

変形・温度連成FEM解析に対する アダプティブ・リメッシング法

名古屋大学 工学部 材料プロセス工学科

助手 湯川伸樹

(平成3年度奨励研究助成 AF-91030)

1. はじめに

塑性加工のプロセスを数値的に解析する手段として、有限要素法はすでに幅広く用いられている。この有限要素法を用いて物体の変形を記述する方法は、基準座標が物体に固定されて物体の変形とともに移動するLagrangeタイプと、基準座標が空間に固定されていてその中を物体のみが移動するEulerタイプの2つに大別することができる。現在塑性加工のFEM解析に広く用いられているのは前者である。この理由の一つは、Lagrangeタイプの定式化をすると式中に非線形性の強い移流項が入らず、簡単になるからである。また別の理由は、鍛造等の塑性加工では素材が最終的にどのような形状になるか、あるいは型に十分充填するかなど、自由表面の位置が変形中や変形後にどのように変化するかが問題になることが多いためである。Lagrangeタイプであれば、最初物体の表面にあった節点は変形後も表面上にあるため、有限要素メッシュの変形から直接自由表面の移動が表せるのに対し、Eulerタイプでは自由表面の決定に非線形計算が必要だからである。

しかしLagrangeタイプの記述には一つ大きな欠点がある。それは要素が物体の変形に伴って変形するため、変形の非常に大きな部分では要素のゆがみも大きくなることである。要素がゆがんで細長くなると、その部分の解析精度が低下してくる。そして更にゆがみが大きくなると、それ以上計算を続行することが不可能となる場合もある。

そこで、このような事態を避けるためには、解析途中で解析要素を正規の形に切り直す、リメッシング操作がどうしても必要となってくる。従来は解析者が解析経過を監視していて、計算の続行が不可能になったら、あるいは要素のゆがみが大きくなってきて解析誤差が大きくなったと判断したらそこで一旦計算を打ち切り、手動でメッシュを切り直してから計算を再開させるという手間のかかる方法をとってきた。そしてその際に変形の激しそうな箇所を解析者が判断して、その部分の要素を細かく、それ以外を粗くというようにメッシュの切り方も手動で指示してきた。

そこでこのようなことを自動的に行うためには、その部分の解析の誤差を評価しその値をベースとして新しい要素大きさを決定して切り直すことが必要となってくる。こ

れがアダプティブ・リメッシング法の基本的な考え方である^{1), 2)}。こうすることにより、ある一定レベルの解析精度を保ちながら自動的に解析を進めることができるようになる。

ところで鍛造などの実作業では、素材は機械プレス等により高速変形を受ける。その場合、素材の自己発熱により温度がかなり上昇し、素材や工具に様々な影響を及ぼす。それを解析的に検討するためには、変形と熱とを連成させた解析を行なう必要がある。この場合、解析の誤差評価として変形に重点をおくか、温度に重点をおくかにより、その誤差分布はそれぞれ異なったものとなることが考えられる。

そこで本研究では剛塑性有限要素解析に熱の有限要素解析を更に組み合わせ、変形と温度それぞれのファクターに対して上記アダプティブ・リメッシング法を適用して、誤差分布及び誤差の変化、生成されるメッシュなどの差異について調べた。

また変形解析、温度解析の両方の誤差を同時にコントロールする方法についても検討を行った。

2. 解析方法

2.1 解析手順

Fig.1に解析のフローチャートを示す。まず、剛塑性有限要素法で1ステップの変形の解析を行なう。次に熱のFEM解析を行ない、そのステップでの温度上昇を求める。続いて変形解析及び温度解析の誤差の事後推定 (Posteriori error estimation) を行ない、その誤差の最大値がある一定値を越えていたら自動メッシュジェネレータを起動してメッシュの作り直しを行なう。そして温度や相対ひずみなどの履歴に依存する値を旧メッシュから新メッシュに引き渡した後、次の計算ステップに入る。

2.2 剛塑性有限要素解析

本研究では圧縮性材料の塑性力学に基づく剛塑性有限要素解³⁾を用いた。要素は、自動メッシュ・ジェネレーションのしやすいこと、及び塑性ロッキング現象が起きにくいことを考慮して、六節点三角形要素を用いた。

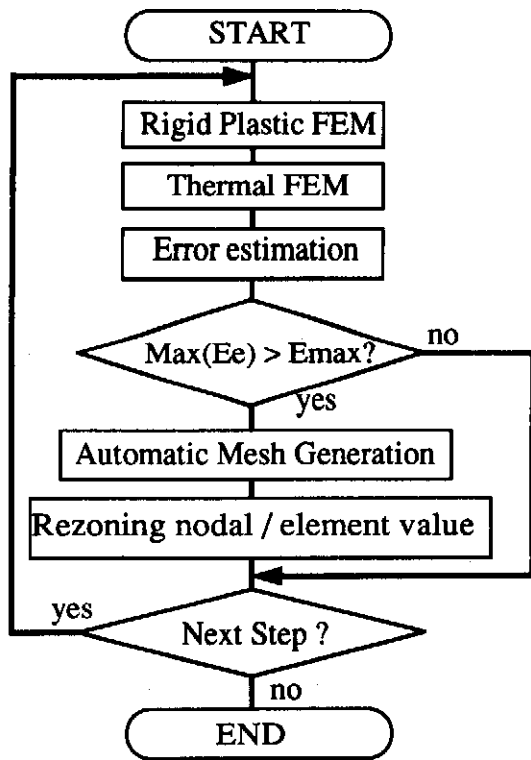


Fig. 1 Flow chart for adaptive remeshing method

2.3 温度解析

熱解析部では、次式の高ラーキン法による定式化⁴⁾を行った。軸対称の場合、

$$\int_V [N]^T \left[\frac{\kappa}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) + \dot{Q} - \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \right] r dr dz d\theta \quad (1)$$

で表される。マトリックス表示すると。

$$[K] \{T\} + [C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} = \{F\} \quad (2)$$

ここで、 κ は熱伝導率、 T は温度、 \dot{Q} は発熱率、 C_p は比熱、 ρ は密度である。

この式をクランク・ニコルソン差分式を用いて時間積分し、次式を得る。

$$\left(\frac{1}{2} [K] + \frac{1}{\Delta t} [C] \right) \{T(t+\Delta t)\} = \left(-\frac{1}{2} [K] + \frac{1}{\Delta t} [C] \right) \{T(t)\} + \{F\} \quad (3)$$

なお要素は変形解析と同じ6節点3角形要素を用いた。

2.4 誤差解析

誤差評価としては、本研究では各要素における離散化誤差を用いた⁵⁾。すなわち次式に示すように有限要素解 q_h とそれを解析領域全体でスムージング処理をして求めた値 q^* との差のノルムをその要素における誤差 E_e とした。

$$E_e = \left\{ \int_{V_e} [q^* - q_h]^2 dV \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

変数 q としては、変形解析に対しては相当ひずみを、温度解析に対しては温度勾配を用いた。

そして、各時間ステップにおいてそれぞれの誤差計算を行い、変形に注目したときにはひずみの誤差の最大値、温度に注目したときには温度の誤差の最大値が、ある許容値 E_{max} に達したときに、自動メッシュジェネレータを起動し、新しいメッシュを作り直す。

2.5 メッシュサイズの決定

誤差測定とメッシュサイズの関係は、明示的には示されていない。そこで次のようにしてその関係を求めた。すなわち円柱の端面拘束据込みの解析を均一に切ったメッシュ(要素数32~288)で行い、解析領域内の同じ場所の誤差測定と要素の面積 A の関係を求めた。それを両対数グラフで表したのがFig.2である。両者の関係はほぼ直線となりその傾きはほぼ1である。すなわち次の関係が成り立つ。

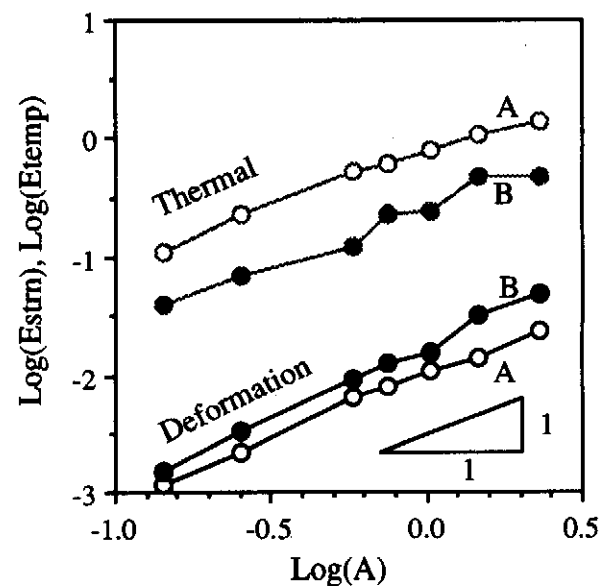
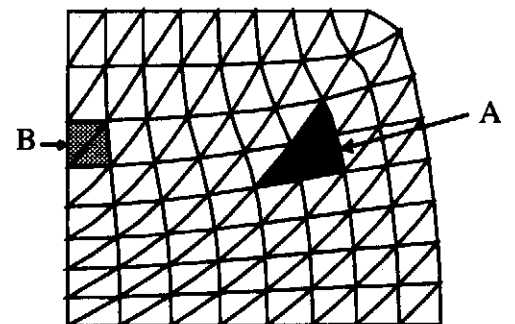


Fig. 2 Relation between area of elements and error measures.

$$E_c = k \cdot A \quad (5)$$

従って誤差測度を E_{new} 以下にするための要素の面積は、

$$A_{new} = A_{old} \cdot \frac{E_{new}}{E_{old}} \quad (6)$$

要素の辺の平均寸法を h とすると、

$$h_{new} = h_{old} \cdot \left(\frac{E_{new}}{E_{old}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

なお、この関係式は三角形2次要素のひずみの誤差について成り立つものであり、要素や誤差を考える対象が異なると変わってくることに注意を要する。

2.4 メッシュ・ジェネレーション

有限要素生成には手塚が開発した任意境界に対する自動メッシュ・ジェネレータ⁶⁾を用いた。このメッシュ・ジェネレータに必要な入力データは、領域境界の座標とその内部に生成する要素のサイズのみであるため、リメッシュ前の要素の形状の影響を受けずに新しいメッシュを生成することができる。

式 (7) により新しい要素のサイズを計算した後、全解析領域を h_{new} の値によりいくつかのサブ領域にレベル分けをし、その境界の座標及び要素サイズをメッシュ・ジェネレータに入力して新しいメッシュを生成する。

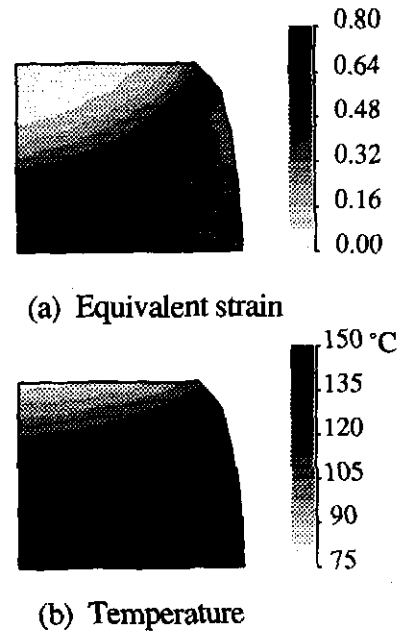


Fig. 3 Distribution of equivalent strain and temperature.

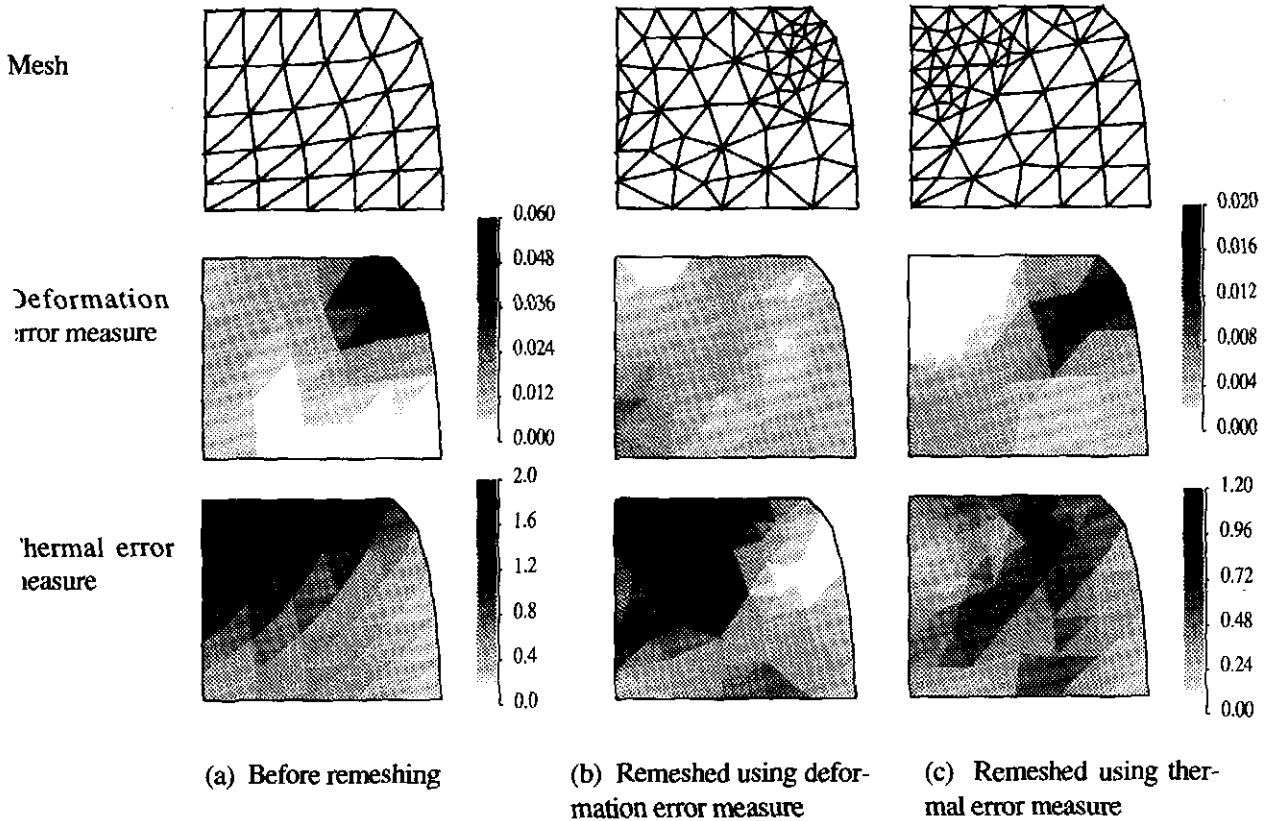


Fig. 4 Meshes and distribution of error measures before and after remeshing.

3. 解析例

3.1 円柱の据込み

簡単な解析の例として、円柱の機械プレスによる据込みの計算を示す。素材として冷間鍛造用低炭素鋼 (SWRCH15A) を考え、素材寸法は直径14mm、高さ21mmとした。

Fig.3にリメッシングせずに圧下率30%まで計算したときの相当ひずみ分布と温度分布を示す。そしてFig.4に、(a) リメッシング前、(b) 相当ひずみ誤差を指標としてリメッシングを行なった場合、(c) 温度誤差を指標としてリメッシングを行なった場合の、メッシュ、相当ひずみ誤差分布、温度誤差分布を示す。リメッシングは、(b),(c)とも自由度がほぼ同じになるように行った。

リメッシング前のひずみ分布と温度分布 (Fig.3) を比較すると、相当ひずみについては素材断面の対角線上にシェアバンドが発生するためその近傍での変化が大きく、誤差 (Fig.4 (a)) は対角線上工具付近で特に大きくなっている。一方温度については相当ひずみの大きいところで変形熱が発生するためそこでの温度が高くなっているが、他方ダイス近辺では工具に熱が逃げて行くため低い温度となっており、工具との接触面近辺で誤差が大きくなっており、両方で誤差の分布パターンがかなり異なっていることが分かる。したがって、それぞれの誤差を基準にしてリメッシングを行なうと、Fig.4 (b),(c) に示すように他方の誤差が大きのまま残ってしまう場合がある。

3.2 軸対称前後押出し

前後法押出しを含むもっと複雑な加工プロセスの解析例を示す。Fig.5にダイセットと加工前素材及び初期メッシュを示す。材料、境界条件等は据込みの場合と同様である。

もしリメッシングを行わない場合、メッシュは解析が進むにつれてどんどんゆがみ、解析誤差もそれに伴って増加する (Fig.6)。

Fig.7は相当ひずみ誤差のみを考慮してリメッシングを行った場合の、両方の誤差の最大値の変化を示したものである。相当ひずみ誤差は当然常に E_{max} 以下に制御されているが、温度誤差はリメッシングによって以前の値よりかえって増加する場合もあることがわかる。もし変形抵抗が温度の関数である場合、温度解析の誤差は次のステップの変形抵抗の誤差につながるため、陽には現れない形で変形解析に影響し、誤差が蓄積していくことになる。したがって温度・変形連成解析の場合、両方の誤差を同時にコントロールすることが必要である。

そこで一つの試みとして、必要とされる新メッシュの大きさを決定する際に、相当ひずみ誤差、温度誤差から計算され h_{min} のうち小さい方をとる、という方法を行った。この

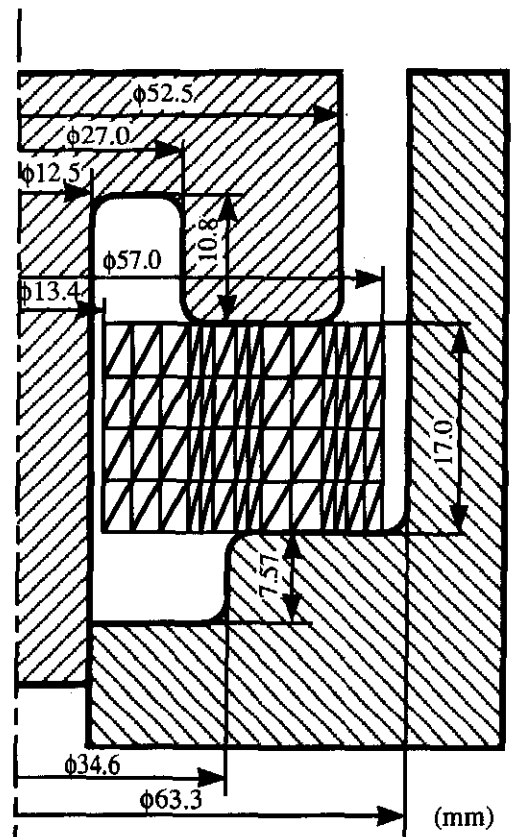


Fig. 5 Configuration of dies and blank for forward-backward extrusion.

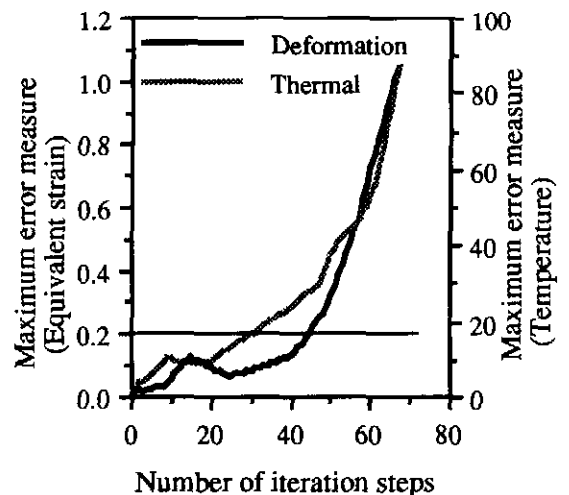


Fig. 6 Change of maximum error measure without remeshing.

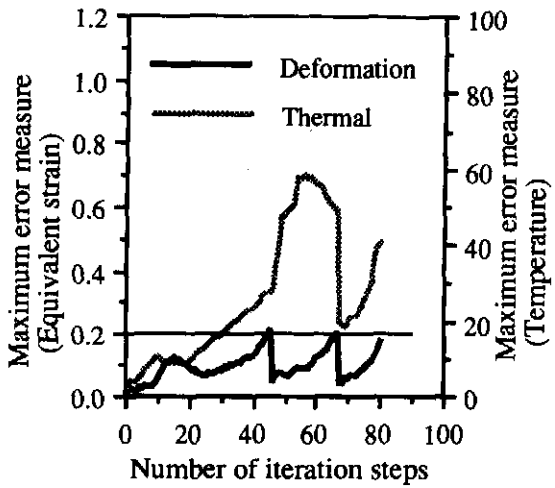


Fig. 7 Change of maximum error measure with remeshing using only deformation error measure.

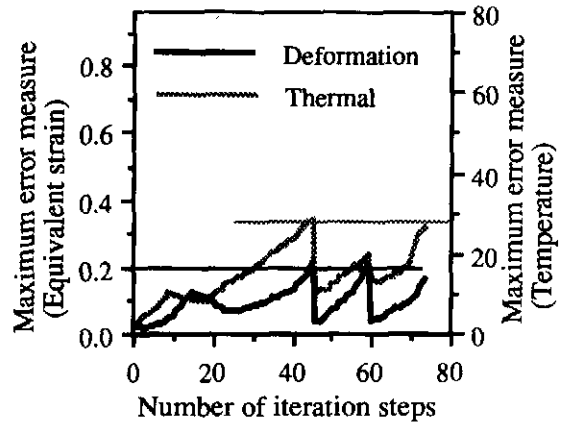


Fig. 8 Change of maximum error measure with remeshing using both error measure.

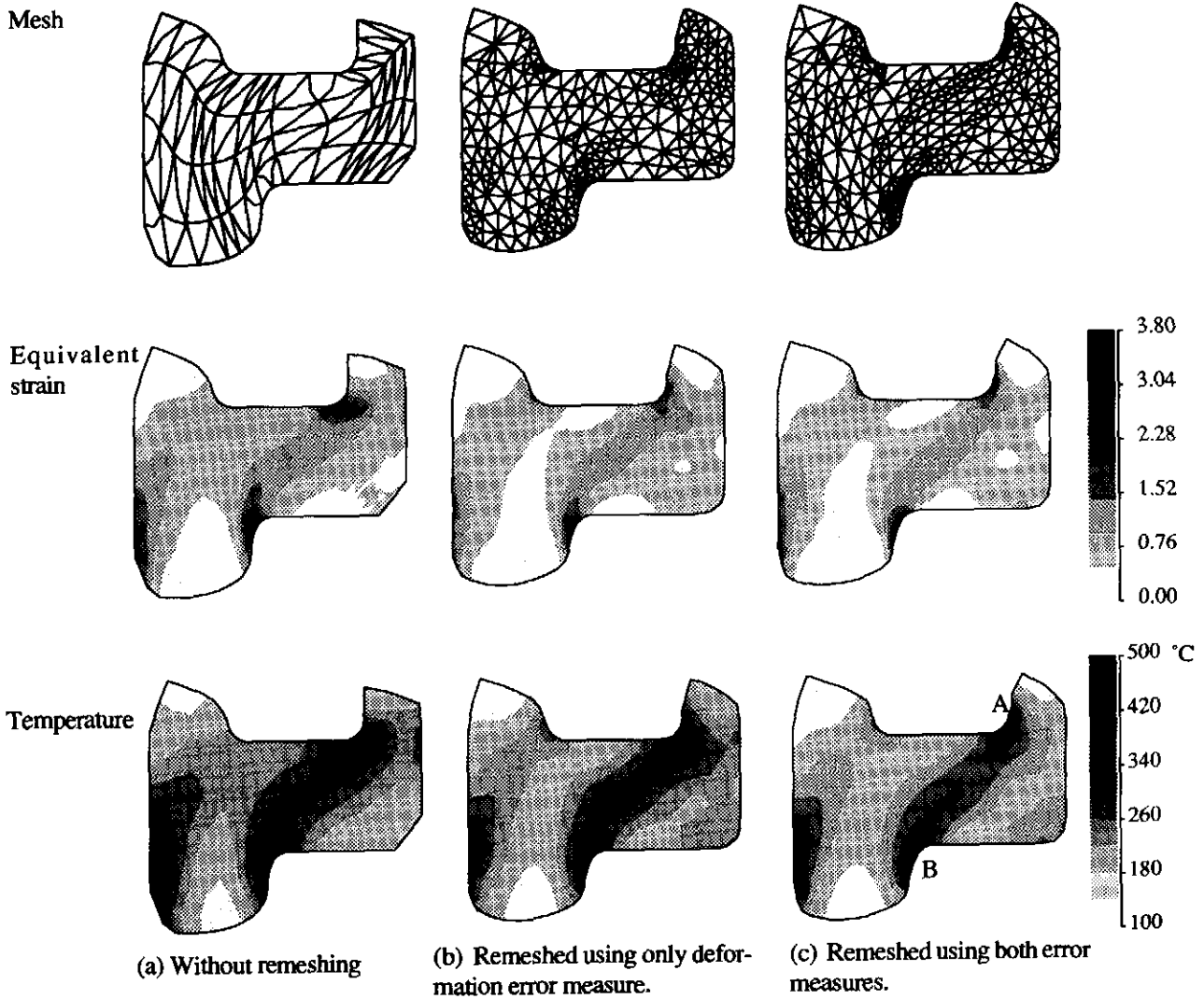


Fig.9 Calculated results of forward-backward extrusion at 6.7mm die stroke.

場合の結果をFig.8に示す。この図から誤差の最大値は相当ひずみ誤差、温度誤差ともある指定した値以下にコントロールされていることがわかる。Fig.9は (a) リメッシング無し、(b) 相当ひずみ誤差のみ考慮してリメッシング、(c) 両方の誤差を考慮してリメッシングを行った場合の、ダイストローク6.7mmの時点におけるメッシュ、相当ひずみ分布、温度分布を示したものである。(b)と(c)を比較すると、相当ひずみ分布はほぼ同じである。これは相当ひずみ誤差が両者とも考慮されているからである。しかし温度分布にはかなり食い違いが見られる。温度誤差を考慮した(c)と比べて、考慮していない(b)では素材内部では10℃前後高めになるのに対し工具角付近のA点では逆に約40℃、B点では約70℃低い値となっている。

4. まとめ

アダプティブ・リメッシング法を変形・温度連成解析に適用し、円柱の据込み及び軸対称前後方押出しを例として温度・相当ひずみによる誤差及びリメッシングの評価を行った。

- (1) 相当ひずみ誤差は変形の大きい部分で大きくなるのに対し、温度誤差は温度勾配が急になる工具との接触面付近で大きくなる。この両者の分布パターンの違いより、どちらか片方のみに着目してリメッシングを行っても全体の誤差を確実に制御することはできない。
- (2) 温度・相当ひずみの誤差を同時に制御する試みを行い、両者ともあるレベル以下に押さえることができた。

謝 辞

本研究に協力してくれた本学大学院生、難波広一郎君（現在、JR東海）に感謝します。また本研究は（財）天田金属加工機械技術振興財団の奨励研究助成を受けたことを記し、謝意を表します。

参考文献

- 1) O.C.Zienkiewicz et al. : NUMIFORM 89, A.A. Balkema, Rotterdam (1989), 3.
- 2) N. Yukawa et al : Advanced Technology of Plasticity 1990, Vol.IV (1990), 1719.
- 3) K.Mori et al : Bull.JSME, 23 (1980), 523
- 4) 矢川元基 : 流れと熱伝導の有限要素法、培風館 (1983).
- 5) T.Torigaki : Contact and Impact Problems using Adaptive Finite Element Methods, Ph.D thesis, The University of Michigan (1989).
- 6) 手塚明ほか : 機論 A, 58 - 555 (1992) 2199.