

塑性加工材の弾塑性異方性マッピング測定技術

大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻
助教 米津明生
(平成 20 年度奨励研究助成 AF-2008036)

キーワード: 塑性加工材, 塑性異方性, 球状圧子, 有限要素解析, 次元解析

1 緒言

塑性加工材, 複合材料および薄膜材料などの塑性特性は異方性を有する. それらの力学特性を評価するためには, 各方向に対する引張試験を行う必要がある. しかしながら, 評価対象が小さい場合には所望の領域において微小試験片を切り出し, 引張試験を行う必要があるが, 容易ではない. したがって, 微小領域における塑性異方性を定量的にかつ容易に評価できる方法が必要である.

押し込み法は, 極めて簡便な材料評価手法のひとつであり, 微小領域の特性を測定できることから, 材料特性の「マッピング測定」として展開できる. 近年, 盛んに行われた次元解析を援用する「塑性特性評価法」の研究より, 押し込み試験から得られる押し込み曲線から材料の塑性構成式の材料定数 (以下, 塑性特性と呼ぶ) を推定する方法が多く提案された^[1, 2]. この方法は, 有限要素解析などを用いて押し込み試験の結果 (押し込み曲線や圧痕形状) と塑性特性を関連づける関数をあらかじめ求め, つぎに実験から得られた押し込み試験の結果をその関数に代入して, 塑性特性を推定する. この方法を用いれば, 通常は引張や圧縮試験から得られる応力-ひずみ関係を押し込み曲線から簡便に推定することが可能になる. 最近では, この方法に基づいて薄膜材料^[3]や傾斜塑性材料^[4]などの不均質材料に対する評価法も開発されてきたが, それらは Mises の降伏条件に基づいた手法であり, 塑性等方性材料の評価に留まっている.

一方, 異方性材料については, Hill の降伏条件式が一般的であり, 予ひずみ材料や塑性加工材の評価によく用いられている^[5]. したがって, Hill の異方性降伏条件に基づいた押し込み試験の有限要素解析を実施すれば, 塑性異方性を推定できる可能性がある.

本研究では, 押し込み法を用いて塑性特性およびその異方性を簡便に評価できる方法を提案することを目的とした. 本研究の評価対象は, 塑性異方性材料の代表例である塑性加工材を対象にし, 丸棒の一方方向冷間引抜き加工材を想定する. したがって, 一方方向 (軸方向) のみ塑性異方性を有する材料である. はじめに, 有限要素解析 (FEM) を用いた塑性異方性材料の球状圧子押し込み解析を実施し, 押し込み試験結果に及ぼす面内塑性異方性の影響を調べた. つぎに, 比較的広範囲な塑性特性を有する材料に対して押し込み試験の FEM 解析を実施し, その結果と塑性異方特性の関係を求めた. さらに, 様々な仮想材料の数値実験を実施し, その関数の有効性について検証した.

2. 塑性異方性材料の押し込み解析

2.1 対象材料 本研究では, 式(1)に示したべき乗硬化則にしたがう材料を対象にした.

$$\bar{\sigma} = E\bar{\varepsilon} \quad (\bar{\sigma} \leq \sigma_Y) \quad \& \quad \bar{\sigma} = K\bar{\varepsilon}^n \quad (\bar{\sigma} > \sigma_Y) \quad (1)$$

ここで, E はヤング率, n は加工硬化指数, σ_Y は降伏応力, K は強さ係数を表す. E を既知とすると, $K = \sigma_Y(E/\sigma_Y)^{1/n}$ で表され, 推定する材料定数は σ_Y と n 値の 2 個になる. 多くの鉄鋼材料は, 式(1)の硬化則にしたがい^[6], また推定する材料定数も 2 個と少ないことから, 本研究では式(1)にしたがう材料を対象にすることとした. また, 降伏条件は式(2)に示した Hill の直交異方性降伏条件式にしたがうと仮定した.

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (2)$$

なお, 塑性加工材や予ひずみを導入した金属材料の異方性塑性条件は, おおむね式(2)にしたがうことが報告されている^[5, 7].

本研究で対象とする材料の座標系を Fig.1(a) に示す. 図の x - y 平面に押し込み試験を実施し, 面内塑性異方性を推定する. 各異方性主軸 x , y および z 方向の引張降伏応力 σ_Y およびせん断降伏応力 τ_Y は, それぞれ $(\sigma_Y)_x$, $(\sigma_Y)_y$, $(\sigma_Y)_z$ および $(\tau_Y)_{xy}$, $(\tau_Y)_{yz}$, $(\tau_Y)_{zx}$ と表す. いま, 丸棒に対して図に示す直交座標系の長手方向 (x 軸) に引抜き加工を実施すると, $(\sigma_Y)_x$ が上昇し, 円周方向 (y, z 方向) は対称であるため $(\sigma_Y)_y = (\sigma_Y)_z$ であり, $(\sigma_Y)_x \geq (\sigma_Y)_y = (\sigma_Y)_z$ になる. ここで,

$$\sigma_Y = (\sigma_Y)_y = (\sigma_Y)_z, \quad (\sigma_Y)_x = m(\sigma_Y)_y, \quad (3)$$
$$(\tau_Y)_{xy} = (\tau_Y)_{yz} = (\tau_Y)_{zx} = \sigma_Y / \sqrt{3}$$

と仮定し, x 方向の降伏応力 $(\sigma_Y)_x$ と y 方向の降伏応力 $(\sigma_Y)_y$ の比 $(\sigma_Y)_x / (\sigma_Y)_y = m$ と定義した.

ここで, 次節で述べる FEM 解析の簡素化のため 2 つの仮定を設けた. (1) べき乗硬化指数 n 値の異方性は考慮しないこと, (2) せん断降伏応力の異方性は考えないことである.

(1) については, 引張予ひずみを導入した金属材料に対して任意の方向へ引張試験を実施した結果, σ_Y は異方性を示しても, n 値はあまり変化しないことが報告されている^[5]ので, 各異方性主軸において同一の n 値を有する材料を想定した.

したがって, Fig.1(b) のようなべき乗硬化則にしたがう 2 つの応力ひずみ曲線を推定する方法を本研究では提案する. 一方,

(2) については, 実験的にせん断降伏応力比を厳密に決定することは難しく, 引張降伏応力比 m との相関は不明である

が、簡易的に \sqrt{m} をせん断降伏応力比とした研究例がある^[8]。そこで、本研究でも同様な計算を行った。本手法では、後述のように圧痕のパイルアップ量を用いるため、その量が最も顕著に現れる($\sigma_Y=0.2$ GPa, $n=0.1$, $m=2$)のケースでFEM解析を実施し、せん断降伏応力比の影響を調べた。その結果、両者の差異は10%程度に収まり、せん断降伏応力比は本手法において、大きな影響を与えないと考えられる。したがって、FEM計算の簡素化のため式(3)のようにせん断応力成分は全て同一にして、 $\sigma_Y=\sqrt{3}\tau_Y$ の仮定のもとFEM解析を実施した。すなわち、式(3)が満たすように式(2)中の F, G, H, L, M および N の塑性異方性パラメータを決定して、次節の有限要素解析を行った。以上のように、本手法で推定する塑性異方性は、 σ_Y, n および m であり、最終的には面内2方向の降伏応力(σ_Y)_yおよび(σ_Y)_xを推定する。

解析に用いた塑性異方性特性について、 $250 < E/\sigma_Y < 1000$, $0.1 < n < 0.5$ の比較的広範囲な材料特性を対象にし、合計48種類の解析を行った。なお、本研究では低合金鋼や合金鋼を含む鉄鋼材料を対象にするため、全てのケースにおいて弾性率を $E=200$ GPaおよびポアソン比を $\nu=0.3$ に設定した。

2.2 有限要素法 球状圧子で押し込み試験を実施するため、周期対称性から1/4の有限要素モデルを作成した。有限要素法解析には、汎用コードMarc2005r5を使用した。圧子は、先端曲率半径 $R=400$ μm の球状圧子であり、剛体とした。なお、接触摩擦係数は $\mu=0.15$ とした。FEMモデルの有効性を検証するため、オーステナイト系ステンレス鋼SUS316Lに対して、

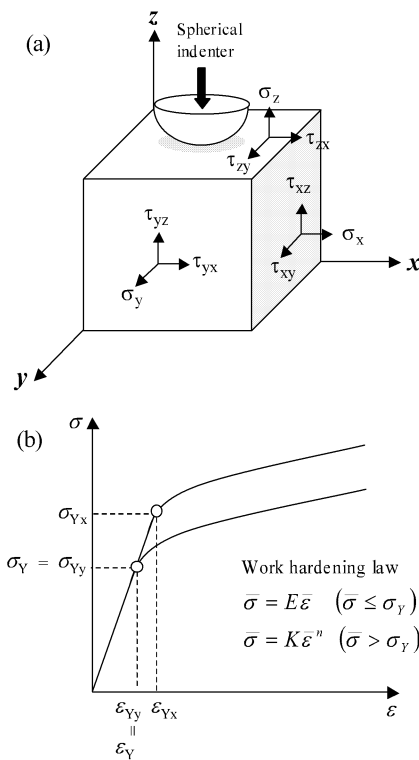


Fig.1 Schematic illustrations of (a) coordinate system and (b) stress-strain curves of the material which obeys work hardening law with anisotropic property.

球状圧子の押し込み試験を実施した。その結果、FEMから求めた圧痕周辺のパイルアップ形状および押し込み曲線は、実験結果をよく再現できることを確認した。

2.3 圧痕形状 一例として、 $\sigma_Y=0.2$ GPa, $n=0.1$ および降伏応力比 $m=1, 1.5$ および2の3ケースに対する $F_{\text{max}}=100$ Nの押し込み試験の解析結果について説明する。得られた押し込み曲線は、 m が大きくなると最大押し込み深さが浅くなる傾向を示した。しかし、 $m=2$ の最大押し込み深さは、 $m=1$ と比較してわずか6%程度の差であった。さらに、対称性の球圧子を用いているため、押し込み曲線から異方性を有する方向を推定できない。そこで、完全除荷後の圧痕形状を調べた。

Fig.2に圧痕付近の z 軸方向変位の等高線図を示す。図(a)の等方性材料($m=1$)は、圧痕の周りに一様なパイルアップが見られる。しかし、異方性材料(図(b)および(c))では、パイルアップは降伏応力の低い y 方向では顕著に現れたが、降伏応力の高い x 方向ではパイルアップ量が小さくなる傾向を示す。また、 m が大きくなると x と y 方向のパイルアップ高さの差が大きくなる。

以上のように観察された圧痕周りの変形の断面図の模式図をFig.3に示すが、圧痕周辺ではパイルアップ(a)もしくはシンクイン(b)が発生し、それは塑性特性に依存することが古くから知られている^[9]。これらの変形量を定量的に調べるために、図に示すように圧子完全除荷後における最大圧痕深さ(残存深さ)を h_c 、自由表面からのパイルアップおよびシンクインの量を h_p , h_z と h_r の和を h_c と定義した。この h_c を h_r で無次元化した h_c/h_r を用いると、 $h_c/h_r > 1$ ではパイルアップ、 $h_c/h_r < 1$ ではシンクインしていることが判断できる。本研究では x お

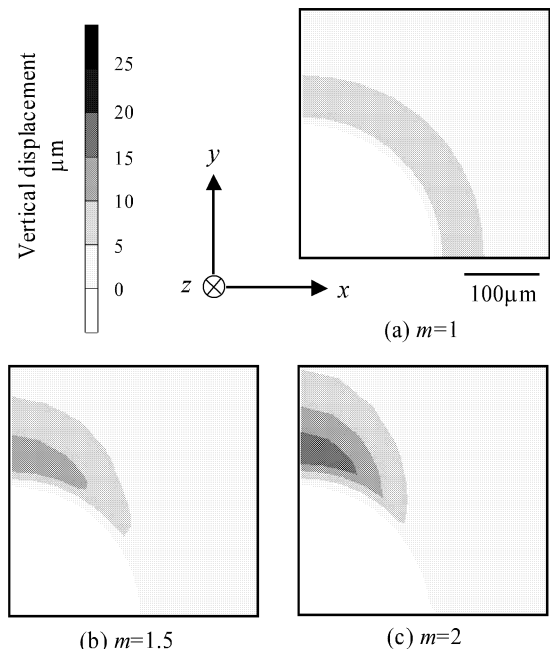


Fig.2 Contour map of surface height near impression of the material with $\sigma_Y=0.2$ GPa, $n=0.1$. Three figures indicate the impression geometries of (a) isotropic material, $m=1$ and anisotropic materials, $m=1.5$ (b) and $m=2$ (c).

$$\frac{S}{\sigma_Y h_{\max}} = \Pi_1 \left(\frac{E^*}{\sigma_Y}, n, m \right) \quad (5)$$

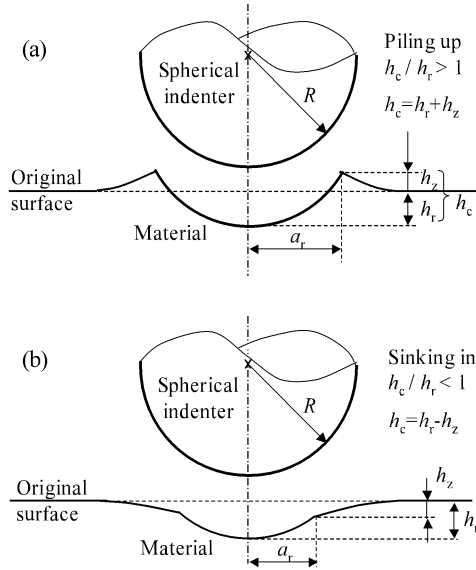


Fig.3 Schematic illustrations of impression morphology due to spherical indentation.

よび y 方向の変形の違いに着目するため、それぞれの方向の h_c を h_{cx} および h_{cy} と示すこととした。

Fig.4 に 48 種類の材料に対して、最大押し込み力 $F_{\max} = 100$ N の FEM 解析を実施し、 n 値をパラメータとして h_{cx}/h_r および h_{cy}/h_r の σ_Y と m の依存性を求めた結果を示す。等方材料 $m=1$ について見ると、 n 値が低いとパイルアップが発生するが、 n 値が高くなるとシンクインになることがわかる。また、 n 値を固定した h_c/h_r は、 σ_Y に依存している。つぎに、異方性材料では、 m が大きいほど h_{cy}/h_r は大きくなるが、逆に h_{cx}/h_r は減少する。すなわち、 m が大きくなるにつれて h_{cx} と h_{cy} の差が広がることがわかった。また、いずれの場合においても σ_Y の高い方向の h_{cx}/h_r は低くなる。

以上のように圧痕周辺の変形量 h_{cy} および h_{cx} は、塑性異方特性、特に降伏応力比 m に強く依存することがわかった。

3. 塑性異方性の評価法

前節で示した FEM による押し込み試験のシミュレーション結果に基づいて、3つの独立した塑性異方特性を推定する方法を提案する。推定手順は、1) 降伏応力 $\sigma_Y (= (\sigma_Y)_y)$ 、2) 加工硬化指数 n 、3) 降伏応力比 m とした。

3.1 降伏応力 塑性異方性と関連付けることが可能なデータは、押し込み試験から得られる、負荷、除荷曲線および圧痕形状であるが、1) 最大押し込み量は m によって 6%程度と異なり、 m の依存性はわずかながらに存在すること、2) 圧痕形状は n 値および m の推定に用いる(後述)ので、ここでは除荷曲線に着目する。ここで、除荷の最初の直線の傾き S (スティフネス) は、以下のように表される。

$$S = dF/dh = dF/dh (h_{\max}, E^*, \sigma_Y, n, m) \quad (4)$$

ここで、 Π 理論を用いると、無次元量 $S/(\sigma_Y h_{\max})$ は、

で表される。ここで、 $S/(\sigma_Y h_{\max})$ と E^*/σ_Y の関係を求めた結果を Fig.5 に示す。 n 値および m に依存することなく、一本の曲線で近似できた。したがって、押し込み試験から S 、 h_{\max} を求めて、Fig.5 の関係を用いると一意に $\sigma_Y (= (\sigma_Y)_y)$ を推定できる。しかし、降伏応力の低い $\sigma_Y = 0.2$ GPa 領域では、近似曲線から最大 7% の誤差が生じていたが、図中の曲線の相関係数は、 $R=0.998$ と比較的高い結果が得られている。

3.2 加工硬化指数 本節では n 値を推定する手法について述べる。前節で示したように、 σ_Y の推定に除荷曲線を用いているため、圧痕周辺の変形量 h_{cy} に着目した。 h_{cy} は、式(6)に示すように、

$$h_{cy} = h_{cy} (\sigma_Y, n, m, F_{\max}, a_r) \quad (6)$$

の関数として表される。ここで、圧子の接触半径を a_r として、無次元量 h_{cy}/a_r を求めると、

$$\frac{h_{cy}}{a_r} = \Pi_2 \left(\frac{P_m}{\sigma_Y}, n, m \right) \quad (7)$$

になる。なお、 P_m は平均接触圧力 $P_m = F_{\max}/(\pi a_r^2)$ で表される。Fig.6 に h_{cy}/a_r と P_m/σ_Y の関係を示す。図に示すように、 h_{cy}/a_r と P_m/σ_Y の関係は n 値に依存するが、 m には依存しないことがわかる。しかも、図中のそれぞれの n 値に対する曲線は、2つの係数を有する指数関数で表すことができ、その2つの係数は n 値に対して単調増加もしくは減少する2次関数で近似できた。したがって、この関数を用いれば、任意の n 値に対する各係数を決定でき、 $h_{cy}/a_r - P_m/\sigma_Y$ 曲線を描くことができる。以上より、3.1節で推定した σ_Y および押し込み試験から得た h_{cy} 、 a_r 、 P_m を Fig.6 にプロットし、その点を通る $h_{cy}/a_r - P_m/\sigma_Y$ 曲線の n 値が、推定した n 値になる。

3.3 塑性異方性 3.1 および 3.2 節で提案した手法から降伏応力 σ_Y および n 値が決定できるので、本節ではそれらを用いて m を推定する方法を提案する。2.3 節に示したとおり、 h_{cx} と h_{cy} の差は m に大きく依存する。そこで、 m をパラメータとして、 h_{cx}/h_{cy} を σ_Y および n 値の関数で表した結果を Fig.7 に示す。図より、 $m=1.2, 1.5$ および 2 の h_{cx}/h_{cy} は、 σ_Y および n 値が大きくなるとともに単調に増加するが、本研究で対象にした塑性特性 ($0.2 \text{ GPa} < \sigma_Y < 0.8 \text{ GPa}$, $0.1 < n < 0.5$) の範囲では、 m を固定すると $h_{cx}/h_{cy}(\sigma_Y, n)$ 曲面は交差しない。また、 m が減少すると $h_{cx}/h_{cy}(\sigma_Y, n)$ 曲面は単調に減少する。したがって、 $m=1, 1.2, 1.5$ および 2 における $h_{cx}/h_{cy}(\sigma_Y, n)$ より、任意の m に対する $h_{cx}/h_{cy}(\sigma_Y, n)$ 曲面を作成できる。これより、前節で推定した σ_Y および n を、各 m に対する $h_{cx}/h_{cy}(\sigma_Y, n)$ に代入して $h_{cx}/h_{cy} - m$ の関係を求めて、この関係に実験から得られた h_{cx}/h_{cy} をプロットすることで、 m を一意に推定する。

以上の方法について具体的に述べると、はじめに $h_{cx}/h_{cy} - \sigma_Y$ 関係に着目する。これは、 n 値および m のいずれの値に対しても、以下のような近似式で整理することができた。

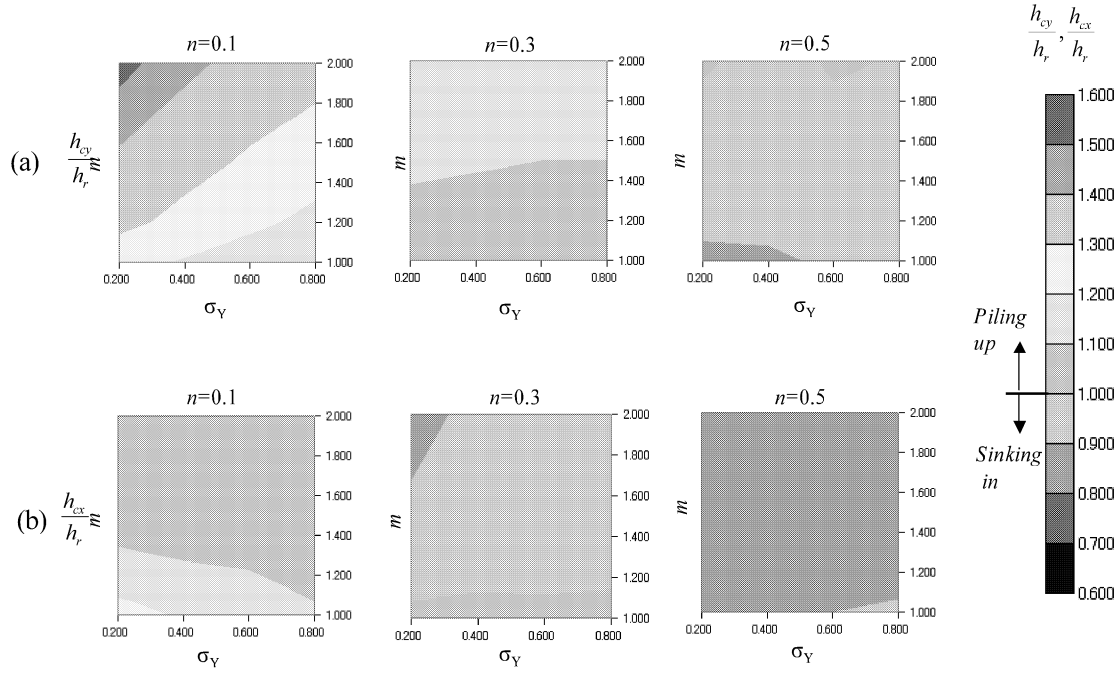


Fig.4 Contour maps of h_c/h_r for x-and y-axis with respect to σ_Y and m .

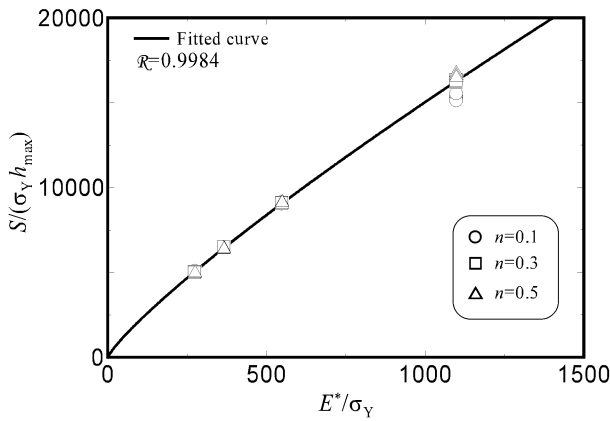


Fig.5 The dimensionless function of Π_1 to determine yield stress σ_Y .

$$\frac{h_{cx}}{h_{cy}} = C_1 \times \sigma_Y^{C_2} \quad (8)$$

ここで、式(8)中の C_1 および C_2 は、 n 値および m に依存する係数である。そこで、 $m = 1.2, 1.5$ および 2 における C_1 および C_2 係数を n 値に対して整理した結果をFig.8に示す。図中の曲線は2次関数で近似した結果である。

以上の関係を用いた m の推定法を述べる。はじめに前節で推定した n 値をFig.8に代入し、各 m における C_1 および C_2 係数を得て、それらを式(8)に代入することで、各 m に対する $h_{cx}/h_{cy}(\sigma_Y)$ 関数を作成する。そして、この関数に推定した σ_Y を代入して、各 m における h_{cx}/h_{cy} を計算すれば、 $h_{cx}/h_{cy}-m$ 関係が得られ、この関係に実験から得られた h_{cx}/h_{cy} をプロットして m を一意に推定する。

3.4 逆解析法 以上のように提案した手法をまとめる。先端曲率半径 $R=0.4$ mmの球状圧子を用い、 $F_{max}=100$ Nの押し込み試

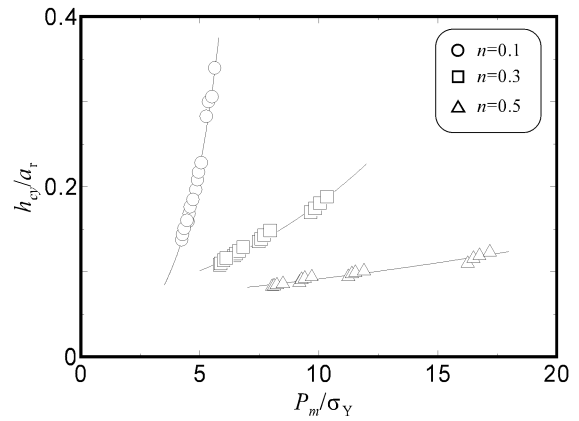


Fig.6 The dimensionless function of Π_2 to determine work hardening exponent n .

験を実施する。得られた押し込み曲線から S および h_{max} を、圧痕観察から h_{cx} 、 h_{cy} および a_r を求める。はじめに、 S および h_{max} を式(5)に代入し、 σ_Y を推定する。つぎに、推定した σ_Y と h_{cy} 、 a_r および $P_m (=F_{max}/(\pi a_r^2))$ を式(7)に代入して、 n 値を推定する。最後に推定した σ_Y および n 値と実測した h_{cx}/h_{cy} をFig.7にプロットして m を推定する。以上のように、本手法は一回の球状圧子押し込み試験から得られる押し込み曲線と圧痕形状を測定することにより、異方性材料の塑性特性を推定できる点に特徴を有する。

4 数値実験による検証

本研究で提案した塑性異方性の定量評価法の妥当性を検証するため、数値実験による逆解析を実施した。はじめに、パラメトリック解析に用いた材料に対して逆解析を行い、推定した σ_{Yx} および σ_{Yx} の誤差をFig.9に示す。 $\sigma_Y=0.2$ GPa付近の低降伏応力近傍では、最大で30%の誤差が見られるが、これ

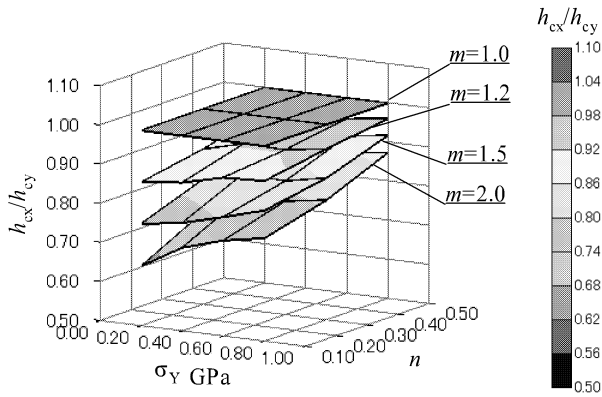


Fig.7 Functions of $h_{cx}/h_{cy}(\sigma_Y, n)$.

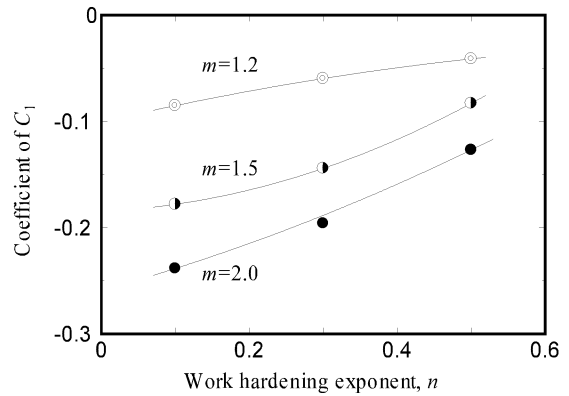
は Fig.5 で示したように E^*/σ_Y の大きな範囲、すなわち低 σ_Y で $S(\sigma_Y h_{max})$ のばらつきが比較的大きくなったことに対応している。しかしながら、本手法は塑性加工材の評価を目的としており、塑性異方性が問題になる程度まで加工硬化した塑性加工材の降伏応力は 0.3 GPa 以上になる場合が多く^[10]、その範囲における本手法の推定誤差 10%以内にとまっていた。なお、10%の推定誤差は、今までに報告された等方性材料に対する球状圧子の塑性特性評価^[11]と同等レベルであり、本手法の推定精度は十分と結論づけられる。

さらに、パラメトリック解析の材料特性以外の特性を有する塑性異方性材料に対しても本手法を適用した。これは、Fig.6 および Fig.7 の近似曲線の補完の有効性を確認するためである。得られた結果を Table 1 に示すが、推定した σ_Y および m は数%以内の誤差で推定できている。以上のように、本研究では一回の押し込み試験から面内塑性異方性特性 ($(\sigma_Y)_x$ および $(\sigma_Y)_y$) を推定する方法を提案した。紙面の都合で割愛するが、実用の塑性異方性材料に対して、本手法の評価を実施し、その有効性を検証している。また、本研究で提案した手法を発展させれば、弾性異方性を考慮した異方性評価法の構築が期待できる。

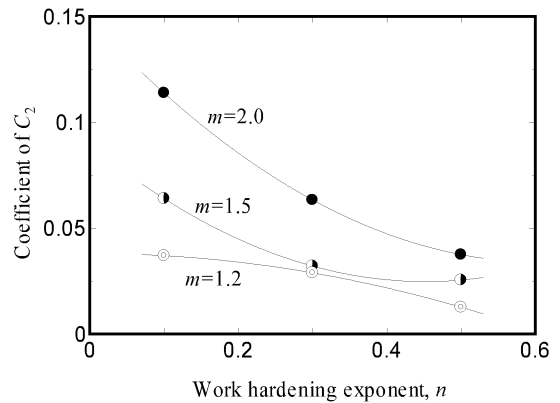
5 結言

本研究では、一回の押し込み試験を用いて面内塑性異方性の評価法を提案した。推定する塑性異方性は、降伏応力 σ_Y 、加工硬化指数 n 、降伏応力比 m の3つである。異方性降伏条件を用いた有限要素解析を実施し、押し込み試験と塑性異方性を関連付ける関数を作成した。得られた結果は以下のように要約される。

- (1) 圧痕周辺の変形挙動は、材料の塑性特性に依存するが、面内塑性異方性を有する材料では、その変形量および分布が一様にならない。すなわち、降伏応力が高い方向のパイルアップ量は、降伏応力が低い方向のそれよりも小さくなる。一方、シンクインについては、降伏応力が高い方向ではシンクイン量が多い。このように面内塑性異方性は、各異方性主軸における圧痕周辺の変形量の差を引き起こすことがわかった。
- (2) 押し込み曲線の除荷過程の最初の傾き (ステイフネス S) から降伏応力を推定する関数を作成した。また、圧痕深



(a) Coefficient of C_1



(b) Coefficient of C_2

Fig.8 Coefficient of C_1 and C_2 with respect to n in the function of $h_{cx}/h_{cy} - \sigma_Y$.

さと圧痕周辺の変形量の和の h_c からべき乗硬化指数 n 値を推定する関数を提案した。さらに、各方向の h_c の比 (h_{cx}/h_{cy}) と降伏応力 σ_Y 、加工硬化指数 n および降伏応力比 m の対応関係から、面内降伏応力比を推定する方法を提案した。この方法は、一回の球状圧子の押し込み試験から得られる押し込み曲線と圧痕形状から実施できる。

- (3) 本手法を数値実験の結果を用いて検証した。降伏応力 0.4 GPa 以上の材料について、10%以内の範囲で各方向の降伏応力は推定可能で、本手法の有効性が示された。

謝辞

本研究の一部は、天田金属加工機械技術振興財団平成 20 年度奨励研究助成 (AF-2008036) の援助を受けて行った。記して謝意を表す。

本研究の成果 (2010 年 4 月現在)

- **Akio Yonezu**, Keishi Yoneda, Hiroyuki Hirakata and Kohji Minoshima, "An Approach to Estimate In-plane Anisotropic Plastic Property using Spherical Indentation", 2009 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, P.131, IMECE2009-11002, (2009-11/17), Lake Buena Vista, FL, USA.
- **Akio Yonezu**, Keishi Yoneda, Hiroyuki Hirakata and Kohji

Minoshima, "Indentation Method to Extract Anisotropic Plastic Property", Asian Pacific Conference for Materials and Mechanics 2009, Extended abstract a91.pdf, (2009-11/14), Yokohama, Japan.

- 箕島弘二, 米田敬詞, 米津明生, 崎原雅之, 黒田浩一, 「微小引張試験片を用いた局所機械的特性評価法の開発と塑性加工材への適用」, 日本機械学会論文集 A 編, 印刷中
- Keishi Yoneda, Akio Yonezu, Hiroyuki Hirakata and Kohji Minoshima, Estimation of Anisotropic Plastic Property of Engineering Steels from Spherical Impressions, International Journal of Applied Mechanics, in press
- Akio Yonezu, Yoshiki Kuwahara, Keishi Yoneda, Hiroyuki Hirakata and Kohji Minoshima, Estimation of the Anisotropic Plastic Property using Single Spherical Indentation - An FEM Study, Computational Materials Science, Vol.47, pp.611-619 (2009).

参考文献

[1] Cheng YT, Cheng CM. *J. Appl. Phys.* 1998;84:1284.

- [2] Dao M, Chollacoop N, VanVliet KJ, Venkatesh TA, Suresh S. *Acta Mater.* 2001;49:3899.
- [3] Zhao M, Chen X, Xiang Y, Vlassak JJ, Lee D, Ogasawara N, Chiba N, Gan YX. *Acta Materialia* 2007;55:6260.
- [4] Choi IS, Dao M, Suresh S. *J. Mech. Phys. Solids* 2008;56:157.
- [5] Naruse K, Dodd B, Motoki Y. *Trans. Jpn Soc. Mech. Eng. A* 1991;57:2659.
- [6] Kim SH, Lee BW, Choi Y, Kwon D. *Mater. Sci. & Eng. A* 2006;415:59.
- [7] Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford: Clarendon Press, 1950.
- [8] Nakamura T, Gu Y., *Mech. Mater.* 2007;39:340.
- [9] Tabor D. *Hardness of metals*. Oxford: Oxford University Press, 1951.
- [10] Rasmussen KJR, Burns T, Bezkorovainy P, Bambach MR. *J. Const. Steel Res.* 2003;59:1345.
- [11] Zhao M, Ogasawara N, Chiba N, Chen X. *Acta Materialia* 2006;54:23.

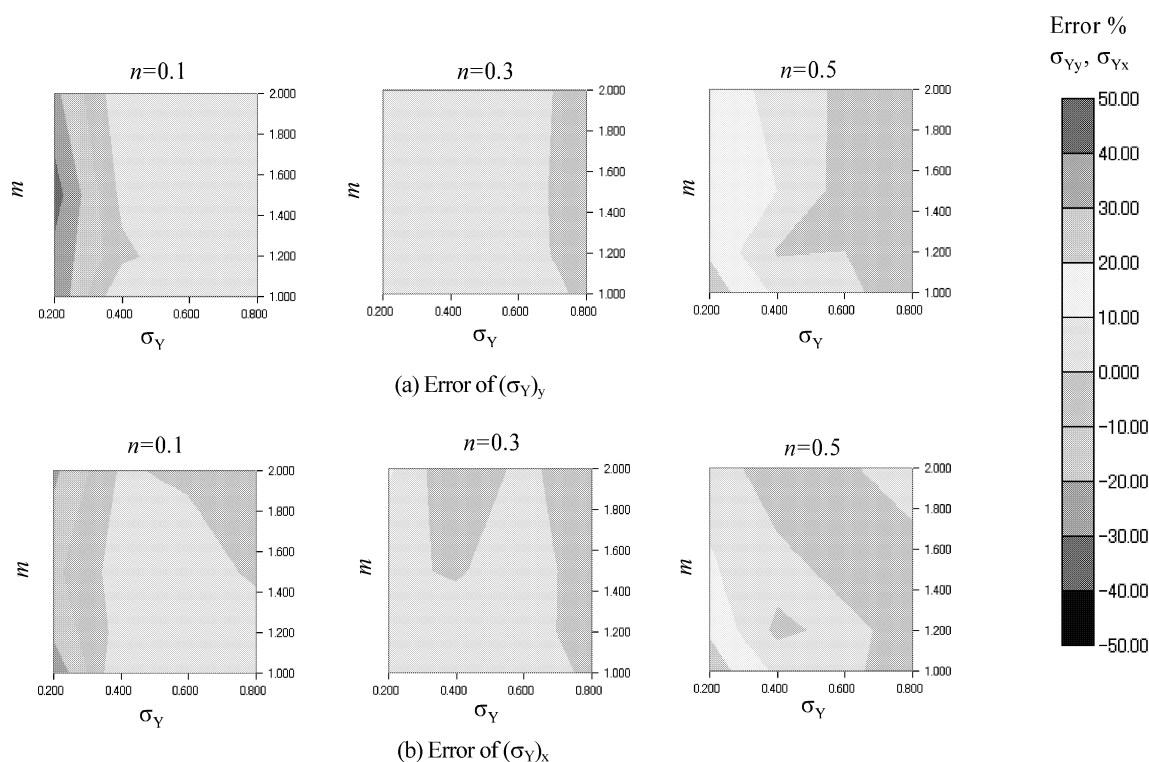


Fig.9 Estimated error of σ_{Yy} (a) and σ_{Yx} (b) by reverse analysis.

Table 1 Comparison between the identified material properties and input properties of additional four cases.

Material	Input material properties			Identified material properties from reverse analysis		
	σ_Y (GPa)	n	m	σ_Y (GPa)	n	m
Case 1	0.5	0.4	1.2	0.536	0.35	1.33
Case 2	0.5	0.4	1.7	0.528	0.35	1.67
Case 3	0.3	0.2	1.3	0.299	0.22	1.29
Case 4	0.6	0.1	1.05	0.654	0.05	1.05

$E=200\text{GPa}$ and $\nu=0.3$ for all cases.