて紹介したい。

図6はアルミニウム合金 A2024-T4 材の円筒深絞り試験での破断の一例である。この材料は比較的高い  $n$  値の割には延性の乏しい材料で、大きなblank径の場合にはポンチ肩部で明瞭なくびれ発生無しに破断する。その予測もできているが、図6は限界絞り比を少し越える程度のblank径の場合に現れた、側壁部(ダイス肩部)での割れの例である。この破断部分はくびれはおろか板厚減少さえなく、むしろ初期板厚に比べて増加している部分である。くびれ発生の有無による判断では予測不可能である。

この場合の有限要素シミュレーション結果を図7に示す。図(a)ではblankの断面形状の変化の様子を示している。計算でもくびれの発生はなく、図(a)だけから予測すると最後まで絞りきれれるという判定になる。一方、図(b)は式(9)の積分値  $I$  の半径方向分布の推移を示す。深絞りの初期においてはポンチ肩部の積分値  $I$  は増加するものの1には達せず、ポンチ肩部の破壊には耐えた後、側壁部の  $I$  が増加し、ついには側壁部で破壊に至る様子をよくとらえている。延性破壊条件式を導入することによって、図6のような破壊の予測も可能となった<sup>8)</sup>。

図8は積層複合板の深絞りでの破壊の例である。板厚方向に要素分割すれば、その層に応じた材料特性値を要素に持たせることができるので、有限要素シミュレーションと延性破壊条件式の組み合わせは、積層複合板の成形限界予測に適していると考えられる。図8は、厚さ1mmのアルミニウム合金板の両側に厚さ0.3mmの軟鋼板(SPCC)を積層した3層

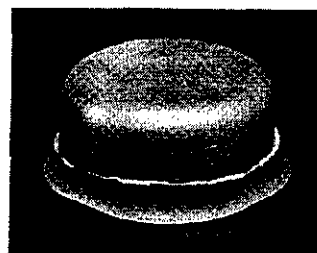


図6 アルミニウム合金 A2024 板の深絞り試験における割れの一例

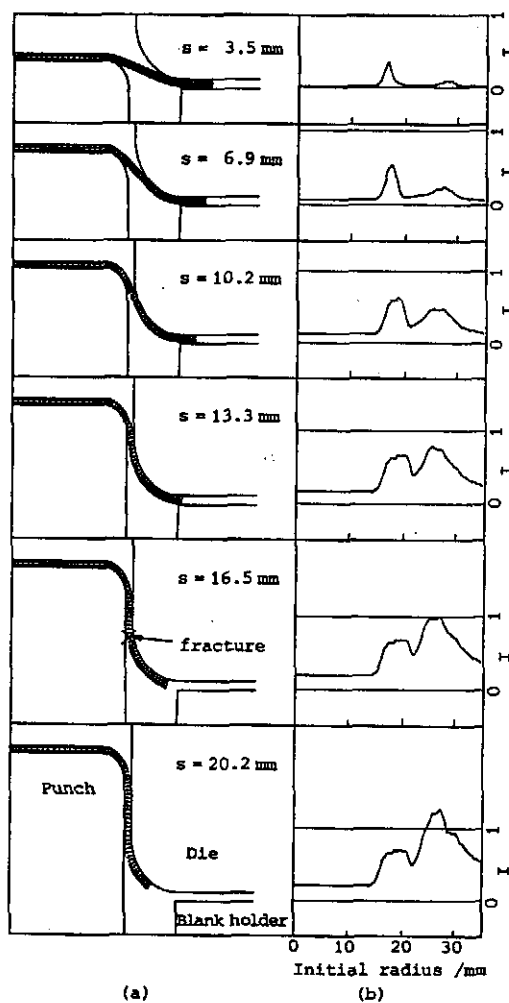


図7 図6の場合の有限要素シミュレーション結果



(a) SPCC/A5052/SPCC  $d = 83$  mm (b) SPCC/A2024/SPCC  $d = 74$  mm

図8 軟鋼板(SPCC)とアルミニウム合金板との積層複合板の深絞り試験での破壊例

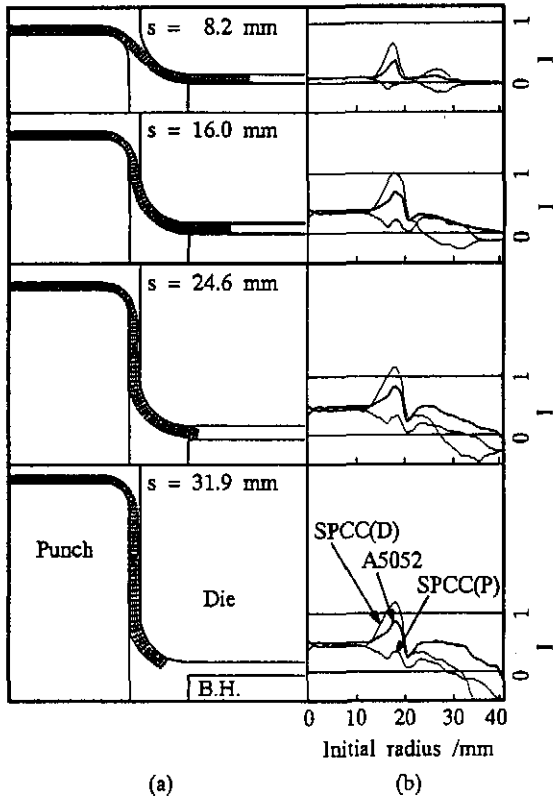


図9 図8(a)の場合の有限要素シミュレーション結果

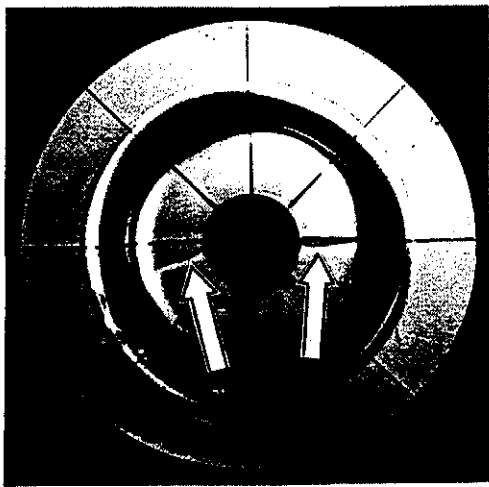


図11 高張力鋼板の穴引き試験で観察された割れの一例

板で、部分的にある層でのみ破壊した場合の例である。  
 図8(a)では外側(ダイス側)のSPCC層のみ、ポンチ肩部で破断している。この場合の計算結果が図9である。図中(P)、(D)はそれぞれポンチ側、ダイス側を示す。ダイス側のSPCC層でのみ積分値 $I$ が1に達しているのがわかる。図8(b)は、断面を切断して初めて発見できたものであるが、中心層のアルミニウム合金板のみ破壊している例であり、このような予測にも成功している<sup>9)</sup>。

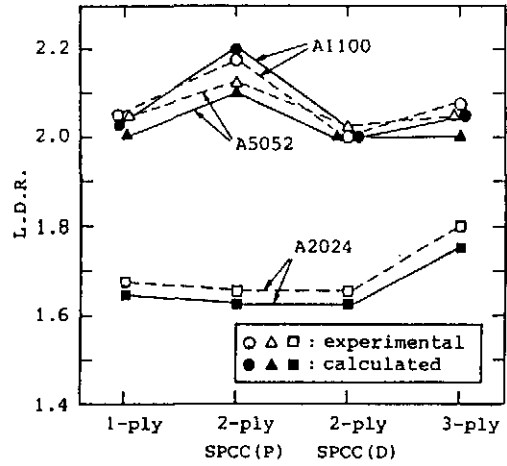


図10 限界絞り比の予測値と実験値の比較

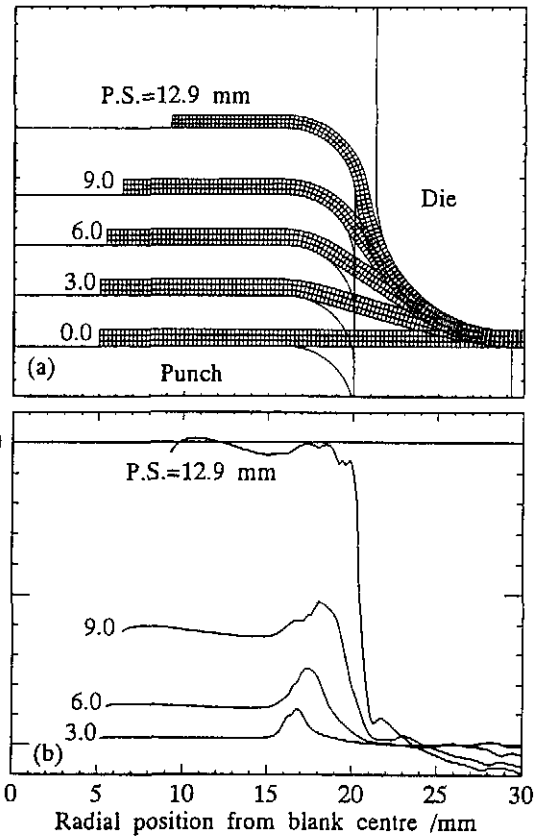


図12 図11の場合の有限要素シミュレーション結果

積分値 $I$ が1に達するとその部分は破壊するとして決定した、いずれの層にも破壊が生ずることなく絞りきれぬ限界絞り比LDRの計算結果を、実験結果と比較して図10に示す。2層の場合にはSPCC層がポンチ側かダイス側かで2種類ある。単層板の結果も含めてよく予測できていることがわかる。

つぎに、穴引き加工に適用した例を示す<sup>10)</sup>。図11は、上記の深絞り試験と同様の平頭ポンチを用いた穴引き試験で

観察されたポンチ頭部での亀裂の発生である。材料は高張力鋼板である。円錐ポンチを用いた場合をはじめ、多くの場合は穴縁から亀裂が発生し、亀裂の範囲も穴縁近傍に限られていた。また、計算結果もそのように予測している。それに対し、図11の場合はやや異なる様相を呈している。穴縁はつながったままの状態、穴縁から少し離れたところに亀裂が発生し、半径方向に長い亀裂となる。図11に対応する計算結果が図12である。積分値  $I$  は穴縁から少し離れた部分で最初に1に達するとともに、ポンチ頭部ではほぼ同等の値となっており、半径方向の比較的広い範囲で亀裂が発生するであろうことが予測できる。上記の深絞りの場合と同様、計算は軸対称として行っているため、破壊発生の円周方向位置までは特定できていないが、穴上げ加工でもこのように興味深い結果が得られている。

#### 4. 結び

本報では、延性破壊条件式を板材成形の有限要素シミュレーションに導入して、成形限界を予測する方法についての研究成果を報告した。本報で紹介した予測例からもわかるように、その有効性、とりわけその簡便さは非常に魅力がある。筆者ら以外にもこの方法を適用した例が、最近ようやく見られるようになってきた。筆者らの稚拙な適用例を越える、優れた研究が多く出てくることを期待する。

最後に、本研究に助成いただいた天田金属加工機械技術振興財団に感謝する。また、本研究には、京都工芸繊維大学山口克彦教授および豊橋技術科学大学森謙一郎教授に協力いただいたことを付記する。

#### 参考文献

- 1) Swift, H. W.: J. Mech. Phys. Solids, **1** (1952), 1-18.
- 2) Hill, R.: J. Mech. Phys. Solids, **1** (1952), 19-30.
- 3) Marciniak, Z. & Kuczynski, K.: Int. J. Mech. Sci., **9** (1967), 609-620.
- 4) Stören, S. & Rice, J. R.: J. Mech. Phys. Solids, **23** (1975), 421-441.
- 5) Yamaguchi, K. & Mellor, P. B.: Int. J. Mech. Sci., **18** (1976), 85-90.
- 6) 後藤学: 機論 A, **49** (1983), 92-100.
- 7) 呉屋守章・伊藤 一: 機論 A, **56** (1990), 101-106.
- 8) 宅田裕彦・森謙一郎・広瀬智行・八田夏夫: 塑性と加工, **36** (1995), 985-990.
- 9) 宅田裕彦・森謙一郎・広瀬智行・八田夏夫: 塑性と加工, **37** (1996), 509-514.
- 10) 宅田裕彦・森謙一郎・金城正志・八田夏夫: 鉄と鋼, **84** (1998), 182-187.
- 11) Osakada, K. & Mori, K.: Annals of the CIRP, **27** (1978), 135-139.
- 12) Oh, S. I., Chen, C. C. & Kobayashi, S.: Trans. ASME, J. Eng. Ind., **101** (1979), 36-44.
- 13) Ayada, M., Higashino, T. & Mori, K.: Advanced Technology of Plasticity, ed. by K. Lange, Springer, Berlin, (1987), 553-558.
- 14) 三木武史・戸田正弘: 塑性と加工, **33** (1992), 1273-1279.
- 15) Clift, S. E., Hartley, P., Sturgess, C. E. N. & Rowe, G. W.: Int. J. Mech. Sci., **32** (1990), 1-17.
- 16) Wifi, A. S., Abdel-Hamed, A., El-Abbasi, N. & Harmouh, H.: Advances in Engineering Plasticity and Its Applications, ed. by T. Abe and T. Tsuta, Pergamon, (1996), 197-202.
- 17) 後藤学: 塑性と加工, **38** (1997), 200-205.
- 18) 大矢根守哉: 機誌, **75** (1972), 596-601.
- 19) 宅田裕彦・森謙一郎・田中義実・八田夏夫: 48 回塑加連講論, (1997), 83-84.
- 20) 宅田裕彦・森謙一郎・高倉章雄・山口克彦: 49 回塑加連講論, (1998), 325-326.
- 21) 吉田清太・阿部邦雄・細野和典・竹添明信: 理研報告, **44** (1968), 128-139.
- 22) Yamaguchi, K., Mori, K., Kawaguchi, T. & Takakura, N.: Advances in Engineering Plasticity and Its Applications, ed. by T. Abe and T. Tsuta, Pergamon, (1996), 697-702.
- 23) R. Hill: The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, Oxford, (1950), 318-321.