

# フラクタルによる金属加工組織の評価に関する研究

国士舘大学 工学部 機械工学科

教授 西原 公

(平成4年度研究開発助成 AF-92001)

## 1. 緒 言

近年Mandelbrot<sup>(1)</sup>の提唱以来、多くの分野でフラクタルの研究が行なわれるようになり、特に自然界に多くのフラクタルが存在し、特徴的な長さを持たないような構造（たとえば雲、海岸線の形およびクレータの直径分布等）が統計的な自己相似性を持ち、フラクタル次元により定量的に示されることが知られている。このフラクタル次元は直観的な次元と一致するが整数である必要はない。たとえばこれによればアマゾン川とナイル川のフラクタル次元がそれぞれ1.85、1.40と非整数次元で表わされ、その川の分岐の程度が定量的に示されるのである<sup>(2)</sup>。

このフラクタルは最近では材料の分野においても表面や界面の構造へ応用され始めている。すなわち金属表面、金属微粒子の凝集、金属イオンの凝集による金属葉の形成<sup>(3)</sup>、薄膜におけるクラスター等がフラクタルの概念より研究され、それらのコンピュータシミュレーションも盛んに行なわれている<sup>(2)(4)</sup>。またよりマクロなスケールである破面、金属組織などのフラクタル的性質についても研究されつつある<sup>(5)-(7)</sup>がその研究は比較的少ない。

本報においては試作したフラクタル次元推定システムにより得られた市販純鉄の圧延、再結晶等による組織変化のフラクタル特性の詳細、特にその定量的評価の可能性について検討することにする。

Table 1 Chemical composition of specimen (mass %)

Material	C	Si	Mn	P	S
Pure Iron	0.01	0.01	0.026	0.012	0.010

## 2. 実験方法

供試材は市販純鉄であり、その化学組成をTable 1に示す。本実験においては1273Kより焼きならし後圧下率0~90%の圧延を10%ごとに行い、その後773~973Kの焼鈍を50Kごとに行なうことにより加工および再結晶組織を得た。

試作したフラクタル次元推定システムの概略をFig. 1に示す。接写レンズあるいは光学顕微鏡からCCDカメラにより入力された画像はフレームメモリ(640×512画素×8bit)に書き込まれる。そしてデジタル化されたデータはその後の処理のためにパーソナルコンピュータに送られる。フラクタル次元はこれらの画像データを2値化処理の後にBox-counting法<sup>(8)</sup>により推定される。すなわちたとえばFig. 2に示すような画像(太線は結晶粒界を表わす)の場合、まず平面を間隔 $r$ の格子によって1辺が $r$ の正方形に分割する。次に平面上において少なくとも1つの点を含むような正方形の個数を数え上げそれを $N(r)$ とする(斜線部分の正方形の個数)。さらに $r$ をいろいろ変えた時に $N(r) \propto r^{-D}$ が成立する場合にはこの形がフラクタルであり、 $D$ がフラクタル次元を与える。以上のアルゴリズムを今回はPASCALによりプログラミングした。またフラクタル次元 $D$ は最小2乗法により決定した。

## 3. 実験結果および考察

### 3.1 フラクタル次元推定システムの精度

試作したフラクタル次元推定システムのアルゴリズムとその精度を確認するためにフラクタル図形として有名なKoch曲線<sup>(1)</sup>を画像として入力してみた。この曲線は再帰

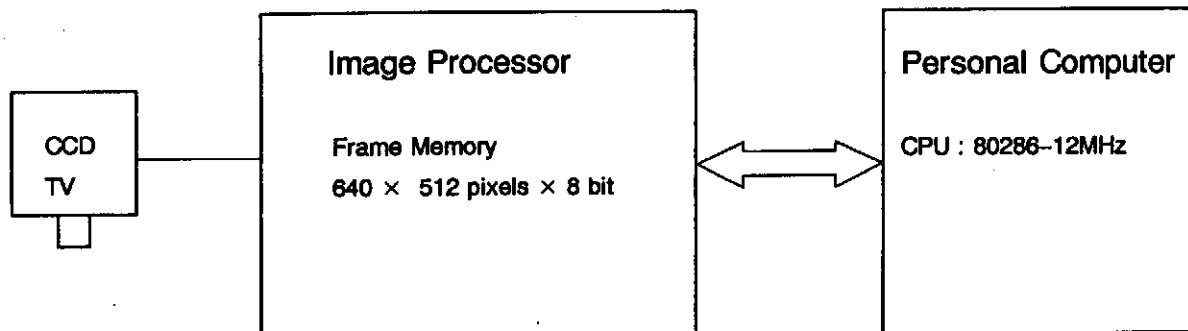
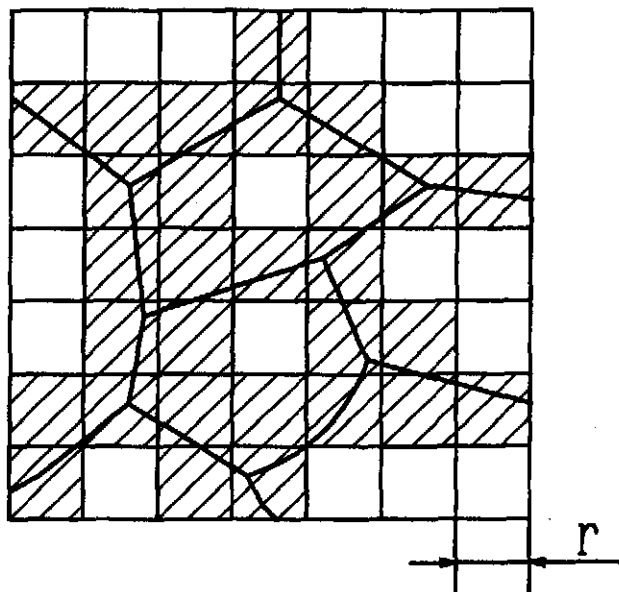


Fig. 1 Block diagram of the image analyzer system.



$N(r)$  : Number of boxes of size  $r$   
needed to cover the object

$D$  : Fractal dimension

$$N(r) \propto r^{-D}$$

Fig. 2 Technique for estimating fractal dimension from experimental images.

的手続きにより得られる。すなわちまず最初に一本の直線が3等分され、中央の部分が正三角形を形成するように2本の直線に置き換えられる。次にこれらの4本の直線部分は最初の形に従って、もとの1/3の長さの新しい部分に置き換えられる。この手続きが繰り返されることにより Koch 曲線が得られる。これらの Koch 曲線生成途中の図<sup>(9)</sup>を画像として入力し (Fig. 3)、前述の Box - counting 法における  $r$  と  $N(r)$  を両対数表示すると Fig. 4 を得ることが出来る。ここで横軸の  $r$  はフレームメモリの画素数を示している。この図からわかるようにプロットは直線的であり、これらの図形がフラクタルであることを示している。またこれらの直線の傾きがフラクタル次元を与えるが、Koch 曲線生成の段階数が増大するとフラクタル次元が大きくなる傾向にあることがわかる。これらの結果から段階数とフラクタル次元との関係をまとめてみると Fig. 5 のようになる。図より段階数が増加するとフラクタル次元は増加し、Koch 曲線の理論的なフラクタル次元<sup>(1)(9)</sup>  $D = \log(4)/\log(3) = 1.26\dots$  に近づくことがわかる。

Schwarz<sup>(10)</sup> はアルゴリズムは異なるがフラクタル次元推定のための画像処理装置のアルゴリズムおよび精度確認のために Koch 曲線を用い、フラクタル次元  $D = 1.22$  を約 20s で得ている。本試作システムにおいては比較的理論値に近い値が得られているが処理時間は約 40s 以上費やしている。これはおもに入力画像の画素数の差によるものと思われるが詳細は不明である。

本研究においては本システムのこの精度のもとで以下の実験をおこなった。すなわち市販純鉄を用い、圧延組織お

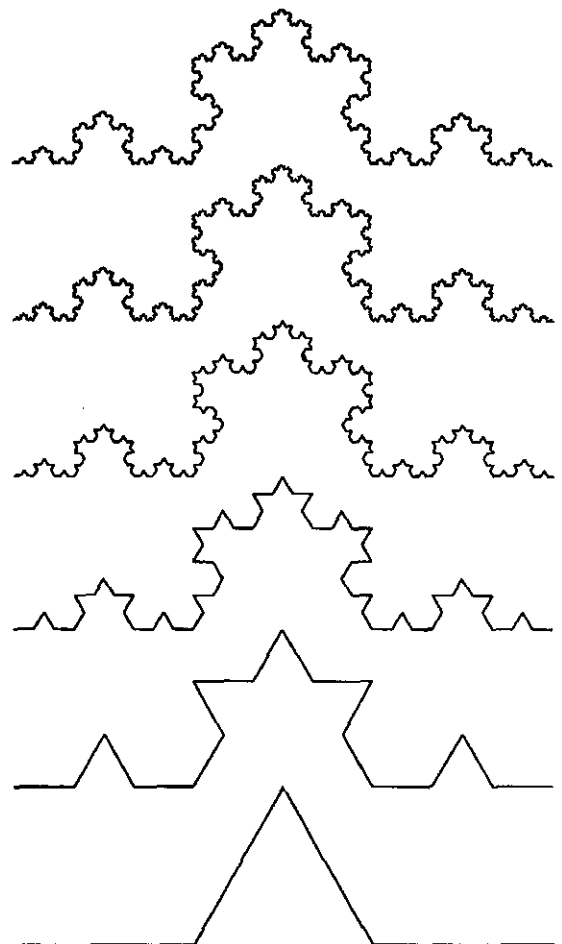


Fig. 3 The first six stages in the generation of the von Koch snowflake curve.<sup>(9)</sup>

よび再結晶組織のフラクタル次元を測定した。

### 3.2 圧延組織のフラクタル次元

圧延組織の Box-counting 法による  $r$  と  $N(r)$  の両対数表示を圧下率別に Fig. 6 に示す。図より  $\log r$  と  $\log N(r)$  はやや直線関係からのずれは見られるが、あえてボックスサイズ  $r = 1.9 \sim 50.0 \mu\text{m}$  の実験範囲内でその関係を直線とみなし、最小2乗法により求められたその傾きをフラクタル的な次元 (以降簡略してフラクタル次元と呼ぶ) と定義

すると、本図より圧下率の増大に伴いその直線の傾きすなわちフラクタル次元が大きくなる傾向にあることがわかる。これらの結果より圧下率を 0~90% 変えた圧延組織における圧下率とフラクタル次元との関係をまとめてみると Fig. 7 を得ることができる。図からわかるようにバラツキは認められるが圧下率が増加するとフラクタル次元はほぼ比例的に増大する。

Hornbogen<sup>(11)</sup> は  $70.2\text{Cu} - 26.0\text{Zn} - 3.8\text{Al}$   $\beta$  型黄銅を

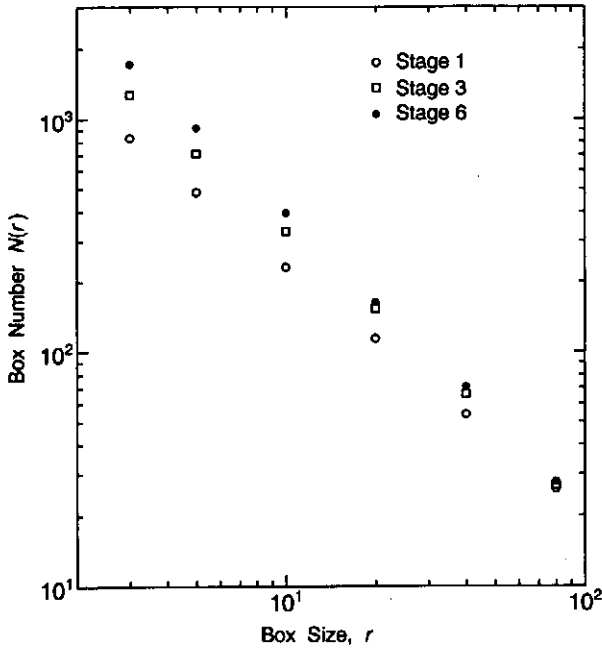


Fig. 4 Box-counting plot for the first stages in the generation of the von Koch snowflake curve.

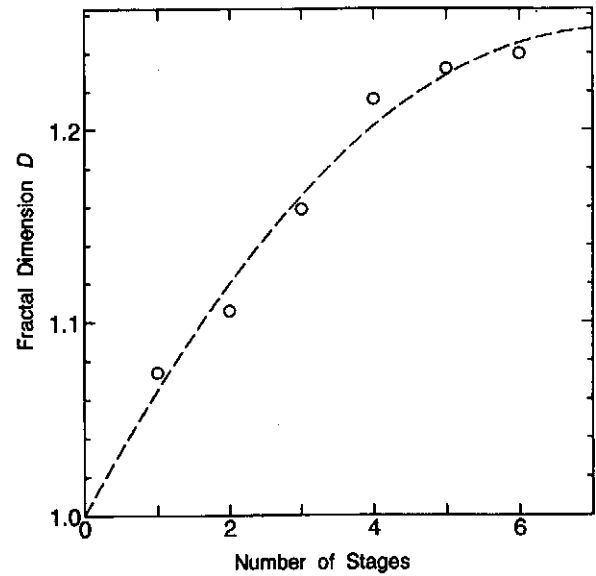


Fig. 5 Measured fractal dimension versus the number of stages in the generation of the von Koch snowflake curve.

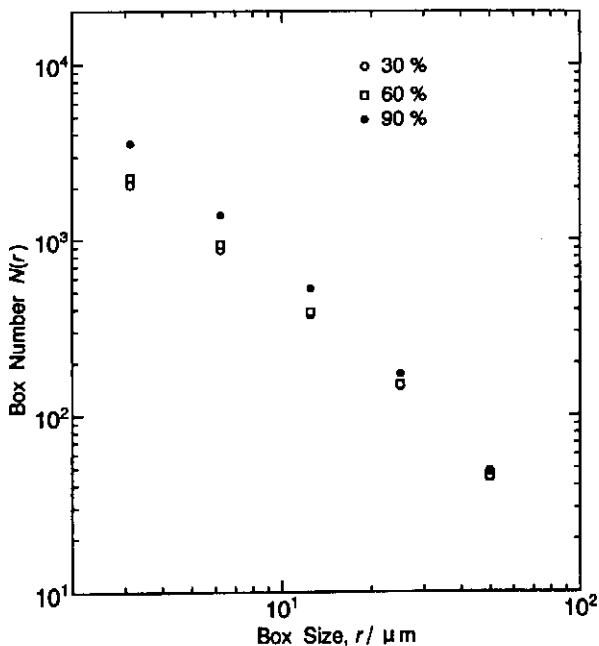


Fig. 6 Box-counting plot for cold rolled commercial pure irons.

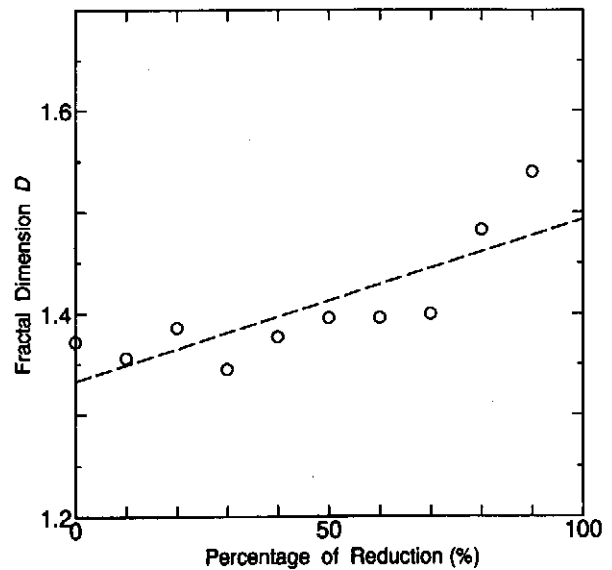


Fig. 7 Measured fractal dimension versus percentage of reduction by cold rolling on commercial pure iron.

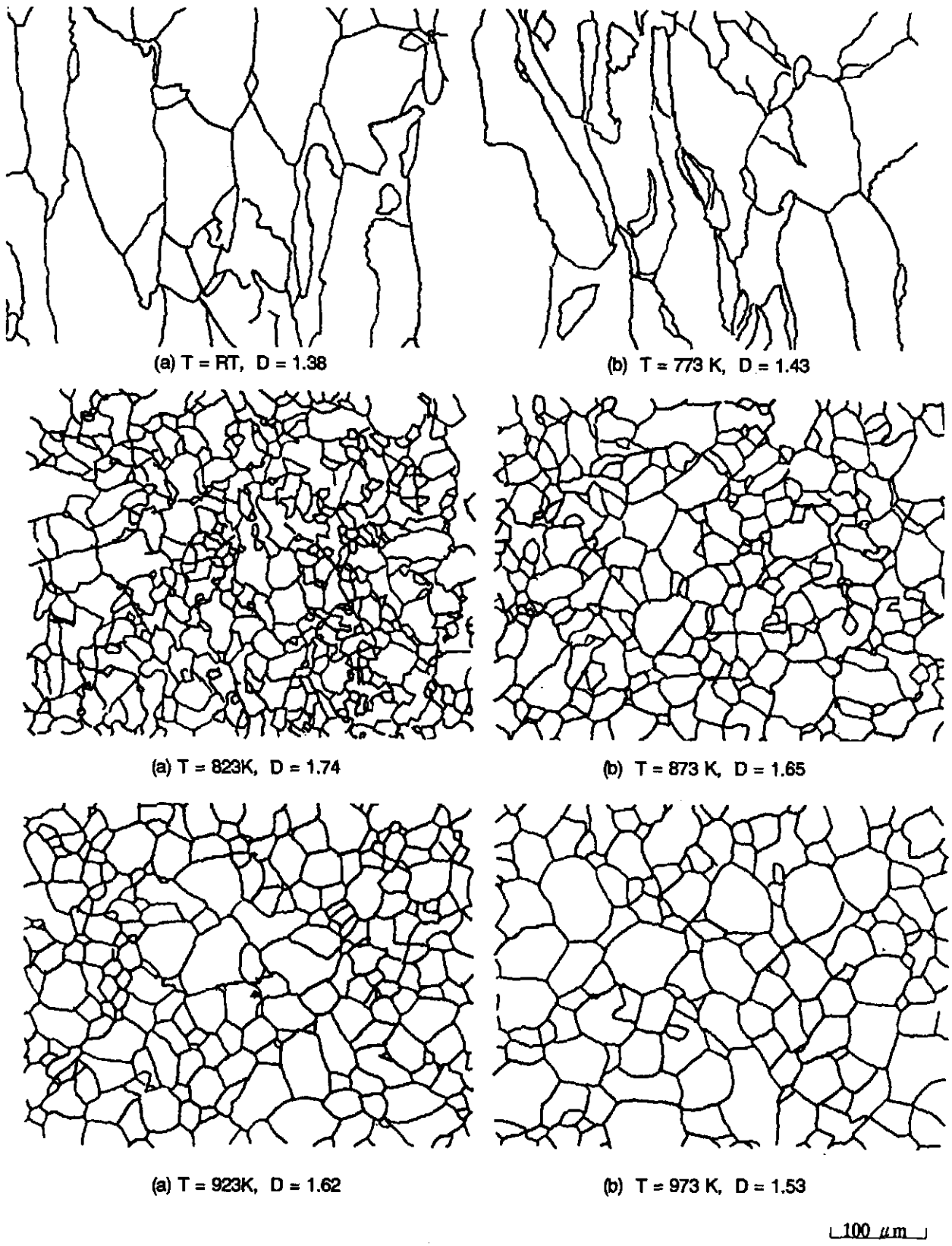


Fig. 8 Change in microstructure and the fractal dimension with annealing temperature. (70% reduction by cold rolling on commercial pure iron)

用い、775°Cで1h焼鈍した組織と熱間圧延した組織を光学顕微鏡で観察し、結晶粒界のフラクタル次元 $D$ は $1 < D < 2$  ( $D = 2$ は非晶質状態に対応)であり、塑性変形度とともに増大し、粒界の非平滑性の指標となることを示した。Fig. 7におけるフラクタル次元 $D$ も同様の傾向にあることがわかる。すなわち彼が論じたように、フラクタル次元は平均結晶粒径に加うるに多結晶体のキャラクタリゼーションに有用な数となりうる。これらのことはフラクタル次元の粒界が非平滑構造の粒界破断、クリープ、析出、再結晶および結晶粒成長等に関する特性値として有効なことを示唆している。

### 3.3 再結晶による組織およびフラクタル次元の変化

圧下率70%で圧延後773Kから973Kまで50Kごとに焼鈍した場合の組織をFig. 8に示す。図にはその組織のボックスサイズ $\gamma = 1.9 \sim 50.0 \mu\text{m}$ の範囲で決定されたフラクタル次元も示してある。図から焼鈍温度の上昇による組織変化とともにフラクタル次元が変化していることがわかる。すなわち組織においては823Kで再結晶が認められ、その後温度の上昇とともに973Kまで結晶粒成長が続いて生じている。これに対応してフラクタル次元 $D$ は圧延時に1.38であったものが焼鈍温度823Kで1.74とピーク値をとり、その後焼鈍温度の増大とともに973Kでは1.53と漸減していることがわかる。またこれらの組織のビッカース硬度を圧延時の圧下率別にFig. 9に示す。各圧下率の場合とも焼鈍温度の上昇とともに再結晶および結晶粒成長に対応して硬度が減少していることがわかる。

実験結果より焼鈍温度とフラクタル次元との関係を圧延

時の圧下率別にまとめた結果をFig. 10に示す。各圧下率の場合とも焼鈍温度の上昇とともにフラクタル次元は急激に増大し、ほぼ823K近傍でピーク値をとりその後焼鈍温度の増大とともに減少している。また各焼鈍温度において圧下率が増加するとフラクタル次元も増大することがわかる。これらは上述の組織変化とよく対応している。しかしながら、Fig. 8に示したような圧延、再結晶および結晶粒成長等による組織における粒界の複雑な形状とその結晶粒径の変化のどの複雑さの程度がフラクタル次元に影響を及ぼしているのか疑問が生じる。そこで以下に示すように結晶粒度とフラクタル次元との関係を調べてみた。

### 3.4 結晶粒度とフラクタル次元との関係

結晶粒径の異なる多結晶体のデータとしてJISのフェライト結晶粒度データ<sup>(12)</sup>を画像として入力し(Fig. 11)、フラクタル次元を求めてみた。Box-counting法による $r$ と $N(r)$ の両対数表示を結晶粒番号別にFig. 12に示す。図よりプロットはほぼ直線的であり、また結晶粒番号が大きくなるとその直線の傾きすなわちフラクタル次元が大きくなる傾向にあることがわかる。またこれらはボックスサイズ $\gamma = 2.3 \sim 62.5 \mu\text{m}$ の範囲内で決定された。これらの実験結果からフェライト結晶粒番号とフラクタル次元 $D$ との関係をまとめた結果をFig. 13に示す。図から明らかなように結晶粒番号とフラクタル次元 $D$ とはほぼ比例関係にある。すなわち平均結晶粒径が小さくなるとフラクタル次元はそれに反比例して大きくなる。このことはFig. 8の再結晶および結晶粒成長の組織変化とフラクタル次元の変化あるいはFig. 10のフラクタル次元のピーク値以降の減少と対応して

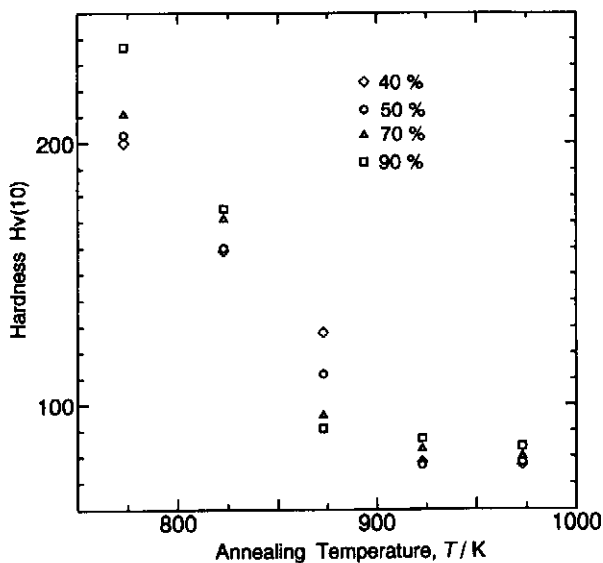


Fig. 9 Hardness as a function of annealing temperature and percentage of reduction.

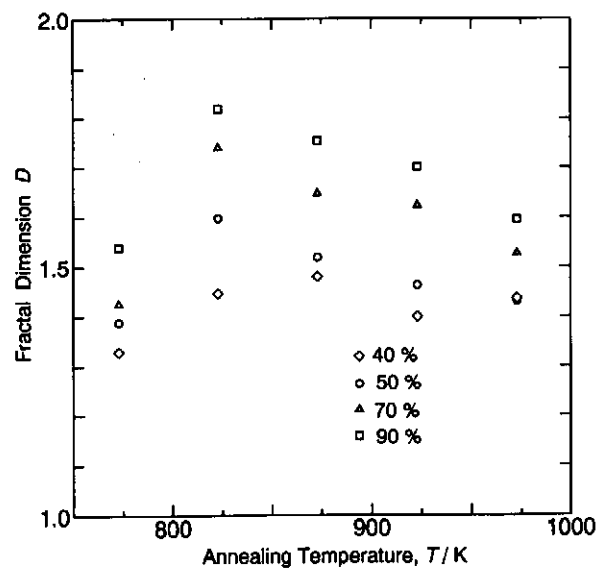
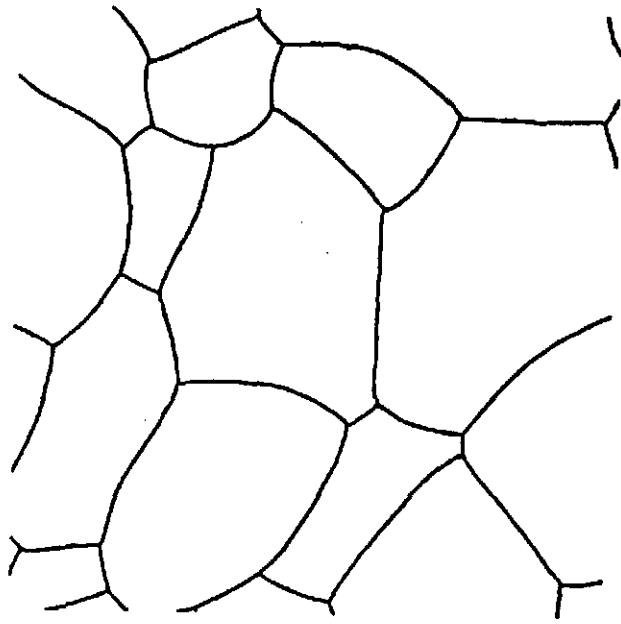
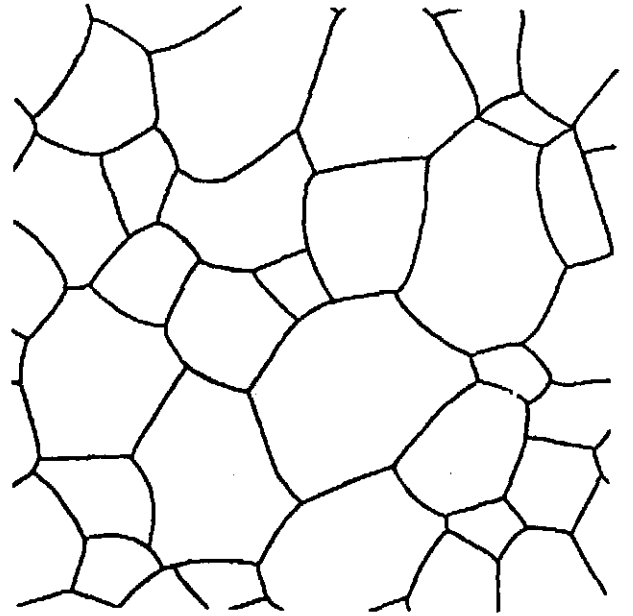


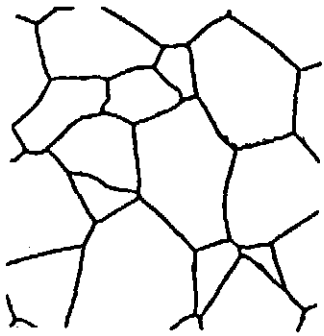
Fig. 10 Fractal dimension as a function of annealing temperature and percentage of reduction.



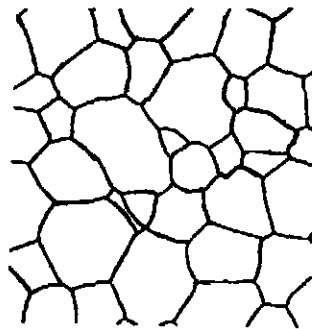
No. 1



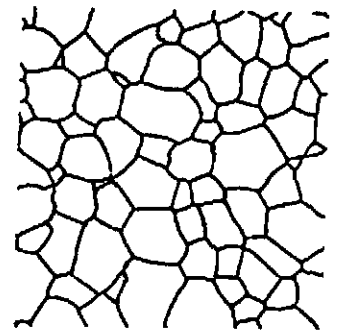
No. 2



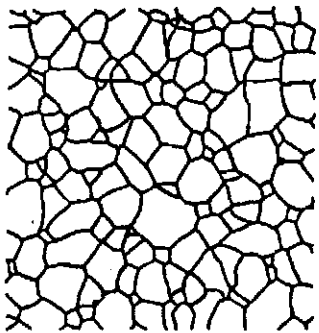
No. 3



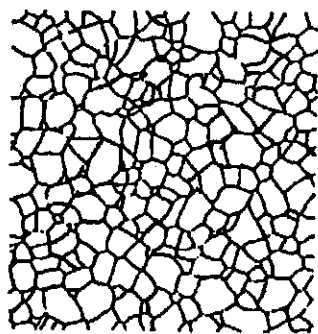
No. 4



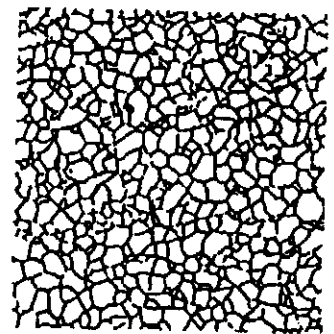
No. 5



No. 6



No. 7



No. 8

200  $\mu$ m

Fig. 11 Ferrite grain-size numbers (JIS G 0552).<sup>(1)</sup>

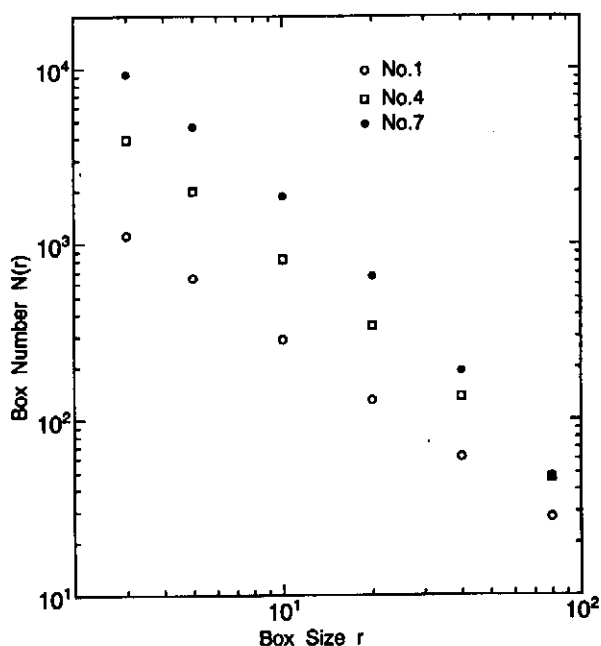


Fig. 12 Box-counting plot for JIS ferrite grain size numbers.

いると考えられる。

しかしながらフラクタル次元は結晶粒の大きさにはよらないと考えられる。従ってJISのフェライト結晶粒データのフラクタル次元が粒度によって異なったのはそのデータには粒界の複雑さの粒度による相違が含まれていることを示している。すなわち平均結晶粒径が減少すると粒界の複雑さが増大することが実験的に示されたが、これらの関係の詳細については今後の研究としたい。

以上の結果より少なくとも圧延およびその後の再結晶、結晶粒成長による組織の変化とフラクタル次元とがきわめて密接に関連していることが確認された。すなわち粒界が非平滑構造の圧延、再結晶および結晶粒成長等のフラクタル次元による定量的評価の可能性が示された。

#### 4. 結 言

試作したフラクタル次元推定システムにより市販純鉄の圧延および再結晶組織のフラクタル特性を調べ、ボックスサイズ $r$ と粒界を含むボックス総数 $N(r)$ との関係において $r = 1.9 \sim 50.0 \mu\text{m}$ の範囲での $\log r$ と $\log N(r)$ の直線関係をフラクタルとみなしてその傾きをフラクタル次元とし、以下の結果を得た。

- (1) 結晶粒径の減少および圧延時の圧下率の増加にともないフラクタル次元がほぼ比例的に増大することが確認された。
- (2) 圧延組織のフラクタル次元は再結晶温度近傍でピーク値をとりその後結晶粒成長とともに漸減する傾向にあった。
- (3) 粒界が非平滑構造の圧延、再結晶および結晶粒成長等

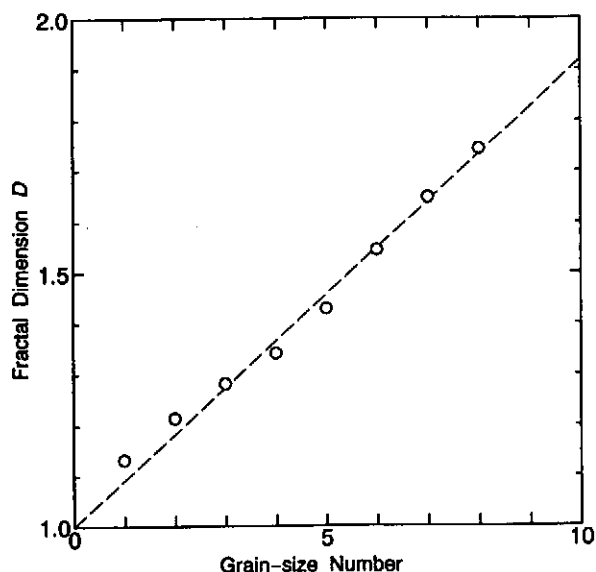


Fig. 13 Measured fractal dimension versus JIS ferrite grain-size number.

のフラクタル次元による定量的評価の可能性を示した。

終わりに本研究は平成4年度天田金属加工機械技術振興財団研究開発助成の補助を受けてなされたものであることを付記し、ここに深甚なる感謝の意を表します。

#### 文 献

- (1) B. B. Mandelbrot : The fractal geometry of nature ; 広中平祐監訳 : フラクタル幾何学、日経サイエンス社、(1986).
- (2) 高安秀樹 : フラクタル、朝倉書店、(1986).
- (3) Y. Sawada, A. Dougherty and J. P. Gollub : Phys. Rev. Lett. , 56(1986), 1260.
- (4) P. Meakin : CRC Crit. Rev. Solid State Mater. Sci. , 13(1987), 143.
- (5) E. E. Underwood and K. Banerji : Mater. Sci. Eng. , 80 (1986), 1.
- (6) R. H. Dauskardt, F. Haubensak and R. O. Ritchie : Acta Metall. 38(1990), 143.
- (7) E. Hornbogen : Int. Mater. Rev. , 34(1989), 277.
- (8) M. F. Barnsley : Fractals Everywhere, Academic Press, (1988), 176.
- (9) H. - O. Peitgen and D. Saupe (editors) : The Science of Fractal Images, Springer - Verlag, (1988), 276.
- (10) H. Schwarz and H. E. Exner : Powder Technology, 27(1980), 207.
- (11) E. Hornbogen : Z. Metallkde. , 78(1987), 622.
- (12) 日本規格協会 : JISハンドブック1鉄鋼、(1992), 280.