

鍛流線の影響を考慮した鍛造部品の疲労強度評価手法の開発

静岡大学工学部機械工学科

准教授 早川 邦夫

(平成19年度一般研究開発助成 AF-2007029)

キーワード：鍛流線，疲労，損傷力学，鍛造，構成式，有限要素法

1. 研究の目的と背景

現在，塑性加工のCAEを行うことにより材料流れや欠陥など，多くの情報を手に入れることが可能となっている。しかし，材料流れにより生ずる鍛流線については，多くの解析ソフトで可視化のみが可能であり，確認のみの利用にとどまっている。

鍛造部品において，鍛流線方向の材料の疲労強度は，そのほかの方向に比べて高くなることが明らかにされている¹⁻³⁾。その鍛流線の情報を考慮した鍛造部品の疲労強度解析が出来れば，鍛造部品強度の見積りをより高精度に行うことができ，部品設計に非常に有用である。そのためには，鍛造工程における鍛流線の発達の解明，鍛流線の材料に及ぼす影響を考慮した材料構成式の定式化，ならびにその構成式を用いた鍛造部品強度の評価システムの構築が必要となる。

本研究では，まず，鍛流線を制御した試験片による引張り試験および疲労試験を行い，鍛流線の影響を調べた。さらにそれらの実験結果を表現できるように，鍛流線の影響を考慮した材料構成式をモデル化した。さらにその鍛流線の影響を簡単な有限要素解析で評価した。

2. 鍛流線を制御した試験片による材料試験

2.1 材料および鍛流線の制御

材料にはアルミニウム合金A4032を用いた。この材料はアルミ・シリコン系の合金で，Siの添加により熱膨張係数を抑え耐摩耗性の改善を行ったものにCu，NiおよびMnをそれぞれ約1%添加し耐熱性を向上させたものである。

この素材は初期の直径325mm，長さ1000mmの丸棒であり，押出加工により直径90mmの丸棒に加工し，押出方向に鍛流線が入った状態のものから丸棒試験片を作成した。このとき，素材の断面減少率は $R_c = 92.3\%$ であった。

この素材から図1のような試験片を採取した。本研究では鍛流線の方向による材料特性の変化を調べるため，鍛流線の方向が試験片軸方向に対して 0° ， 45° および 90° の3種類の試験片を用いて材料試験を行う。そのため押出方向に対して 0° ， 45° および 90° 傾けて試験片を採取した。図2は，採取した試験片についてその鍛流線の様子を示す。それぞれの試験片において長手方向から 0° ， 45° および 90° の鍛流線が観察された。

さらに，走査型電子顕微鏡によって表面を観察した。図3は， 0° および 45° 方向の長手方向断面の写真を示す。析出

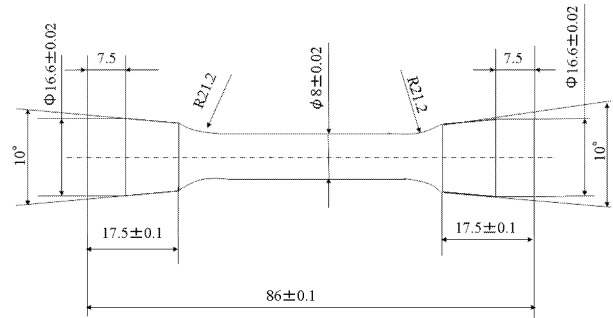
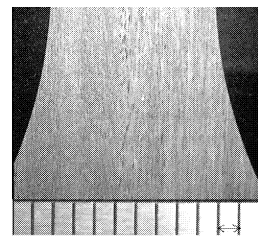
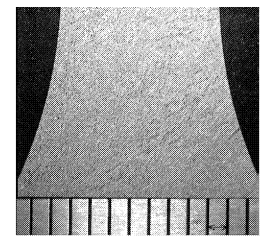


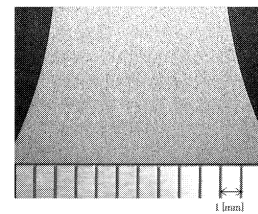
図1 試験片寸法



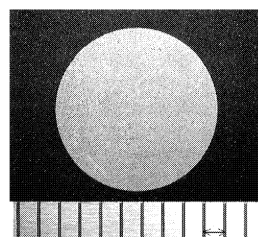
(a) 0° ，長手方向



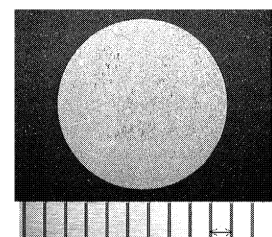
(b) 45° ，長手方向



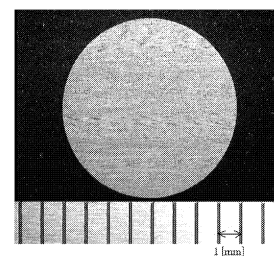
(c) 90° ，長手方向



(d) 0° ，横断面



(e) 45° ，横断面



(f) 90° ，横断面

図2 試験片の断面写真

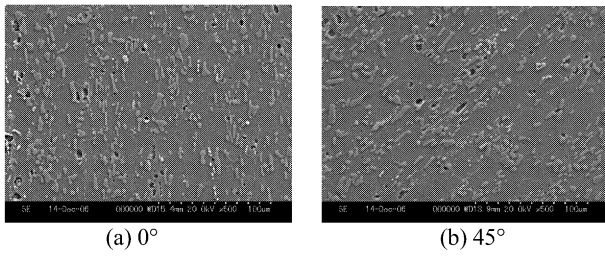


図3 SEMによる鍛流線の観察写真

物が鍛流線方向に沿って並んでいる様子がわかる。この析出物はSiであると思われる。析出物はほぼ一定の大ききで押出加工方向に伸びている。観察面には押出加工方向に伸びた楕円形の空隙も見られる。これは析出物が引張によって破壊し、脱落したものと考えられる。

2.2 材料試験システム

本実験では、島津製作所製電気油圧サーボ式試験機EHF-EB10/TQ1-20L型およびEHF-EV100kN/TV1kN・m-A20型を使用して材料試験を行った。本試験機は最大100kNの軸方向荷重および25mmの軸方向変位を試験片に与えることができる。軸方向荷重は試験機付属のロードセルにより検出し、変位は変位計により測定した。

2.3 単軸引張試験

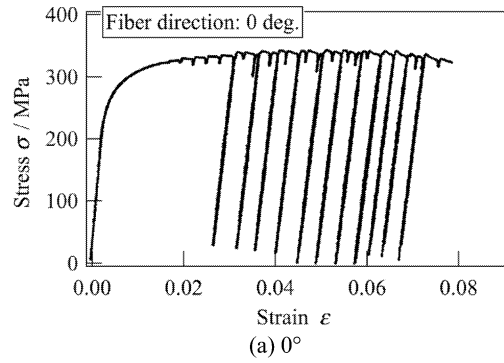
表1は、引張試験によって得られた初期弾性係数 E_0 、引張り強さ S_T 、0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ ならびに全伸び e_L の値を示す。 S_T および $\sigma_{0.2}$ については、鍛流線の方向によって大きな変化は見られなかった。 E_0 については、 0° 、 45° では大きな差は見られなかったが、 90° では他の方向と比較して7%程度小さい値となった。 e_L については、 45° 、 90° と比較して 0° では2倍程度大きいことが確認された。 90° 方向の E_0 が、他の方向に比べて低い理由としては、図3に見られるように鍛流線中にある楕円形の空隙は材料損傷の一種であり、その短軸方向の変位に対する効果は長軸方向に対するそれより大きいことが考えられる。

図4は、各鍛流線方向における応力-ひずみ曲線を示す。 0° の場合は引張強さを超えた後わずかながら応力が下がっている。破断した後の試験片を観察したところ 0° では微小なくびれが生じていたが、 45° 、 90° ではくびれが見られず脆性的な変形であった。破断の形態についても、 0° では、カップアンドコーン型であったが、その他の方向については、脆性破壊的であった。破壊に至るまでの応力-ひずみ関係については、どの鍛流線の向きでもほぼ同一であり、鍛流線の影響は、材料の延性、ひいてはじん性に顕著に表れることがわかる。

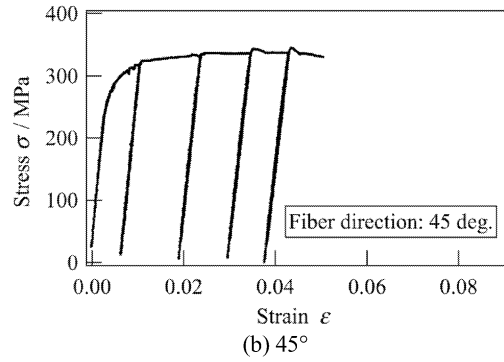
図5は、各鍛流線方向によるひずみと縦弾性係数 E の変化を表したものである。どの方向においてもひずみが増加するにつれて徐々に減少していることがわかる。その減少の傾きは方向によって大きな差がなく、ほぼ直線的に減少している。最終的に、破断直前の E は 0° で初期弾性係数のおよそ75%、 45° および 90° でおよそ85%となった。 0° において他の方向と比較して2倍程度伸びることを考えると、鍛流線方向が引張方向と一致すると伸びに与える影響が大

表1 引張試験における実験結果

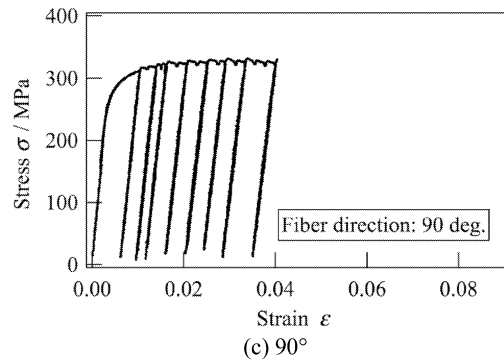
鍛流線の向き	初期縦弾性係数 E_0 / GPa	引張り強さ S_T / MPa	0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ / MPa	全伸び e_L (%)
0°	79.97	342.0	287.1	7.87
0°	79.26	344.7	285.3	8.03
45°	78.83	345.1	298.7	5.04
45°	78.51	362.2	266.9	3.98
90°	75.24	322.5	283.1	3.59
90°	74.94	331.8	295.9	4.04



(a) 0°



(b) 45°



(c) 90°

図4 単軸引張試験結果

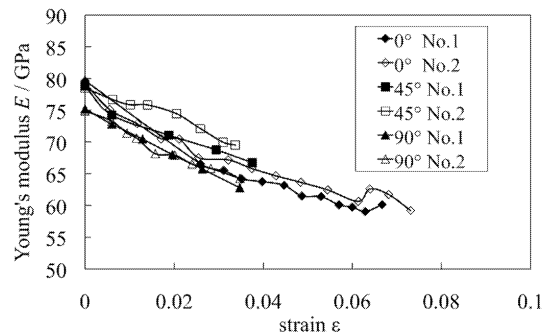


図5 縦弾性係数-ひずみ関係曲線

きいと言える。塑性ひずみの増加によって縦弾性係数が減少するのは、塑性変形により材料内部の微小空隙が増加するためであると考えられる。すなわち、材料損傷の影響であるが、鍛流線の材料損傷に及ぼす影響は大きくない。

2.4 疲労試験結果

図6は、異なる鍛流線方向を持つ試験片による疲労試験結果を示す。疲労試験は単軸負荷正弦波両振り、応力比 $R = -1$ で行った。ばらつきはあるものの傾向としては 0° の試験片は 90° のその低応力振幅域では約5倍程度、高応力振幅域では約2倍の寿命を有することがわかる。また、 0° の場合、120MPaがいわゆるアルミ合金における疲労限度（疲労寿命が 10^7 回以上）であった。

図7は、種々の試験片の応力振幅180MPaでの破壊断面を示す。ビーチマークの大きさについて、鍛流線方向ごとに差が見られた。 0° ではビーチマークが他の方向より大きくはっきりと観察され、角度が大きくなるに従いビーチマークの大きさも小さくなっている。負荷応力が低い場合、疲労き裂が過負荷による急激な脆性破壊の領域まで伝播するのにビーチマークは多くのサイクルを必要とし、そのためビーチマーク領域が大きくなったと考えられる。

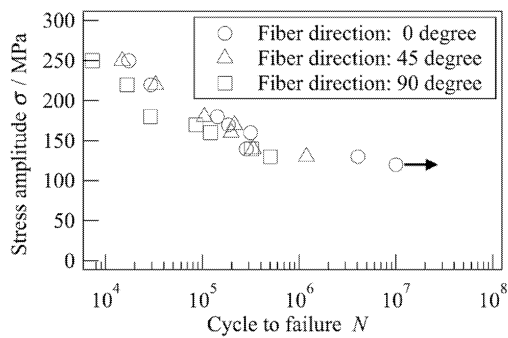


図6 疲労試験結果

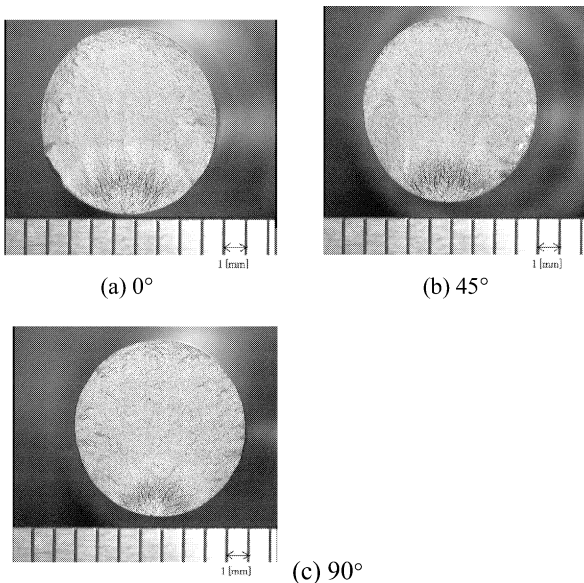


図7 疲労破壊断面写真

3. 鍛流線を考慮した弾塑性-損傷構成式の定式化

3.1 鍛流線の材料損傷に及ぼす影響とその定式化

2章の実験結果から、鍛流線の材料損傷に及ぼす影響は以下のように仮定できる。

- 1) 鍛流線の弾性および塑性特性に及ぼす効果は小さい。弾性-損傷および塑性-損傷の連関はあるが、実際の計算においては無視できる。
- 2) 鍛流線の応力-ひずみ曲線に及ぼす主な効果は、破断ひずみの大きさに表れる。
- 3) 鍛流線の疲労特性に及ぼす効果は、鍛流線方向に平行な負荷のときの疲労強度は高く、垂直な負荷のときの疲労強度は低い。

以上の考察より、本研究では、材料のある位置における損傷の効果が鍛流線方向依存性を有しているものとして、それを定式化する。

3.2 材料損傷の応力方向依存性とその記述

材料損傷の主な要因である、内部の微小き裂の発生・成長は、特に引張り主応力の影響が大きく、材料損傷は本質的に異方性を有する。さらに、分布微小き裂は圧縮応力下では閉口し、その効果は減少する。

本論文では、このような外力の作用によって発生・成長する微小き裂の3次元的分布の材料の力学的挙動に対する影響を表現するため、2階対称な損傷テンソル D を導入する^{4,5)}。

材料の応力方向依存性の表現のため、次の修正応力テンソル $\bar{\sigma}$ を導入する^{6,7,10,11)}。

$$\bar{\sigma} = \sum_{I=1}^3 \langle \sigma_I \rangle (p_I \otimes p_I) \quad (1)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は Macauley のかっこ、 σ_I および p_I ($I=1,2,3$) は応力テンソルの主値および主方向ベクトルである。

一般座標 x_i ($i=1,2,3$) における修正応力テンソルは以下のように記述される。

$$\bar{\sigma}_{ij} = B_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (2)$$

$$B_{ijkl} = \sum_{K=1}^3 h(\sigma_K) Q_{iK} Q_{jK} Q_{kK} Q_{lK} \quad (3)$$

ここで、 $h(\sigma_K)$ は σ_K に関する単位段階関数、また、 Q_{iK} は一般座標と主応力座標の間の方余弦である。

3.3 Gibbsポテンシャルエネルギー

次に、不可逆熱力学理論に基づき著しい応力方向依存性を有する弾塑性-損傷構成式を定式化する⁶⁻¹²⁾。

本論文では、材料損傷に伴う応力方向依存性の記述に重点を置き、塑性に関しては等方硬化のみを採用する。

はじめに、損傷を受けた冷間工具鋼に対する Gibbs ポテンシャルエネルギーを次のように仮定する。

$$\rho g(\sigma, \bar{\sigma}, D, r) = \rho g^e(\sigma) + \rho g^D(\sigma, \bar{\sigma}, D) + \rho g^p(r) \quad (4)$$

ここで、右辺第一項は弾性補足エネルギー、第二項は損傷に影響される弾性-損傷補足エネルギー、最後の項は、塑

性変形による転位構造の変化によって材料内部に蓄積されるエネルギーである。

右辺第一項 $\rho g^e(\boldsymbol{\sigma})$ は、等方弾性体の補足エネルギーであり、次式のように定式化できる。

$$-\rho g^e(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1+\nu_0}{2E_0} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}) - \frac{\nu_0}{2E_0} (\text{tr}\boldsymbol{\sigma})^2 \quad (5)$$

ここで、 E_0 および ν_0 は初期非損傷状態におけるYoung率およびPoisson比である。また、左辺の負号は一般的な熱力学理論に適合するように付した。

次に、弾性-損傷補足エネルギー $\rho g^D(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D})$ を定式化する。この関数は、2つの対称テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ と \mathbf{D} のスカラー関数によって表現できるが、ここでは損傷テンソルの線形関数で表現できるとして次式で表す。

$$-\rho g^D(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D}) = \vartheta_1 (\text{tr}\boldsymbol{\sigma})^2 \text{tr}\mathbf{D} + \vartheta_2 \text{tr}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D}) \quad (6)$$

ここで、 ϑ_1 および ϑ_2 は材料定数である。右辺第2項に修正応力テンソルを用いなかったのは、非比例負荷状態で応力方向が変化する際に生ずる構成式の不連続性を避けるためである⁹⁾。

一方、 $\rho g^p(r)$ は、一般の金属材料の等方硬化挙動を適切に表現できる形として以下のように表す。

$$-\rho g^p(r) = R_\infty \left[r + \frac{1}{b_0} \exp(-b_0 r) \right] \quad (7)$$

ここで、 R_∞ および b_0 は材料定数である。

3.4 弾性-損傷構成式および熱力学的共役力

弾性-損傷構成式は、通常の不可逆熱力学理論の手続きにより

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^e &= -\frac{\partial(\rho g)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = -\frac{\partial(\rho g^e)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{\partial(\rho g^D)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\ &= \frac{1+\nu_0}{E_0} \boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu_0}{E_0} (\text{tr}\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} \\ &\quad + 2\vartheta_1 (\text{tr}\mathbf{D}) (\text{tr}\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} + \vartheta_2 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\sigma}) : \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。式(8)の右辺第1および2項は、損傷のない場合の線形弾性体の補足エネルギーを表す。第3および4項は、それぞれ静水応力および引張り主応力による損傷の弾性特性に及ぼす影響を表現している。

内部状態変数 \mathbf{D} および r の熱力学的共役力 \mathbf{Y} および R はそれぞれ

$$\mathbf{Y} = -\frac{\partial(\rho g^D)}{\partial \mathbf{D}} = \vartheta_1 (\text{tr}\boldsymbol{\sigma})^2 \mathbf{I} + \vartheta_2 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \quad (9)$$

$$R = -\frac{\partial(\rho g^p)}{\partial r} = R_\infty [1 - \exp(-b_0 r)] \quad (10)$$

と与えられる。

3.5 塑性-損傷構成式

本論文では、これまでに多くの損傷力学理論に用いられ

ている^{6),7)}有効応力 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ を用いて、非損傷状態では通常のMises型降伏面に帰着する次のような降伏面 f を仮定する。

$$f = \left[\frac{3}{2} \bar{\boldsymbol{\sigma}}' : \bar{\boldsymbol{\sigma}}' \right]^{1/2} - \sigma_{Y0} - R = 0 \quad (11)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\sigma} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}(\mathbf{D})]_{ijkl} &= (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) / 2 \\ &\quad + c^p (D_{ik} \delta_{jl} + \delta_{ik} D_{jl} + D_{il} \delta_{jk} + \delta_{il} D_{jk}) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 σ_{Y0} は非損傷状態における初期降伏応力、 c^p は材料定数である。また、記号 ($'$) は偏差成分を表す。

塑性-損傷構成式および等方硬化スカラー変数の発展式は、式(11)に対して法線則が成立すると仮定して

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{3}{2\sigma_{eq}} M_{ijkl} \bar{\boldsymbol{\sigma}}'_{kl} \quad (14)$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} = \dot{\lambda} \quad (15)$$

となる。ここで、 $\dot{\lambda}$ は降伏面の適合条件 $f=0$ から得られる未定乗数であり次式で表される。

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial D_{ij}} \dot{D}_{ij} \right) / \left\{ b_0 (R_\infty - R) \right\} \quad (16)$$

3.6 損傷発展式の定式化

異方損傷テンソル \mathbf{D} については、損傷共役力空間で定義した損傷ポテンシャル F_D および損傷面 f_D を定義して定式化する。これは、金属材料の延性損傷に多く用いられている等方損傷モデルを、異方損傷状態に拡張したものとなっている。

損傷ポテンシャル F_D は次式で表される。

$$F_D(Y_{ij}) = (Y_{ij} Y_{ij})^{1/2} \quad (17)$$

さらに、塑性における降伏面に類似した損傷面なる概念を導入する。これは、 Y の空間で記述され、その面内では損傷は発展せず、その面に達したときに損傷がその面の外向き法線方向に発達すると共に面も発展する。損傷の発展中 Y は常にその面上にある。損傷面は次式で定義する。

$$f_D = \frac{1}{2} Y_{kl} Y_{kl} - \{ B(\delta) + B_0 \}^2 = 0 \quad (18)$$

損傷発展式は、次式のように表される。

$$\dot{D}_{ij} = \dot{\beta} \frac{\partial F_D}{\partial Y_{ij}} + \dot{\lambda}_p \frac{\partial f_D}{\partial Y_{ij}} \quad (19)$$

$$\dot{\beta} = \frac{n_D}{K_D(e^p)} \left\langle \frac{F_D - Y_0}{K_D(e^p)} \right\rangle^{n_D - 1} \langle \dot{F}_D \rangle \quad (20)$$

$$K_D(e^p) = \frac{2K_{D0}}{\exp(-b_D e^p) + \exp(b_D e^p)} \quad (21)$$

3.7 損傷効果の鍛流線方向依存性の表現

材料のある位置における損傷の効果は、鍛流線の向きとそのときの応力方向によって影響を受ける。その程度を表す鍛流線依存有効損傷 D_F を、その位置の損傷テンソルおよび鍛流線の状態によって定義される次式を用いて表現する。

$$D_F \equiv \sqrt{\{D - \xi(h \otimes h \otimes h \otimes h) : D\} : \{D - \xi(h \otimes h \otimes h \otimes h) : D\}} \quad (22)$$

ここで、 h は鍛流線の方向を表す単位ベクトル、 ξ は材料定数であり、鍛流線のしきい値に及ぼす効果を表現する。その大きさは、変形にともなう鍛流線の密度により変化するものと考えられることができる。

式(19)により損傷値を計算した後、 D_F を計算し、その値がしきい値 D_{CR} を超えるとその位置にある材料が破壊する。計算値 D_F/D_{CR} により、材料破壊までの残存寿命が評価できる。

4. 鍛流線を考慮した弾塑性-損傷構成式による有限要素解析

4.1 単軸引張における鍛流線の損傷発展に及ぼす影響

単軸引張りを模擬した有限要素解析を、3章にて定式化した弾塑性-損傷構成式を用いて行った。ただし、ここでは、鍛流線の影響を考慮した損傷発展の影響を調べるため、損傷発展式のみを有限要素ソフトウェアABAQUS Ver.6.7に組み込んだ。

材料モデルは、図4のアルミニウム合金の応力ひずみ曲線を表現できるように表形式で与えた。予備的解析および実験結果から、 D_{CR} を決定した。

表2は、鍛流線の向きが負荷方向の 0° 、 45° および 90° における D_F/D_{CR} の値が1となるときのひずみを示す。鍛流線の向きの違いによる破断ひずみと D_F/D_{CR} がほぼ対応していることがわかる。

表2 鍛流線の向きと破断時の損傷値

Fiber direction	Uniaxial strain at $D_F/D_{CR} = 1$ in calculation	Uniaxial strain at rupture in experiment
0°	0.074	0.0795
45°	0.048	0.0513
90°	0.042	0.0410

4.2 フランジ付部品の強度解析における鍛流線方向の影響

図8に示すフランジ付部品が長軸方向に引張り変形を受けたときの材料損傷を解析する。寸法については、長さ100mm、軸部直径40mm、フランジ部直径80mm、フランジ部厚さ20mmである。鍛流線の向きについては、

A) 軸部は長手方向、フランジ部は半径方向

B) 軸部は横方向、フランジ部は半径方向

の2種類を解析した。材料は、4.1節で用いたものと同じで

ある。対称性を考慮し、1/4モデルを解析した。要素は6面体ソリッド要素を用いた。要素数および節点数は1920および2465である。この部品の軸方向に約0.04のひずみを与えたときの鍛流線依存有効損傷 D_F を比較した。

図9は、軸部の鍛流線方向が負荷方向から 0° および 90° における D_F の分布を示す。 0° の場合、 D_F の最大値は約0.06であるが、 90° の場合は約0.11であった。すなわち、軸部引張り負荷による損傷の程度は鍛流線が 90° の方が大きく、疲労寿命もより短くなることが予測される。以上より、式(22)による鍛流線方向を考慮した損傷予測の可能性が示された。より多くの部品に対する実験結果と比較することにより予測精度の向上を図ることが今後の課題となる。

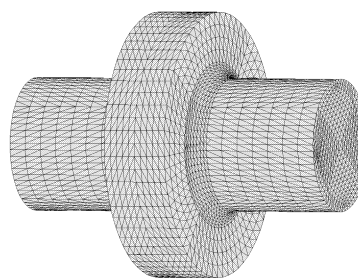
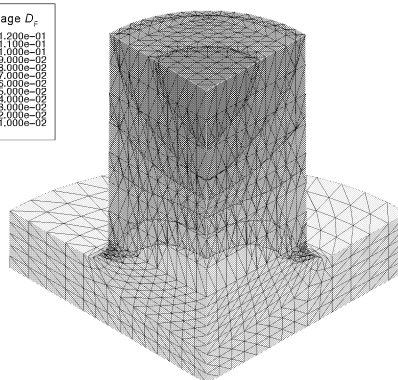
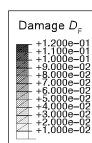
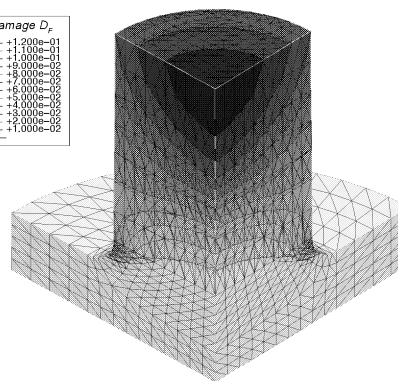
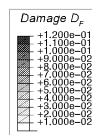


図8 フランジ部品外観図



(a) 軸部鍛流線方向 (軸方向から) : 0°



(b) 軸部鍛流線方向 (軸方向から) : 90°

図9 フランジ付部品の引張りにおける損傷状態に及ぼす鍛流線の影響

5. 結 言

鍛流線の向きが鍛造部品の損傷の程度や疲労強度、じん性などに与える影響を評価するため、アルミニウム合金の押し出し材料について鍛流線の向きを考慮した材料試験を行い、その結果を表現する構成モデルを提案した。得られた結果は以下の通りまとめられる。

- 1) 鍛流線の向きを制御した試験片による引張試験では、縦弾性係数、引張り強さや降伏強度に対する鍛流線の効果は大きくなく、破断ひずみについては、約2倍の違いが現れた。
- 2) 鍛流線の向きを制御した試験片による単軸負荷疲労試験では、高応力振幅では約2倍の寿命差が現れた。
- 3) 実験結果から、鍛流線の材料損傷に及ぼす影響は、発生する損傷の大きさではなく、鍛流線の向きによる損傷効果に現れると仮定し、それに基づいた構成モデルを提案した。
- 4) 提案したモデルによる有限要素解析から、鍛流線の向きの違いによる損傷効果の差を表現できることが示された。
- 5) 提案したモデルにより、鍛流線の向きの違いによる疲労強度の差を適切に表現できるものと考えられる。より精密な評価は今後の課題である。

謝 辞

本研究は、天田金属加工機械技術振興財団による平成19年度研究助成金（AF-2007029）によるものであり、ここに記して深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 稲田貞俊: 塑性と加工, **6-49** (1965), 87-92.
- 2) 久保木功・草野年男・吉田一也: 塑性と加工, **41-472** (2000), 472-476.
- 3) 小俣重雄: 日本マリンエンジニアリング学会誌, **39-5** (2004), 343-349.
- 4) 村上澄男: 機論A, **54-500**, (1988), 831-838.
- 5) Murakami, S.: J. Appl. Mech., Trans. ASME, **55-2** (1988), 280-286.
- 6) 神谷邦夫・村上澄男: 材料, **45-8**, (1996), 893-900.
- 7) Hayakawa, K. & Murakami, S.: Int. J. Damage Mech., **6-4** (1997), 333-363.
- 8) Lemaitre, J. & Chaboche, J. -L.: Mechanics of Solid, (1990), Cambridge University Press.
- 9) Chaboche, J. -L.: Int. J. Damage Mech., **1-2** (1992), 148-171.
- 10) 早川邦夫・中村保・田中繁一: 塑性と加工, **43-496** (2002), 417-421.
- 11) 早川邦夫・中村保・田中繁一: 塑性と加工, **43-497** (2002), 546-550.
- 12) Lemaitre, J. & Desmorat, R.: Engineering Damage Mechanics, (2005), Springer-Verlag.