

ひずみ速度依存性を考慮した 機械材料の動的構成式推定に関する研究

金沢大学 工学部 機械システム工学科

助手 立矢 宏

(平成7年度奨励研究助成 AF-94041)

1. 緒言

機械材料の塑性加工や衝撃荷重を受ける機械構造の強度設計を行うために、機械材料の動的な変形挙動を表す動的構成式の確立が望まれる。そこで従来より、金属材料の物理的な変形挙動の観点などから、種々の構成式⁽¹⁾が提案され、また、式中のパラメータの推定⁽²⁾が行われている。しかし、構成式の提案およびパラメータの推定は必ずしも容易でなく、また、得られる式形も複雑である場合が多い。

機械材料の基本的な衝撃試験結果に基づく計算などより、動的構成式が簡便な式形として決定されれば、衝撃荷重下における機械材料の変形挙動の予測、シミュレーションが容易に行え、塑性加工における最適な加工パラメータの決定や、耐衝撃強度を考慮した機械構造の最適設計が可能となる。本研究では機械材料の動的構成式を簡便に推定することを目的として、弾塑性波伝ばのシミュレーション、情報量規準および非線形最小二乗法により、一軸荷重の縦衝撃試験結果から動的構成式の式形および式中のパラメータを推定する手法を示す。

2. 情報量規準AICの概要

一般に物理現象と数式モデルの差は、式中のパラメータ数が増加するにつれ減少する。しかし、パラメータ数が増加すれば、パラメータの推定が困難になる⁽³⁾とともに、得られるモデルの挙動も不安定になる⁽⁴⁾。また、少ないパラメータ数で物理現象を適切に表現できれば、シミュレーションも容易になる。機械材料の構成式の決定においても、材料特性を十分近似する適切な式形とともに必要十分なパラメータ数の選択を行うことが望まれる。

以上のことから、本研究では赤池により提案された情報量規準AIC (Akaike Information Criterion)⁽⁵⁾に基づき、構成式の式形およびパラメータ数を決定する。AICは次式で定義される⁽⁵⁾。

$$AIC = -2 \times (\text{モデルの最大対数尤度}) \\ + 2 \times (\text{モデルのパラメータ数}) \quad (1)$$

AICはある現象に対するモデルの適切さを相対的に表す

評価量であり、上式のように、現象とモデルの一致程度とパラメータ数より算出される。一般にはAICが最小となるモデルが最も適切であると評価される。なお、本研究では構成式の近似式として多項式形を用い、多項式の各項の係数を推定の対象となるパラメータとする。m次多項式を近似式とする場合、AICは次式で表される⁽⁶⁾。

$$AIC = n \ln 2\pi + n \ln d(m) + n + 2(m+2) \quad (2)$$

上式においてnおよびd(m)はそれぞれデータ数およびm次多項式による残差分散を示す。

3. 静的応力-ひずみ関係近似式の推定

3.1 シミュレーションによる検討 動的構成式の推定の基礎として、静的応力-ひずみ関係を表す近似式の推定を試みる。まず、構成式のパラメータ数に対するAICの挙動をシミュレーションで検討する。すなわち、実験によって得られた炭素鋼の静的応力-ひずみ曲線をあらかじめ以下に示す塑性ひずみの関数であるべき級数形多項式で近似し、同式より算出される応力-ひずみ関係を種々の多項式で近似する。

$$\sigma = P_1 + P_2 \varepsilon_p + \dots + P_m \varepsilon_p^{m-1} \quad (3)$$

なお、 σ 、 ε_p 、 $P_i (i=1 \sim m)$ 、 m はそれぞれ、応力、塑性ひずみ、係数および項数を示す。係数 P_i が推定の対象となるパラメータである。

図1に静圧縮試験より得られたSS400材の静的応力-ひずみ曲線およびシミュレーションにおいて真値とする11次のべき級数形多項式による曲線を示す。応力-ひずみ曲線を表す構成式は、同図に示す静的応力-ひずみ曲線を対象として以下に述べる本論文で提案する構成式の推定方法を用いて決定した。同式の係数を表1に示す。以下、真値と仮定した構成式より得られる応力-ひずみ関係を、式(3)および次式で近似し、近似式の項数、パラメータ値、パラメータ数などとAICとの関係の検討および真値としたべき級数多項式と推定された近似式の比較などを行った。

$$\sigma = P_1 + P_2 \varepsilon_p^{0.1} + \dots + P_m \varepsilon_p^{\frac{m-1}{10}} \quad (4)$$

なお、本研究では項数mである応力-ひずみ曲線近似式の係数 $P_i (i=1 \sim m)$ をハウスホルダー法⁽⁷⁾で決定し、さ

らに、各項数の近似式におけるAICを式(2)より求める。真値としたべき級数多項式形の応力-ひずみ近似式は、以上の方法でAICが最少となる項数 $m=12$ である場合の結果である。

シミュレーションの結果、AICはパラメータ数がある程度増加するとまず停留することがわかった。さらにパラメータ数を増加させると、AICは減少し停留状態または極小値となったのち増加する。AICの変化の概略を図2に示す。従来のAICの評価によればAICが極小値となる近似式を用いるべきである⁽⁶⁾が、AICが停留するパラメータ数のモデルによっても、応力-ひずみ関係を十分に近似しうる場合がある。要求される近似の精度にもよるが、AICが停留し始めるパラメータ数のモデルの選択も検討すべきであることがシミュレーションよりわかった。

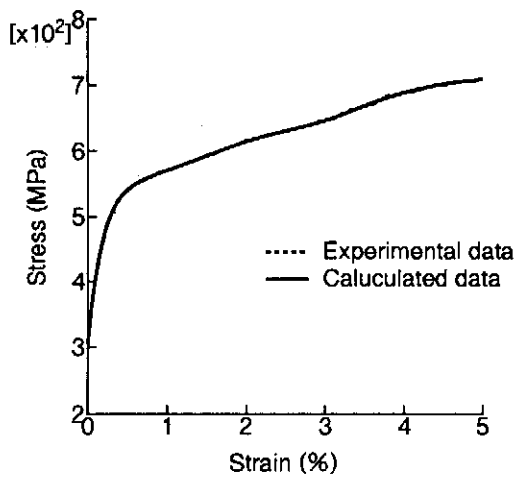


Fig. 1 Static stress-strain curve

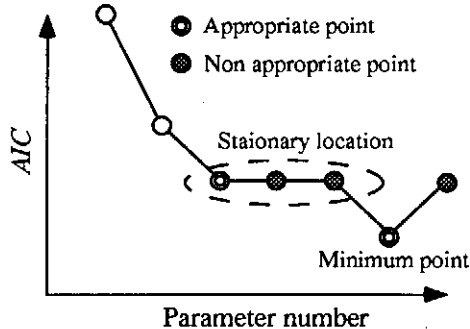


Fig. 2 Simulation on change of AIC with parameter number

つぎに、実験データに含まれる誤差の影響を検討するために、各種の誤差を与えたシミュレーションデータを用いてAICに基づく構成式の推定を行った。推定に用いるデータは、真値としたべき級数多項式による応力値 σ_i に、以下の式で不規則波形誤差および周期波形誤差を加えて作成した。

$$\sigma_{ii} = \sigma_i(1 + \Delta\sigma \cdot \text{rnd}(i)) \quad (5)$$

$$\sigma_{ii} = \sigma_i \left\{ 1 + \Delta\sigma \cdot \sin\left(i / (2n_p \pi)\right) \right\} \quad (6)$$

ここで $\Delta\sigma$ は、誤差の大きさ、 rnd は値の範囲が ± 1 である乱数、 n_p は誤差の周期を決定する変数である。

まず、誤差として $\Delta\sigma$ が1%および3%の不規則波形誤差を与え構成式を推定したところ、AICの挙動は誤差を

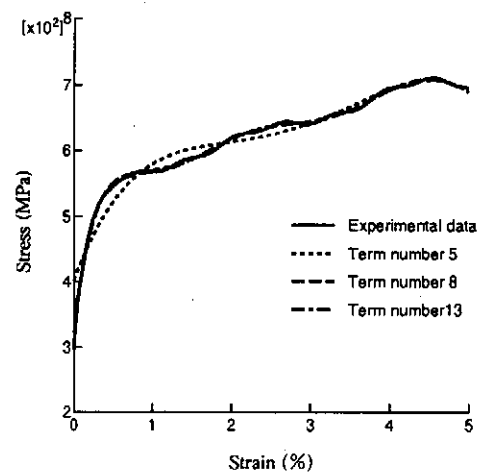


Fig. 3 Strain waves involving periodic error waves

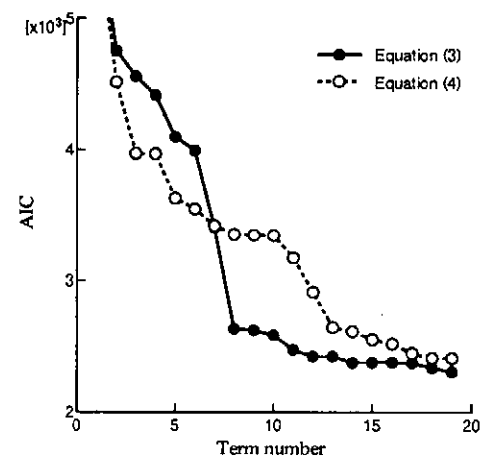


Fig. 4 Change of AIC using data shown in Fig. 3

Table. 1 Parameter values of static constitutive equation used on simulation (MPa)

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
306.30	1306.67	-3269.61	5039.6	-5096.46	3509.68
P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}
-1661.66	537.26	-115.99	15.94	-1.26	4.34

加えない場合とほぼ同様であった。つぎに、周期波形誤差として $\Delta\sigma$ を3%, n_p を10, 18とした複数の周期からなる誤差が加えられたデータを用いて構成式を推定した。図3に推定に用いたひずみ波形を実線で示す。同データを近似するように式(3), (4)の係数をハウスホルダー法⁽⁹⁾により求め、AICを算出する。パラメータ数に対するAICの変化を式(3), (4)の場合について図4に示す。べき級数形多項式[式(3)]を用いた近似ではAICは項数9, 15で変化が緩やかになる。それぞれの項数の近似式より得られる応力-ひずみ関係と近似の対象となるデータを比較のため図3中に示す。図より、項数が増加するにつれて、より高周期の誤差まで近似することがわかる。なお、0.1乗べき級数形多項式[式(4)]による近似では、式が周期誤差を表せず、AICの停留点は誤差を加えない場合とほぼ同様な傾向を示した。

以上、AICを用いて応力-ひずみ関係近似式を決定する場合、要求される精度、含まれる実験誤差の可能性などを考慮して、AICの値が停留し始めるまたは極小となるパラメータ数の式を比較すべきであることがわかった。また、対象とするデータに、複数の周期的波形が含まれる場合、式形によっては高周期の波形を表すことができない。このような式形は、高周期の波形を除きたい場合には有効であるが、そうでない場合は適切でない。

3.2 実験データによる検討 シミュレーションでの結果をふまえ、SS400材の静的応力-ひずみ関係を多項式で近似する。近似式には式(3), (4)および次式を用いる。

$$\sigma = \log(P_0 + P_1 \varepsilon_p + \dots + P_m \varepsilon_p^m) \quad (7)$$

各式形を近似式とした場合の、項数に対するAICの変化を図5に示す。シミュレーションにおいて真値を表す構成式として用いたべき級数形多項式[式(3)]による近

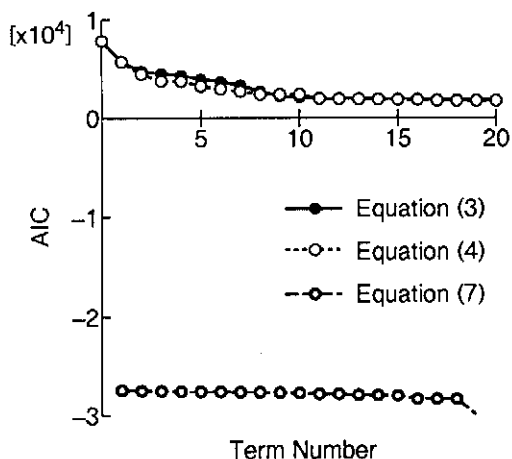


Fig. 5 Change of AIC using experimental stress-strain data

似では、AICは11次および16次で変化が停留し始め、12次においてわずかに増加している。また、0.1乗べき級数形多項式[式(5)]による近似では、AICは7次、10次、16次で停留し始める。さらに、対数関数べき級数形多項式[式(8)]による近似では、AICの変化は全体的に緩やかで、かつ小さく、11次、16次において停留し始め、18次以降で急激に減少する。各式形を比較すると、式(8)は他の式に比べて静的応力-ひずみ関係をよく近似することがわかる。

実験データを用いた近似式推定の結果、静的応力-ひずみ関係の近似において、近似式として式(8)を用いれば、簡潔な式形で静的応力-ひずみ関係をよく表せることがわかる。

4. 動的構成式の推定

4.1 推定方法の概要 機械材料の衝撃負荷試験では、複雑な応力波伝ばの影響によって、試験片に生ずる応力を精度よく測定できず、動的応力-ひずみ曲線を得ることは困難である⁽⁹⁾。ただし、試験片に生ずるひずみおよび作用した衝撃端速度は比較的容易に測定しうる。そこで本研究では、衝撃端速度の測定値を境界条件とする一軸負荷衝撃試験のシミュレーションを行い、得られるひずみ波形の計算値が衝撃端速度と同時に測定されたひずみ波形の測定値と一致するように動的構成式を推定する。

本研究で提案する構成式の推定手順を図6に示す。図6のステップ1で、まず、対象とする機械材料のひずみ波形、衝撃端速度波形、基本的な材料定数などを入力する。つぎに、ステップ2で動的構成式の式形を仮定するとともにパラメータ数を設定する。ステップ3で、仮定された動的構成式を用いて一次元弾塑性波伝ば理論に基づく特性曲線法⁽¹⁰⁾により衝撃負荷試験のシミュレーションを行い、実験値と計算値が一致するように構成式中のパラメータを推定する。なお、パラメータの推定は、繰返し計算により非線形な系の解を求める数値計算法であるガウス・ニュートン法を用いた非線形最小二乗法⁽¹¹⁾により行う。ステップ4で非線形最小二乗法により推定された構成式モデルの残差分散およびパラメータ数よりAICを算出する。ステップ5で、パラメータ数に対するAICの変化を検討し、適切なパラメータ数が判断されれば計算を終了する。適切なパラメータ数が判断できない場合はステップ2に戻り、パラメータ数を変えて処理を続ける。なお、図6の操作を複数の式形に対して行い、推定された各式のAICをさらに比較すれば、適切な式形が決定される。

4.2 シミュレーションによる検討 まず、つぎに示す炭素鋼の構成式⁽²⁾を用いて一軸衝撃負荷試験のシ

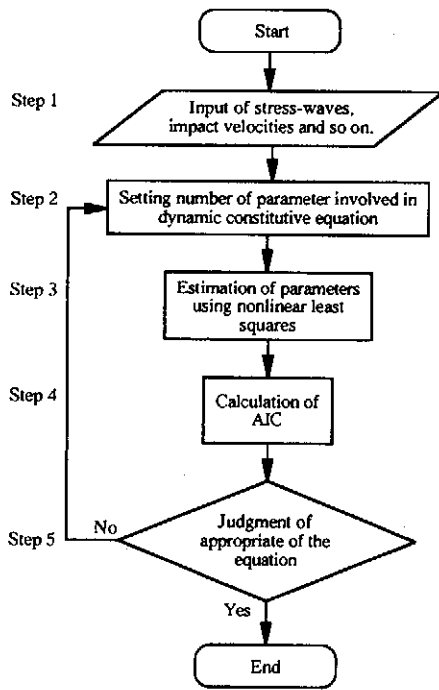


Fig. 6 Flowchart of estimation method

シミュレーションを行い算出したひずみ波形を用いて図6のフローチャートに沿って構成式を推定する。得られた結果より、推定法の妥当性、AICの挙動などを検討する。

$$g = \exp \left[P_1 - \frac{P_2}{\sigma - \{\sigma_s(\epsilon_p) - \sigma_y\}} \right] \quad (9)$$

なお、 g はひずみ速度、 σ は応力、 σ_y は降伏応力、 $\sigma_s(\epsilon_p)$ はひずみ速度約 10^{-4} s^{-1} における静的応力-塑性ひずみ関係を表す。試験片には炭素鋼SS400を仮定し、パラメータを以前の実験結果⁽¹²⁾より $p_1=150$ 、 $p_2=8340$ とした。構成式の近似式には以下の2種類の式を用いた。

$$g = 10^{-4} \cdot (1 + P_1 \sigma_0 + P_2 \sigma_0^2 + \dots + P_m \sigma_0^m) \quad (10)$$

$$g = 10^{-4} \exp(P_1 \sigma_0 + P_2 \sigma_0^2 + \dots + P_m \sigma_0^m) \quad (11)$$

ただし

$$\sigma_0 = \sigma - \sigma_s(\epsilon_p) \quad (12)$$

シミュレーションの結果、静的な場合と同様に、AICが極小値となる、もしくは変化が緩やかになる項数を

採用すればよいことがわかった。さらに、ひずみ波形に誤差を与え、実験誤差が構成式の推定におよぼす影響を検討した。シミュレーションのデータには、式(6)、式(7)と同様な処理により、ひずみ波形に相対誤差が1、3%である不規則波形誤差および周期の異なる2種類の周期波形誤差を加えた計4種類の波形を用いた。推定の結果、全般的に誤差が増大すると、AICの変化は緩やかになり、停留点の把握は困難になる。また、不規則波形誤差よりも周期波形誤差が、AICのパラメータ数に対する変化に影響を及ぼすことがわかった。

4.3 実験による検討 ホプキンソンバー法を利用した一軸負荷の衝撃圧縮試験を行い、ひずみ波形、衝撃端速度を測定し、図6のフローチャートに沿って動的構成式の推定を行う。実験装置を図7に示す。試験片材料にはSS400炭素鋼納入材を用い、長さ10mm、直径9mmの円柱状に機械加工し、さらに、両端面が軸方向に対して直角となるように研削仕上げを施した。実験では図7の装置で衝撃棒をエアガンにより加速発射し入力棒を打撃して、出力棒との間に挟まれた試験片の左端に衝撃速度を作用させる。入力棒および出力棒にはひずみゲージが貼付されており、弾性波の伝播が測定される。測定値より試験片に作用した衝撃端速度波形およびホプキンソンバー法に基づき試験片に生ずるひずみを算出する。なお、実験時には試験片両端に MoS_2 を塗布して摩擦などの軽減を図った。入力棒および出力棒に生ずるひずみ波形の測定サンプリングタイムは $1 \mu\text{sec}$ とした。

本実験では衝撃端速度を変化させることにより、試験片に生ずるひずみ速度が 10000 s^{-1} 近傍および 300 s^{-1} 近傍であるデータを複数測定した。それぞれのひずみ速度域において測定されたデータの一例より算出される、試験片に生じたひずみ波形、ひずみ速度波形および作用した衝撃端速度をそれぞれ図8、9および10に示す。以上のようなデータを複数用いて図6のフローチャートに沿って動的構成式を推定した。構成式にはシミュレーションと同様に式(10)、(11)を用いた。

なお、静的応力-ひずみ関係の測定に比べて、衝撃

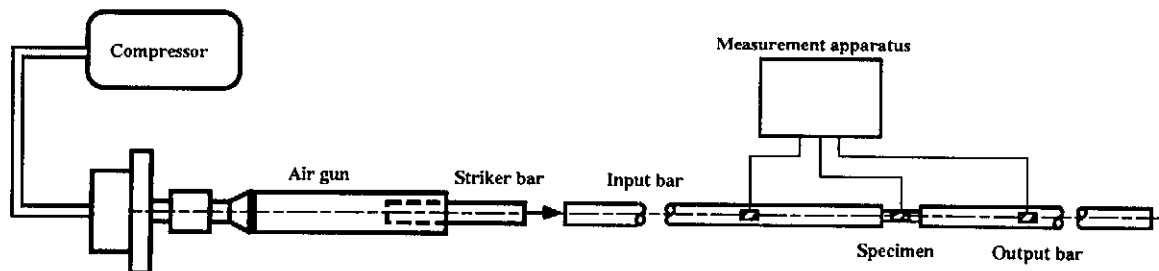


Fig. 7 Apparatus of HPB experimental equipment

試験結果のばらつきは通常大きい。また、それぞれの測定値において、ひずみ速度域が限定されており、単独のデータより推定される構成式では、適用範囲が限られてしまうこともある。このような影響を検討するために、シミュレーションにおいて複数のデータによる構成式推定を行い、それぞれのデータの偏りの影響を軽減するとともに、広いひずみ速度域で使用可能な式形の推定を行うことを試みたところ、収束がより安定かつ正確に行われ、パラメータ推定における繰返し計算も減少することが確認された^{(13),(2)}。そこで、動的構成式の推定は、複数の測定値を同時に用いて行う。

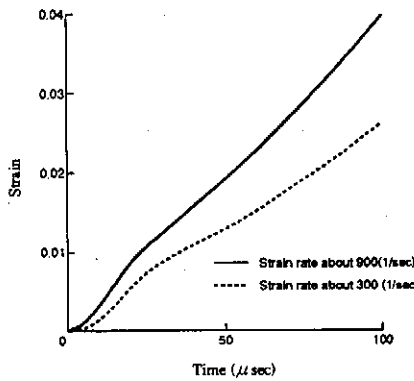


Fig. 8 Apparatus of HPB experimental equipment

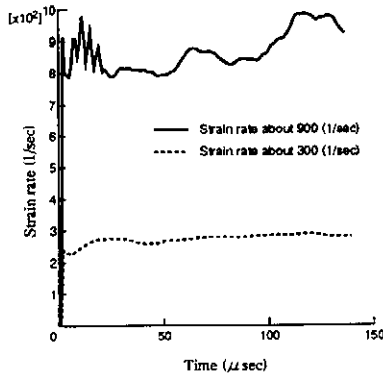


Fig. 9 Apparatus of HPB experimental equipment

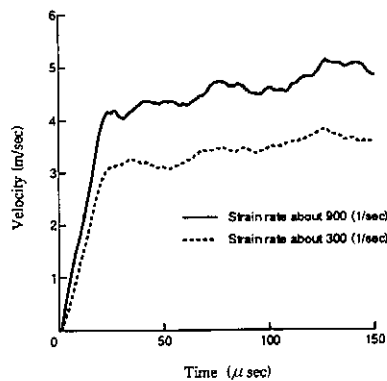


Fig. 10 Apparatus of HPB experimental equipment

図11に、図6のフローチャートに沿って構成式の推定を行い得られた各パラメータ数に対するAICの変化を示す。なお、ひずみ波形および衝撃端速度の測定値には、ひずみ速度が 1000s^{-1} および 300s^{-1} 近傍の結果を各2つ、計4つのデータを用いた。図11より、べき級数形多項式[式(10)]による構成式において、AICはパラメータ数2で極小となり以後増加する。また、指数関数形多項式[式(11)]では、AICはパラメータ数4で極小値をとる。両式を比較すれば、指数形を用いた場合のAICがより小さい。構成式の簡潔さの観点から式形の検討を行えば、指数関数形多項式[式(11)]を用いてパラメータ数2とした構成式を採用すればよく、また、近似の精度の観点からは同じく指数関数形多項式[式(11)]を用いてパラメータ数4とすればよいことが判断される。

図12(a)および(b)に、パラメータ数2および4として推定された指数関数形多項式による動的構成式を用いて得られるひずみ波形および推定の対象となった測定ひずみ波形を示す。図12のように、各ひずみ速度域においていずれの構成式も機械材料の動的挙動をよく表している。両式を比較すれば、パラメータ数を4とした構成式の方が測定値との差がやや少ないことがわかる。以上の結果より、本研究で提案する動的構成式推定法の妥当性が確認される。

5. 結論

本研究では機械材料の動的構成式の式形決定および式中のパラメータ推定に関して検討を行った。得られた結果を以下に要約する。

- (1) 静的応力-ひずみ関係を多項式で近似し、AICによる評価に基づき構成式を決定することを試みた。その結果、要求される近似精度に応じて、AICが極小値をとる、またはAICの変化が停留する開始点のパラメータ数の式形を構成式形として採用すればよいことがわ

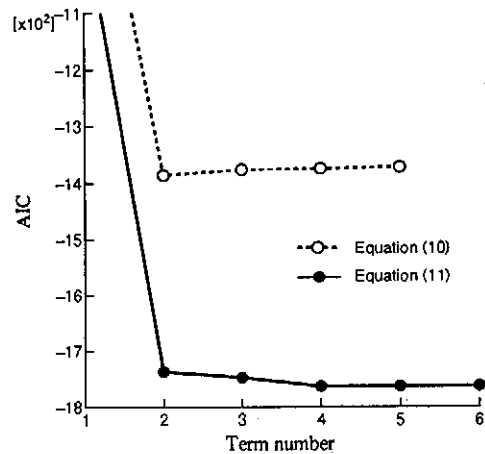


Fig. 11 Change of AIC at estimation of dynamic constitutive equations