

打抜き加工の数値シミュレーション

小森和武*

1. はじめに

打抜き加工では、1つの材料が延性破壊により2つの材料に分離する。最近、打抜き加工の解析に代表される延性破壊過程の解析が盛んに行われている。筆者は通常のFEMプログラムをもとに、節点分離法により延性破壊過程の解析を行えるFEMプログラムを開発した。本報告では、筆者の行った研究の概要1)-6)を紹介する。

2. 解析法

2.1 概要

図1に解析の流れ図を示す。まず、第 m ステップの工具の変位増分を仮定する。そして、このステップ内で材料が破壊したかどうかを破壊条件式を用いて判定する。

材料が第 m ステップで破壊した場合、1要素だけが第 m ステップで破壊するように、第 m ステップの工具の変位増分を修正する。そして、その要素が破壊するように1節点を2節点に分離する。その後、第 $m+1$ ステップの工具の変位増分を仮定する。一方、材料が第 m ステップで破壊しない場合、第 $m+1$ ステップの工具の変位増分を仮定する。ただし、材料が全く破壊していない場合、要素再分割を行う。

1つの材料が2つの材料に分離するまで解析が行われる。

2.2 基礎式

通常の軸対称剛塑性FEMにより解析する。図2に座標軸、記号そして初期有限要素分割を示す。 r_d はダイスの内径、 r_p はポンチの外径そして t_m は材料の初期板厚を表す。

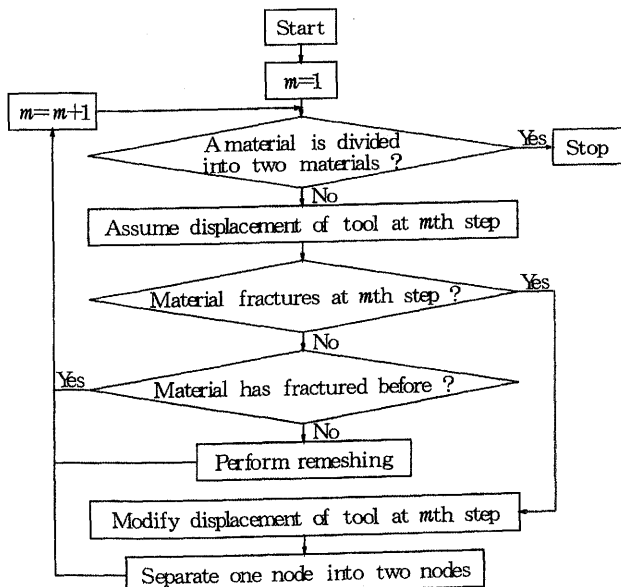


図1 解析の流れ図

破壊力学の分野で広く用いられる Gurson の降伏関数 Φ を解析に使用する。Gurson の降伏関数は次式で与えられる。

$$\Phi = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}{\sigma_M^2} + 2f \cosh\left(\frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M}\right) - 1 - f^2 = 0, \quad (1)$$

ここで σ_M は母材の引張降伏応力であり、 f は材料のポイド体積率である。

Gurson の降伏関数は応力の二乗の関数ではないため、式(1)を使って剛塑性解析を行うことは容易ではない。従って、 $\cosh x$ が $1+x^2/2$ と近似される⁸⁾。その時、筆者が使用する近似的な Gurson の降伏関数は次式で与えられる。

$$\Phi' = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}{\sigma_M^2} + \frac{f}{4} \cdot \left(\frac{\sigma_{kk}^2}{\sigma_M^2}\right) - (1-f)^2 = 0 \quad (2)$$

塑性ポテンシャル理論と流れ法則を用いれば、応力とひずみ速度の関係は次式で与えられる。

$$\sigma_{ij} = \frac{2\bar{\sigma}}{3\dot{\epsilon}} \left(\dot{\epsilon}'_{ij} + \frac{2}{3f} \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (3)$$

ここで $\bar{\sigma}$ は相当応力であり、 $\dot{\epsilon}$ は相当ひずみ速度である。 $\bar{\sigma}$ と $\dot{\epsilon}$ は次のように定義される。

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{3}{2} \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} + \frac{f}{4} \sigma_{kk}^2 \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon}^2 = \frac{2}{3} \dot{\epsilon}'_{ij}\dot{\epsilon}'_{ij} + \frac{2}{9} \left(\frac{2}{f} - 1\right) \dot{\epsilon}_{kk}^2 \quad (5)$$

一方、材料のポイド体積率の変化を表す次の2種類の発展方程式を仮定する。

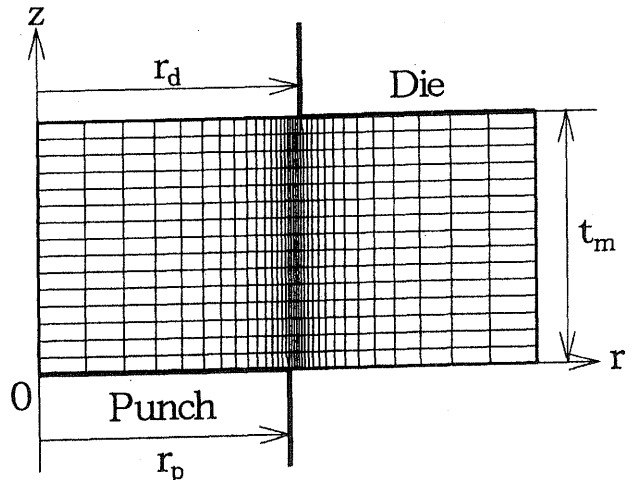


図2 座標軸、記号そして初期有限要素分割

$$\dot{f} = (1-f)\dot{\epsilon}_{kk} + A_1 \dot{\epsilon}$$

$$\dot{f} = (1-f)\dot{\epsilon}_{kk} + A_2 \left\langle \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} - B_2 \right\rangle \dot{\epsilon} \quad (7)$$

ここで A_1, A_2 そして B_2 は材料定数である。また σ_m は平均垂直応力を示す。ここで、式(7)の $\langle x \rangle$ は Macauley の括弧である。言い換えると、 x が正の時 $\langle x \rangle$ は x である。一方、 x が負の時 $\langle x \rangle$ はゼロである。式(6)の右辺第1項と式(7)の右辺第1項はボイドの成長を表す。一方、式(6)の右辺第2項と式(7)の右辺第2項はボイドの成長を表す。式(7)の右辺第2項は、無次元化平均垂直応力 $(\sigma_m/\bar{\sigma})$ が B_2 よりも大きい時にボイドが発生することを示す。

2.3 破壊条件式

ある要素において次式が満足された時、その要素が破壊したと仮定する。言い換えると、破壊条件式は次式で与えられる。

$$\int f dt \geq C \quad (8)$$

ここで t は時間を示す、また C は材料定数である。次節以降において、 C を限界ボイド体積率と定義する。言い換えると、材料のボイド体積率が限界ボイド体積率よりも大きくなった時、材料が破壊すると仮定する。

2.4 工具の変位の修正

通常の剛塑性 FEM では、各ステップの工具の変位は一定であると仮定される。従って、次のことが起きる可能性がある。ある要素の $\int f dt$ があるステップの始めにおいて C よりも小さく、そのステップの終わりにおいて C よりも大きい。従って、通常の解析において高精度の解析結果が得られない。正確な計算を行うために、その要素の $\int f dt$ がそのステップの終わりにおいて C になるように工具の変位を制御する必要がある。

通常の弾塑性 FEM において、各ステップにおいて1要素だけが降伏するように r_{min} 法⁹⁾が利用される。従って筆者は、各ステップにおいて1要素だけが破壊する方法を提案した。まず、あるステップの始めに各要素において次式が満足される。

$$\int_0^t f dt < C \quad (9)$$

ここで t はそのステップの初めの時間を表す。次に、工具の変位増分が仮定される。次式を満足する r' が各要素において計算される。

$$\int_0^{t+r'\Delta t} f dt = C \quad (10)$$

ここで Δt はそのステップの時間増分を表す。また r'_{min} は r'

(6) の最小値である。 r'_{min} が0よりも大きく1よりも小さい時、そのステップの時間増分は $r'_{min} \Delta t$ に修正される。言い換えると、そのステップの工具の変位増分が修正される。

2.5 節点分離法

市販の汎用 FEM プログラムでは、延性破壊過程の解析に要素除去法が用いられる。すなわち、破壊した要素の変形抵抗がゼロにされる。ここで、要素の体積はゼロでないため、破壊により材料の質量が減少する。すなわち、要素除去法では質量保存則が満足されない。したがって、精度の高い解析結果を得るために、延性破壊過程の解析に節点分離法を用いる必要がある。すなわち、材料に亀裂を入れるために、1つの節点を2つの節点に分離する必要がある。ここで、節点分離法において材料破壊の有無を判定する場所と節点の分離方法を決定する必要がある。

図3に筆者が提案した節点分離法を示す。ここで、隣接する2要素が共有する辺が分離された場合、その辺は太線で表される。筆者は要素の中心で材料破壊の有無を判定する。まず、図3(a)のように破壊要素の全ての辺が周辺要素の辺と分離されていない場合を考える。この場合、破壊要素の2辺が分離されるように2節点を分離する。次に、図3(b)のように破壊要素の1辺が周辺要素の辺と既に分離されている場合を考える。この場合、破壊要素の1辺が新たに分離されるように1節点を新たに分離する。

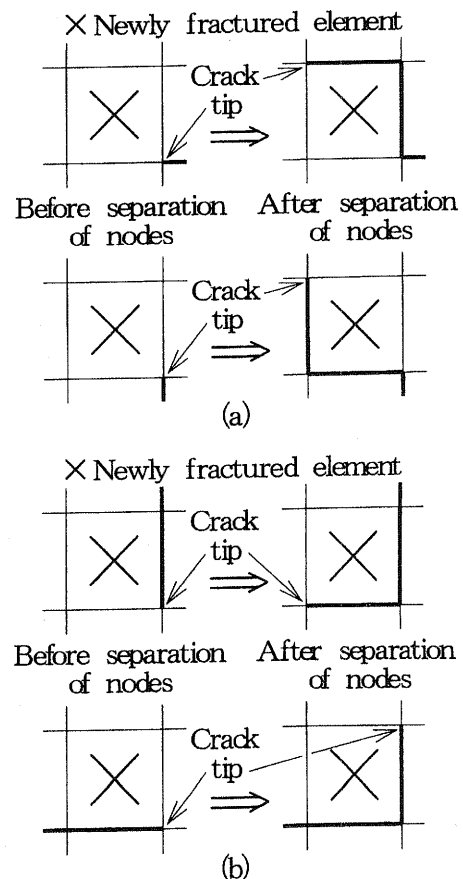


図3 節点分離法

3. 解析結果

3.1 解析条件

解析の前にタフピッチ銅を用いて打抜き実験が行われた。引張試験が行われて次の応力-ひずみ関係が得られた。

$$\sigma_M = 0.41 \cdot (\varepsilon_M + 0.01)^{0.25} \text{ (GPa)} \quad (11)$$

ここで ε_M は母材のひずみである。

次に、打抜き実験が次の3条件のもとで行われた。材料の初期板厚 t_m は10mm、ポンチの外径 $2r_p$ は20mmそしてダイスの内径 $2r_d$ は20.6mm、21.0mmそして21.4mmであった。従って無次元化されたポンチ-ダイス間のクリアランス $(r_d - r_p)/t_m$ はそれぞれ0.03、0.05そして0.07であった。

解析条件が実験条件と同じに設定された。式(11)で示される応力-ひずみ関係が使われた。材料-ポンチ間の摩擦及び材料-ダイス間の摩擦がクーロンの法則に従うと仮定された。そして、摩擦係数が0.1と仮定された。

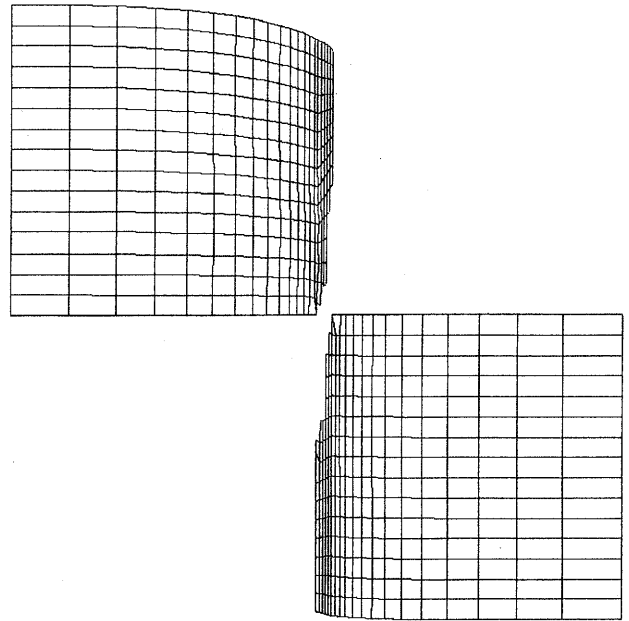
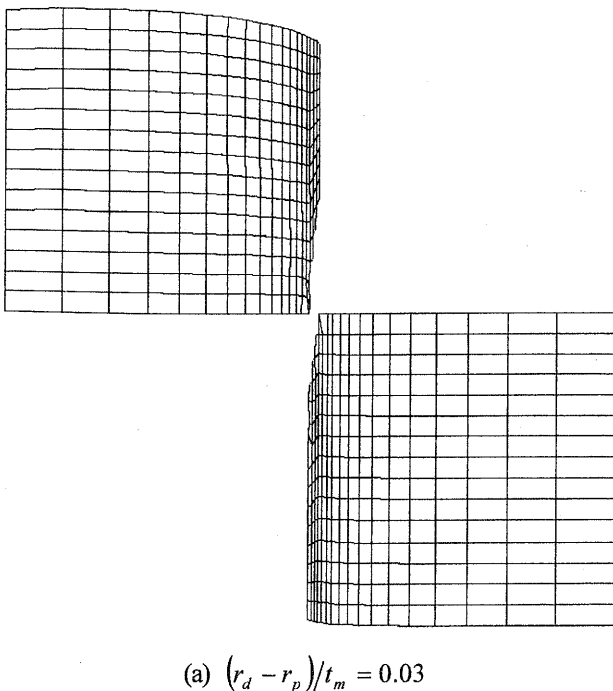
式(6)、式(7)そして式(8)の材料定数 A_1, A_2, B_2 そして C はそれぞれ次のように仮定された。

$$A_1 = 0.004, A_2 = 0.04, B_2 = 0, C = 0.05 \quad (12)$$

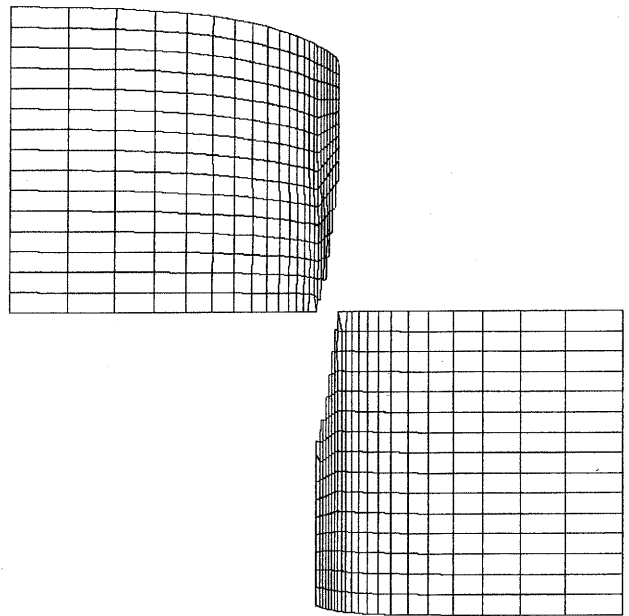
ここで、解析を簡単にするため B_2 はゼロに仮定された。言い換えると、平均垂直応力 σ_m が正の時にポイドが発生すると仮定された。実験結果 10)11)によれば、材料が破壊する時の材料のポイド体積率は約5-10%である。従って、限界ポイド体積率 C が0.05と仮定された。先に述べた3条件のもとで解析結果が実験結果と一致するように A_1 及び A_2 が仮定された。

3.2 解析結果

図4に様々なクリアランス $(r_d - r_p)/t_m$ における打抜き加工後の材料の要素分割を示す。ここで、式(6)ではなく式(7)が用いられた。



(b) $(r_d - r_p)/t_m = 0.05$



(c) $(r_d - r_p)/t_m = 0.07$

図4 打抜き加工後の材料の要素分割

解析より決定されたせん断面形状は、実験より得られたせん断面形状と同じである。一方、解析より決定された破断面形状は、実験より得られた破断面形状よりもわずかに平らではない。その平らではないこと理由は、解析では材料が有限個の要素に分割されているためである。

図5に様々なクリアランス $(r_d - r_p)/t_m$ におけるポンチ変位とポンチ荷重の関係を示す。解析結果は実験結果と一致する。ポンチ荷重が最大値に達した時、実験より得られたポンチ荷重は、ポンチ変位の増加と共に徐々に減少する。一方、解析から計算されたポンチ荷重は、ポンチ変位の増加と共に急激に減少して、その後緩やかに増加する。その

急激な減少の原因は、解析では材料が有限個の要素に分割されているためである。

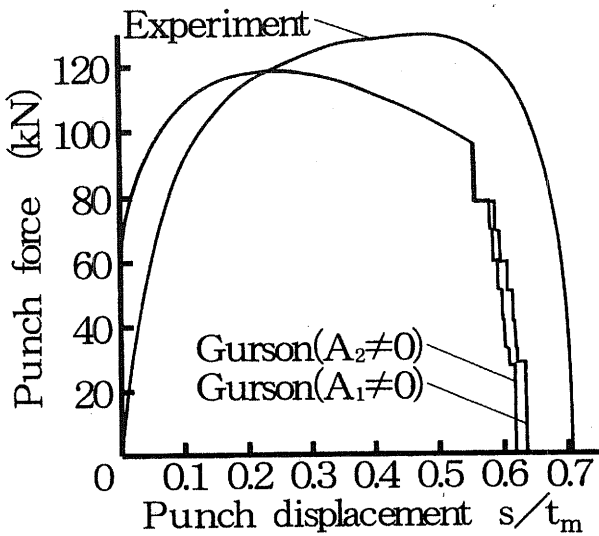
4. おわりに

筆者の行った打抜き加工の数値シミュレーションに関する研究を紹介した。なお、2.3節において「材料のポイド体積率がある値になった時に材料が破壊する」という破壊条件を仮定した。しかし、この破壊条件の物理的意味は必ずしも明確ではない。そこで、より物理的意味の明確な破壊条件を用いる必要がある。

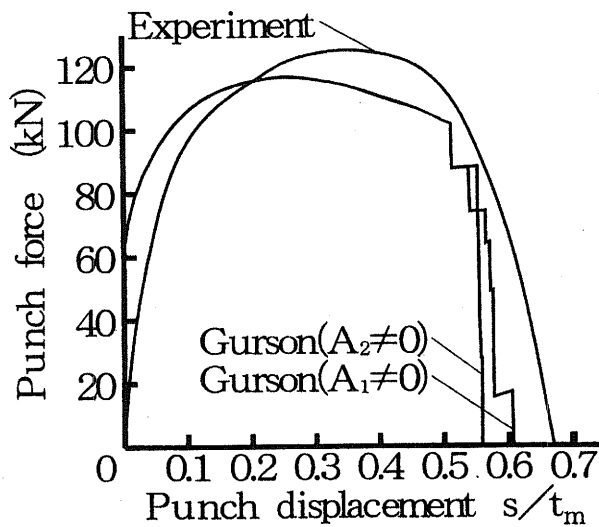
Thomason は内部くびれモデルと呼ばれる延性破壊モデルを提案した¹²⁾。この延性破壊モデルの物理的意味は明確である。そこで、筆者は改良した Thomason モデルを提案した¹⁰⁾¹¹⁾。また、その改良した Thomason モデルを用いて打抜き加工の解析を行った³⁾。

参考文献

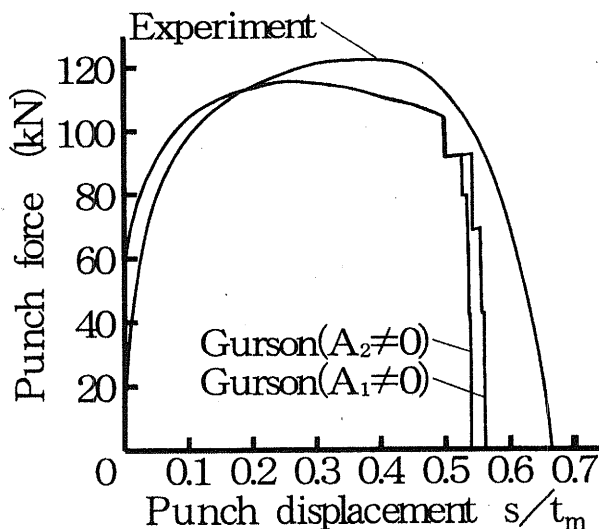
- 1) 小森和武, せん断加工の数値シミュレーション, 塑性と加工, 塑性と加工, **38**-433(1997), 129-134.
- 2) K. Komori, Simulation of shearing by node separation method, Computers and Structures, **79**-2(2001), 197-207.
- 3) 小森和武, 微視的モデルを考慮したせん断加工の数値シミュレーション, 塑性と加工, **40**-466(1999), 1086-1090.
- 4) K. Komori, Simulation of Shearing by Node Separation Method: Effect of Parameter in Fracture Criterion, Proceedings of NUMISHEET'99, (Edited by J.C.Gelin and P.Picart), (1999), 607-612.
- 5) K. Komori, Simulation of Ductile Fracture Behavior in Shearing: Effect of Ductile Fracture Criterion, Metal Forming 2000, (Edited by M.Pietrzyk, J.Kusiak, J.Majta, P.Hartley & I.Pillinger), (2000), 563-568, Balkema.
- 6) K. Komori, Simulation of Shearing of Bars: Effect of Ductile Fracture Criterion, Simulation of Materials Processing: Theory, Methods and Applications, (Edited by K.Mori), (2001), 965-970, Balkema.
- 7) A. L. Gurson, Continuum theory of ductile rapture by void nucleation and growth, Transactions of the ASME Journal of Engineering Materials and Technology, **99**-1(1977), 2-15.
- 8) 富田佳宏, 数値弾塑性力学, (1990), 養賢堂.
- 9) Y. Yamada, N. Yoshimura and T. Sakurai, Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic-plastic problems by the finite-element method, International Journal of Mechanical Science, **10**(1968), 343-354.
- 10) 小森和武, 微視的モデルの提案とそれを考慮した延性破壊挙動の数値シミュレーション, 塑性と加工, **39**-452(1998), 949-953.
- 11) K. Komori, Proposal and use of a void model for the simulation of ductile fracture behavior, Acta Materialia, **47**-10(1999), 3069-3077.
- 12) P. F. Thomason, A theory of ductile fracture by internal necking of cavities, Journal of the Institute of Metals, **96**(1968), 360-365.



(a) $(r_d - r_p)/t_m = 0.03$



(b) $(r_d - r_p)/t_m = 0.05$



(c) $(r_d - r_p)/t_m = 0.07$

図5 ポンチ変位とポンチ荷重の関係