

# PMCの塑性加工シミュレーションモデルの開発

筑波大学大学院システム情報工学研究科

構造エネルギー工学専攻

教授 河井昌道

(平成 18 年度一般研究開発助成 AF-2006011)

**キーワード**：炭素繊維強化プラスチック，速度依存性，引張・圧縮非対称性

## 1. 緒 言

一方向炭素繊維強化複合材料（一方向 CFRP）の繊維方向から偏る方向への変形挙動は高分子マトリックスの変形特性に強く支配される。高分子材料は、広い温度範囲で負荷速度に依存する非線形な変形挙動を示すだけでなく、その非線形挙動が静水圧の影響を受けることも知られている<sup>(1)-(5)</sup>。高分子材料の降伏応答が静水圧に依存することは、時間・速度に依存する非線形変形挙動が引張負荷と圧縮負荷に対して異なるものになることを意味する。高分子材料の変形挙動に関するこれらの事実は、一方向 CFRP の非主軸変形挙動にも類似の特徴（速度に依存する非線形挙動、引張負荷と圧縮負荷に対して異なる変形応答）が現れることを示唆している。

一方向 CFRP の非主軸非線形挙動の負荷速度依存性と温度依存性については多くの報告がある<sup>(6)-(10)</sup>。しかしながら、一方向 CFRP の引張と圧縮による非主軸非線形挙動を対比し、それに基づいて変形応力レベルの引張と圧縮による違いおよび速度依存性を定量的に議論した研究は多くない。最近、著者ら<sup>(11)</sup>は、一方向強化 T800H/Epoxy の非主軸試験片を用いて異なるひずみ速度による引張試験と圧縮試験を行い、引張と圧縮による非線形応答とひずみ速度依存性を比較した。この結果、繊維配向角およびひずみ速度に拘わらず、非線形応答を継続させるのに要する変形応力レベルは圧縮負荷の方が大きくなった。ひずみ速度依存性については、引張と圧縮に対して同等の結果が得られた。

一方、一方向 CFRP の変形速度に依存する非線形挙動を巨視力学的に定式化する問題は Sun らによって体系的に研究されており、Sun らの提唱する構成モデルの有効性を示す結果が多く報告されている<sup>(6)-(9)</sup>。Sun らの定式化は、等方硬化を仮定しているので、変形に誘起される異方硬化挙動を記述することができない。このことを考慮して、河井と益子は等方硬化と異方硬化を含む一方向 CFRP の構成モデルの定式化を試みている<sup>(12)</sup>。しかしながら、一方

向 CFRP の非主軸引張変形と非主軸圧縮変形の非線形性、速度依存性、非対称性、および繊維配向角依存性を統一的に記述することができる工学的な粘塑性構成モデルの定式化については、まだほとんど言及されていない。

本研究では、一方向繊維強化複合材料の非線形変形挙動およびその負荷速度依存性と引張・圧縮非対称性を記述することができる現象論的な粘塑性構成モデルの一般的な形式を提案する。まず、静水圧依存性と異方性を考慮することができる拡張された Hill の降伏基準<sup>(13)-(15)</sup>に基づいて横等方性材料に対する有効応力を定義する。次に、超過応力の概念と非可逆熱力学的定式化手法を用いて、一方向複合材料の非主軸変形挙動の記述に適した粘塑性構成モデルを導出する。さらに、構成モデルの適用性を高めるため、せん断粘塑性応答がトランスペアース圧縮応力によって変化する効果を考慮することによって有効粘塑性ひずみ速度の表現を一般化する。提案する粘塑性モデルは繊維方向に非弾性ひずみが生じないとする Sun の仮定を満たすように定式化される。さらに、非主軸引張負荷に対しては Gates-Sun 形の引張-圧縮対称モデルに帰着できるように定式化される。最後に、提案する粘塑性モデルを用いて既報<sup>(11)</sup>の実験に対応する解析を行い、計算結果と試験結果の比較に基づいてその有効性を検証する。

## 2. 異方性材料の引張・圧縮非対称性を考慮した

### 降伏条件と有効応力

超過応力の概念に基づく粘塑性構成モデルを定式化するためには、速度・時間に依存しない塑性モデルの基礎を与える有効応力と降伏関数を定義することが必要になる。この章では、定式化のための基本的な枠組みを構築するため、直交異方性と引張・圧縮非対称性を考慮した降伏条件と有効応力の表現を整理し、横等方性（面内等方性）材料に対する平面応力表示を求める。

#### 2・1 直交異方性材料の有効応力 均質な直交異方性

材料に対しては、応力について無次元化された降伏関数

$$f^* = \Phi^*(\sigma) - 1 \quad (1)$$

を定義し、降伏条件を  $f^* = \Phi^*(\sigma) - 1 = 0$  と表現することが多い。代表的な Hill の降伏関数<sup>(16)</sup> の場合、応力に依存する関数  $\Phi^*(\sigma)$  は、応力の 2 次式によって

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{Hill}}^*(\sigma) &= H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 \\ &\quad + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2L\sigma_{23}^2 \\ &\quad + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

と表現される。ここで、係数は異方性パラメータと呼ばれる。上記の Hill の 2 次式  $\Phi_{\text{Hill}}^*(\sigma)$  は異方性主軸に関する表示である。

本研究では、垂直応力の符号の違いを考慮するため、応力の 1 次式を含む一般 2 次式で、等方性の場合に Drucker-Prager の降伏関数<sup>(17)</sup> に帰着できる形式<sup>(13-15, 18)</sup>

$$\Phi^* = \sqrt{\Phi_{\text{Hill}}^*} + K_1\sigma_{11} + K_2\sigma_{22} + K_3\sigma_{33} \quad (3)$$

を考える。一般化 2 次式を用いて拡張された Hill の降伏関数に含まれる異方性パラメータは、主軸方向の引張降伏応力（絶対値） $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  と圧縮垂直応力（絶対値） $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  およびせん断降伏応力（絶対値） $S_{23}$ ,  $S_{31}$ ,  $S_{12}$  を用いて、次のように表示できる。

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y_1^2} + \frac{1}{Y_2^2} - \frac{1}{Y_3^2} \right) \quad (4)$$

$$F = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y_2^2} + \frac{1}{Y_3^2} - \frac{1}{Y_1^2} \right) \quad (5)$$

$$G = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y_3^2} + \frac{1}{Y_1^2} - \frac{1}{Y_2^2} \right) \quad (6)$$

$$L = \frac{1}{2S_{23}^2} \quad (7)$$

$$M = \frac{1}{2S_{31}^2} \quad (8)$$

$$N = \frac{1}{2S_{12}^2} \quad (9)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{C_1} \right) \quad (10)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{C_2} \right) \quad (11)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_3} - \frac{1}{C_3} \right) \quad (12)$$

ここで、

$$\frac{1}{Y_1^2} = \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{C_1} \right) \right\}^2 \quad (13)$$

$$\frac{1}{Y_2^2} = \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_2} + \frac{1}{C_2} \right) \right\}^2 \quad (14)$$

$$\frac{1}{Y_3^2} = \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_3} + \frac{1}{C_3} \right) \right\}^2 \quad (15)$$

とおく。

直交異方性および引張と圧縮の降伏応力の違いを考慮した有効応力  $\bar{\sigma}$  は、平均降伏応力  $\bar{Y}$

$$\bar{Y} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \left( \frac{1}{Y_1^2} + \frac{1}{Y_2^2} + \frac{1}{Y_3^2} \right)}} \quad (16)$$

を用いて、

$$\bar{\sigma} = \bar{Y}\Phi^* \quad (17)$$

と定義することができる。

## 2・2 繊維軸方向に非降伏な横等方性材料の有効応力

いま、繊維方向（1 軸）に降伏しない条件  $T_1 \rightarrow +\infty$ ,  $C_1 \rightarrow +\infty$  および面内等方性  $T_2 = T_3$ ,  $C_2 = C_3$  を仮定すれば、異方性パラメータは、 $F = 1/Y_2^2$ ,  $H = G = 0$ ,  $K_1 = 0$ ,  $K_2 = K_3$  と近似することができる。このとき、有効応力は、

$$\bar{\sigma} = \bar{\tau} + \sqrt{\frac{3}{2}} (\Gamma - 1) (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}^2 &= \frac{3}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 \\ &\quad + \frac{3}{2} \Gamma^2 \left\{ 2a_{44}\sigma_{23}^2 + 2a_{66}(\sigma_{31}^2 + \sigma_{12}^2) \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

と表示できる。ここで、

$$2a_{44} = \left( \frac{T_2}{S_{23}} \right)^2 \quad (20)$$

$$2a_{66} = \left( \frac{T_2}{S_{12}} \right)^2 \quad (21)$$

$$\alpha = \frac{C_2}{T_2} \quad (22)$$

$$\Gamma = \frac{2\alpha}{\alpha+1} \quad (23)$$

とおく。

## 3. 粘塑性モデルの定式化

非可逆熱力学に基づく定式化手法に従って非弾性構成モデルの基礎的な枠組みを構築する<sup>(12)(19)(20)</sup>。ここでは、等方硬化モデルの定式化を考えることとし、スカラー内部変数と等温・微小変形を仮定して自由エネルギー関数を定

義し、エネルギー共役な状態関係式を規定する。さらに、上で定義した有効応力と超過応力の概念に基づいて散逸エネルギー関数を規定し、そこから粘塑性ひずみ速度と内部変数速度の表現を誘導する。

**3・1 状態関係式** 非弾性変形によって生じた材料の内部状態がスカラー内部変数  $\rho$  によって記述されるものと仮定する。材料の非弾性内部状態を記述する関係式、すなわち仮定した内部変数とそれに関連する熱力学的力（内部変数速度と共に役な変数）の関係を規定するため、Helmholtz の自由エネルギー関数を定義する。この研究では、自由エネルギー関数を

$$\psi = \psi_e(\varepsilon^e) + \psi_p(\rho) \quad (24)$$

と表現し、右辺に現れる自由エネルギー関数の成分を

$$\psi_e(\varepsilon^e) = \frac{1}{2} \varepsilon^e \cdot \mathbf{Q} \varepsilon^e \quad (25)$$

$$\psi_p(\rho) = h(\rho) \quad (26)$$

とおく。ここで、 $\mathbf{Q}$  は弾性マトリックスである。微小変形の仮定から、全ひずみ  $\varepsilon$  は弾性ひずみ  $\varepsilon^e$  と粘塑性ひずみ  $\varepsilon^p$  の和

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (27)$$

によって記述できる。関数  $h(\rho)$  は内部変数の発展式を規定するのに合わせて適切な対応関係が得られるように設定する。

このように表現した Helmholtz の自由エネルギー関数から、応力とひずみの状態関係を表す Hooke の法則およびエネルギー共役な内部変数と硬化変数の関係

$$\sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^e} = \mathbf{Q}(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (28)$$

$$r = \frac{\partial \psi}{\partial \rho} = \frac{\partial h}{\partial \rho} \quad (29)$$

が導かれる。ここで、 $r$  は非線形挙動を特徴付ける硬化変数を表す。

### 3・2 発展式 非可逆熱力学の散逸不等式

$$D = \sigma \cdot \dot{\varepsilon}^p - r \dot{\rho} \geq 0 \quad (30)$$

が自動的に満たされるように内部変数の発展則を規定する。このため、熱力学的力に関する凸関数  $\Omega$  を

$$\Omega = \bar{\sigma} - r - r_0 \quad (31)$$

仮定して、

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} \quad (32)$$

$$\dot{\rho} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \Omega}{\partial r} = \dot{\lambda} \quad (33)$$

とおく。ここで、 $\dot{\lambda}$  は非負のパラメータを表す。

粘塑性仕事率が

$$\dot{W}^p = \sigma \cdot \dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \bar{\sigma} \quad (34)$$

と表示できることから、非負の Lagrange パラメータ  $\dot{\lambda}$  が有効粘塑性ひずみ速度  $\dot{P}$  と同一視できる。すなわち、

$$\dot{\lambda} = \dot{P} \quad (35)$$

のことから、非負のパラメータ  $\dot{\lambda}$  を決めるここと有効粘塑性ひずみ速度  $\dot{P}$  を決めるこことは同じ意味を持ち、それによって有効超過応力と有効粘塑性ひずみ速度の関係（マスター関係）を規定することになる。

**3・3 硬化変数** 関連する熱力学的力変数の発展式は次のように誘導できる。

指数関数を用いた状態関数

$$h(\rho) = Q\rho - \frac{Q}{b}[1 - e^{-b\rho}] \quad (36)$$

を仮定すれば、Chaboche 形の硬化発展式<sup>(21)</sup>

$$\dot{r} = b(Q - r)\dot{P} \quad (37)$$

が導かれる。

粘塑性挙動の非線形性が 1 個の等方硬化変数によって良好に記述できない場合、異なる非線形性を示す同形の等方硬化変数を重ね合わせた発展式

$$\dot{r} = \sum_a \dot{r}^{(a)} = \sum_a b^{(a)} (Q^{(a)} - r^{(a)})\dot{P} \quad (38)$$

によって記述精度を向上させることができる。

## 4. 平面応力に対する粘塑性モデル

### 4・1 平面応力表示

式 (18) において平面応力状態 ( $\sigma_{13} = 0$ ) を仮定すれば、繊維方向 (1 軸) に非弾性変形が生じない条件に適合する 2 次元有効応力を

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \left\{ \sigma_{22}^2 + \Gamma^2 2a_{66} \sigma_{12}^2 \right\}} + \sqrt{\frac{3}{2} (\Gamma - 1)} \sigma_{22} \quad (39)$$

と表現することができる。以下では、有効応力の正値性の観点から  $\alpha \geq 1$  に限定して議論する。

式 (39) による有効応力は、引張トランスマース負荷に対して  $\bar{\sigma} = \sqrt{3/2}\Gamma\sigma_{22}$  となる。引張と圧縮の違いを考慮していない従来モデルと比較する上で、トランスマース引張に対する有効応力が Sun-Chen 有効応力<sup>(22)</sup> に一致するようにスケーリングしておくことが便利と考えられる。このことから、そのようにスケーリングされた有効応力を次のように定義する。

$$\bar{\Sigma} = \frac{1}{\Gamma} \bar{\sigma} = \bar{\tau} + \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \beta) \sigma_{22} \quad (40)$$

ここで、

$$\beta = \frac{1}{\Gamma} \quad (41)$$

$$\bar{\tau} = \sqrt{\frac{3}{2} (\beta^2 \sigma_{22}^2 + 2a_{66} \sigma_{12}^2)} \quad (42)$$

とおく。

#### 4・2 有効粘塑性ひずみ速度の応力依存性

上記の粘塑性モデルを具体化するためには、有効粘塑性ひずみ速度と解釈できる Lagrange 係数  $\lambda = P$  の応力依存性を指定しなければならない。典型的な方法として、有効超過応力  $\bar{H}$

$$\bar{H} = \bar{\Sigma} - R - R_0 \quad (43)$$

のべき関数を用いて次のように表現することが多い。

$$\dot{P} = \left( \frac{\bar{H}}{K} \right)^{\frac{1}{m}} = \left( \frac{\bar{\Sigma} - R - R_0}{K} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (44)$$

ここで、 $\langle \rangle$  は Macaulay 括弧 [ $\langle x \rangle = \max\{0, x\}$ ]、 $K$ 、 $m$  は材料定数を表す。なお、スケーリングされた有効応力の導入に対応して硬化変数も同じ大きさのスケーリングを受けた量になるので、記号が大文字に変更されている。式 (44)に基づく粘塑性モデルを、以後、基礎モデルと呼ぶ。

**4・3せん断粘塑性の方位依存性** 先の研究<sup>(11)</sup>において、非主軸引張試験と非主軸圧縮試験から求めたせん断強度の大きさが異なることを見出した。このことを考慮すれば、せん断降伏応力が負荷様式に依存すると考えておくのがより一般的である。一方、上記のスケーリングされた有効応力  $\bar{\Sigma}$  は分解せん断応力による粘塑性応答がトランスバース引張負荷とトランスバース圧縮負荷によって異なる現象を記述することができない。

この考察に基づいて、有効粘塑性ひずみ速度  $\dot{P}$  の応力依存性を精密化するため、修正された有効応力

$$\bar{\Sigma}^* = \bar{\tau}^* + \sqrt{\frac{3}{2} (1 - \beta) \sigma_{22}} \quad (45)$$

を導入する。ここで、

$$\bar{\tau}^* = \sqrt{\frac{3}{2} \{ \beta^2 \sigma_{22}^2 + \Lambda^2 2a_{66} \sigma_{12}^2 \}} \quad (46)$$

を表す。パラメータ  $\Lambda$  はトランスバース応力の符号に依存してせん断応力の効き方を変化させる役割を有することから、以後、せん断拘束パラメータと呼ぶ。この修正に基づいて、有効粘塑性ひずみ速度

$$\dot{P} = \left( \frac{\bar{\Sigma}^* - R - R_0}{K} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (47)$$

Table 1 Apparent Young's modulus in tension and compression (10%/min)

Angle (deg)	$E_y$ (GPa)	
	Tension	Compression
0	163.5	146.2
10	65.4	72.0
15	38.1	39.2
30	14.7	17.7
45	8.8	10.3
90	6.5	7.1

Table 2 Apparent Young's modulus in tension and compression (0.1%/min)

Angle (deg)	$E_y$ (GPa)	
	Tension	Compression
0	163.3	115.9
10	48.4	58.1
15	24.7	28.8
30	9.0	16.7
45	5.2	9.8
90	4.8	4.5

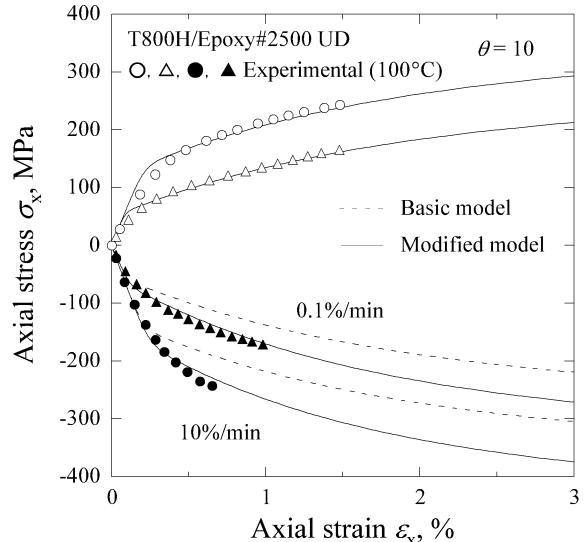


Fig. 1 Predicted off-axis tensile and compressive behaviors at different strain rates ( $\theta = 10^\circ$ )

と表現する。式 (47) に基づく粘塑性モデルを、以後、修正モデルと呼ぶ。なお、 $\Lambda = 1$  とおけば、修正モデルを基礎モデルに帰着させることができる。

**4・4 せん断拘束パラメータの具体化** トランスバース応力が圧縮の場合に見かけのせん断降伏強度が大きくなる効果を考慮するため、せん断拘束パラメータ  $\Lambda$  を

$$\Lambda^2 = \chi_+(\sigma_{22}) + \beta^2 \chi_-(\sigma_{22}) \quad (48)$$

と表現する。ここで、符号処理するための特性関数を

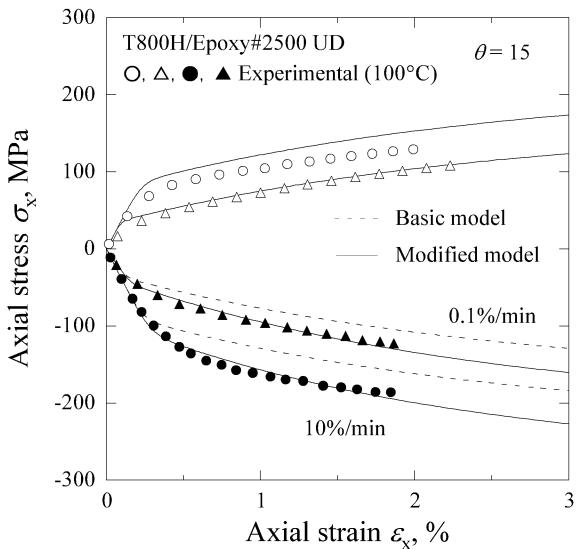


Fig. 2 Predicted off-axis tensile and compressive behaviors at different strain rates ( $\theta = 15^\circ$ )

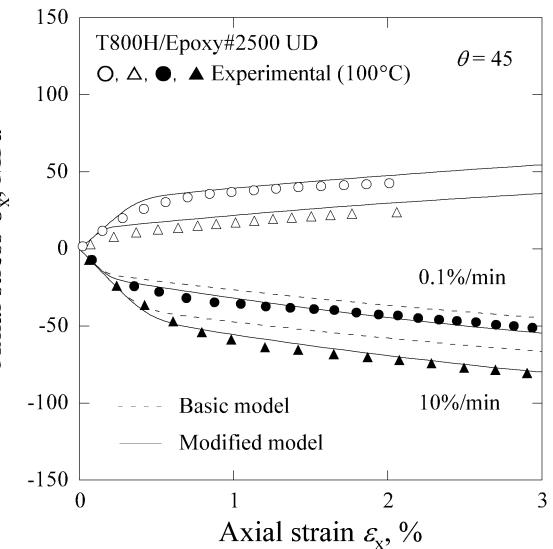


Fig. 4 Predicted off-axis tensile and compressive behaviors at different strain rates ( $\theta = 45^\circ$ )

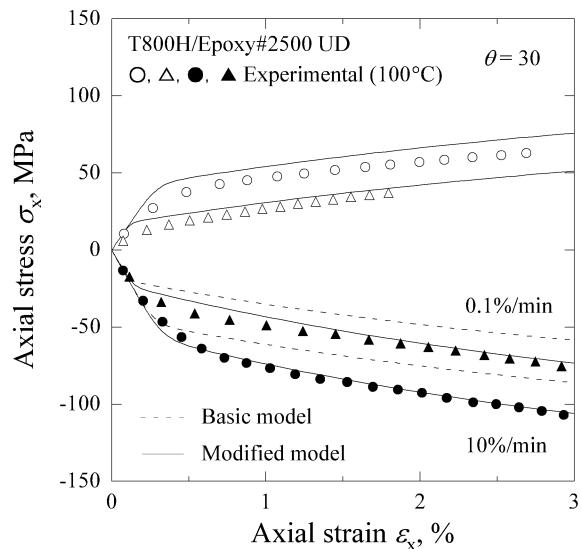


Fig. 3 Predicted off-axis tensile and compressive behaviors at different strain rates ( $\theta = 30^\circ$ )

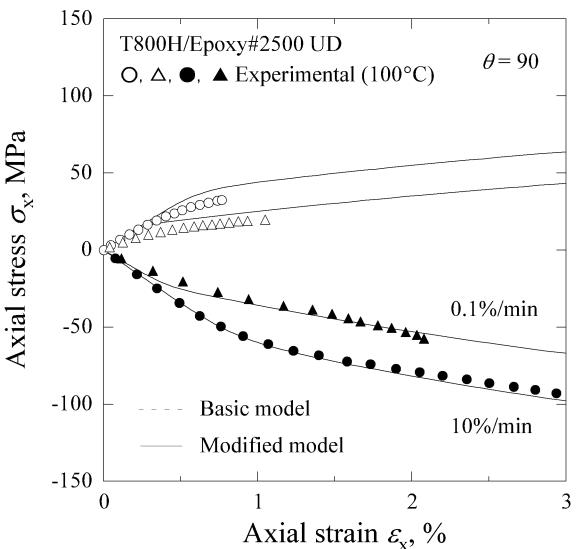


Fig. 5 Predicted off-axis tensile and compressive behaviors at different strain rates ( $\theta = 90^\circ$ )

$$\chi_+(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (49)$$

$$\chi_-(x) = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases} \quad (50)$$

とおいた。

## 5. 非主軸変形に対する検証解析

既報<sup>(11)</sup>において求めた試験結果に対応する解析を行い、実験結果との比較に基づいて、提案した引張・圧縮非対称粘塑性モデルの適用性を評価する。

**5・1 材料定数の同定** 引張・圧縮非対称性を考慮して定式化した上述の粘塑性構成モデルは、非主軸引張負荷条件に対して、Gates-Sun 形の粘塑性モデル<sup>(23-25)</sup>に帰着させることができ、本研究で定義した有効応力も Sun-Chen 形の定義に帰着される。これらの特徴から、既報<sup>(23-25)</sup>で用いた材料定数の同定法を利用することができる。

今回の解析対象については、硬化変数の発展式に含まれる材料定数を決定するために必要な情報が不足している。このため、同じ種類の材料を用いた既報<sup>(25)</sup>の値を近似的に利用して試行法により最適な値を決定した。同定手順の概略は次のようになる。(1) 非主軸引張負荷による応力-

ひずみ関係から Sun-Chen 形マスター関係(応力-塑性ひずみ関係)を求ることによって異方性パラメータ  $a_{66}$  の値を決定する。(2) 異なるひずみ速度の非主軸引張試験から求めた応力-ひずみ関係から Gates-Sun 形マスター関係(超過応力-粘塑性ひずみ速度関係)を同定する。既報の粘塑性に関する材料定数を初期値として採用し、特定の纖維配向角に対する変形応答(応力-ひずみ関係とそのひずみ速度依存性)が精度良く再現されるように試行法によって修正する。(3) トランスバース方向( $\theta = 90^\circ$ )の引張降伏応力と圧縮降伏応力の比  $\alpha = C_2 / T_2$  を評価し、式(41)を用いて  $\beta$  の値を求める。(4) 特定の纖維配向角に対して非主軸圧縮負荷による応力-ひずみ関係が精度よく再現されるように  $\beta$  の値を微調整する。以上の同定手順に従い、材料定数の値を次のように決定した。 $K = 81$  MPa min,  $m = 0.19$ ,  $R_0 = 0$  MPa,  $Q_1 = 45$  MPa,  $Q_2 = 40.5$  MPa,  $Q_3 = 18$  MPa,  $b_1 = 40$ ,  $b_2 = 10$ ,  $b_3 = 5$ ,  $a_{66} = 2.2$ ,  $\alpha = 1.43$ 。各纖維配向角に対する負荷方向の弾性係数は表1、表2にまとめて示している。

**5・2 計算結果と実験結果の比較** 変位速度 10%/min および 0.1%/min の条件について計算した引張と圧縮の応力-ひずみ関係を纖維配向角ごとに実験結果と比較して図1～図5に示す。図中の実線は修正モデルによる予測、破線は基礎モデルによる予測を示している。引張負荷に対する両モデルの予測は一致する。これらの比較から、修正モデルを用いることによって、非主軸応力-ひずみ関係見られる引張負荷と圧縮負荷による違い、纖維配向角の違い、およびひずみ速度の違いを精度よく記述できることがわかる。これらの結果のすべてが提案した単一の粘塑性構成モデルによって予測された結果であり、異なる条件に対して効率的な解析が可能となることを示している。

## 6. 結 言

本研究では、一方向炭素纖維強化複合材料 T800H/Epoxy の高温における非主軸非線形変形挙動の纖維配向角依存性、ひずみ速度依存性、および引張・圧縮非対称性を記述することができる粘塑性モデルを定式化し、その有効性を実験結果との比較にも基づいて評価した。

材料の異方性と静水圧依存性を考慮して拡張された Hill の降伏条件の表現から、横等方性に対する有効応力表現を求め、非可逆熱力学に基づく定式化法を併用することによって、一方向複合材料の非主軸非線形変形挙動に現れる引張・圧縮非対称性を記述することができる粘塑性モデルを定式化した。さらに、せん断による粘塑性変形抵抗が圧縮トランスバース応力の作用によって見かけ上増加する現象を考慮できるように有効粘塑性ひずみ速度の表現を拡張する方法を提案した。提案した粘塑性モデルは、非主軸

引張負荷に対しては引張・圧縮の対称性を仮定する Gates-Sun 形粘塑性モデル<sup>(23-25)</sup>に帰着できるように定式化されており、材料定数を効率的に同定することができる。提案した粘塑性モデルは、トランスバース粘塑性変形抵抗とせん断粘塑性変形抵抗の引張・圧縮負荷による違いを考慮することによって、非主軸非線形変形挙動の纖維配向角依存性、非主軸引張変形と非主軸圧縮変形の非対称性、およびそれらのひずみ速度依存性を精度よく効率的に予測することができる。

この研究において定式化した一般化粘塑性モデルは、既報<sup>(26)</sup>の理論的枠組みを利用することによって、引張・圧縮非対称性を考慮した一般化粘塑性モデルへ拡張することができる。提案する一般化粘塑性モデル(あるいは一般化粘弹性・粘塑性モデル)は、広範な条件について一層の検証が求められるが、引張荷重と圧縮荷重の両方を考慮しなければならない予備的な非弾性設計解析に有効に利用できると考えられる。

## 謝 辞

本研究が天田金属加工機械技術振興財団の助成による研究であることを付記し、謝意を表する。

## 参考文献

- (1) Vlack, L.H.V., Materials Science for Engineers, (1970), 126, Addison-Wesley, MA, USA.
- (2) Barrett, C.R., Nix, W.D. and Tetelman, A.S., The Principles of Engineering Materials, (1973), 328, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- (3) Courtney, T.H., Mechanical Behavior of Materials, (1990), 325, McGraw-Hill, Singapore.
- (4) Matsuoka, S., Relaxation Phenomena in Polymers, (1992), Oxford Univ. Press, New York.
- (5) Nielsen, L.E., Mechanical Properties of Polymers and Composites, (1975), Marcel Dekker, Inc., New York.
- (6) Gates, T.S. and Sun, C.T., AIAA Journal, 29-3 (1991), 457.
- (7) Yoon, K.J. and Sun, C.T., Journal of Composite Materials, 25 (1991), 1277.
- (8) Wang, C. and Sun, C.T., Journal of Composite Materials, 31-15 (1997), 1480.
- (9) Tsai J. and Sun C.T., Composites Science and Technology, 62 (2002), 1289.
- (10) Kawai, M., Kawase, Y., Negishi, R. and Masuko, Y., Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 66-652 (2000), 2128.
- (11) Kawai, M., Saito, S., Zhang, J.Q., Xiao, Y. and Hatta, H., Proceedings of 6th International Conference on Composite Materials (ICCM-16), CD-ROM, July 8-13, (2007), Kyoto, Japan.
- (12) Kawai, M. and Masuko, Y., Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 68-672 (2002), 1228.
- (13) Caddell, R.M., Raghava, R.S. and Atkins, A.G., Journal of Materials Science, 8 (1973), 1641.
- (14) Tuttle, M.E., Semeliss, M. and Wong, R., Experimental Mechanics, 32-1 (1992), 1.

- (15) Bekhet, N.E., Barton, D.C. and Craggs, G., *Journal of Materials Science*, 29 (1994), 4953.
- (16) Hill, R., *Plasticity*, (1950), 317, Clarendon Press, Oxford.
- (17) Drucker, D.C. and Prager, W., *Quarterly Journal of Applied Mathematics*, 10 (1952), 157.
- (18) Stassi-D'Alia, F., *Meccanica*, 4 (1969), 349.
- (19) Lemaitre, J. and Chaboche, J.L., *Mechanics of Solid Materials*, (1985), Cambridge University Press, Cambridge.
- (20) Kawai, M., *JSME International Journal, Series A*, 39 (1996), 508.
- (21) Chaboche, J.L., *Bulletin de L'Academie Polonaise des Science, Série de Science Techniques*, 25-1 (1977), 33.
- (22) Sun, C.T. and Chen, J.L., *Journal of Composite Materials*, 23 (1989), 1009.
- (23) Kawai, M. and Masuko, Y., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 69-686 (2003), 1473.
- (24) Masuko, Y. and Kawai, M., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 69-688 (2003), 1678.
- (25) Takeuchi, F., Kawai, M., Zhang, J.Q. and Matsuda, T., *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, 32-6 (2006), 254.
- (26) Kawai, M., Masuko, Y. and Haddad, Y. M., *Materials Science Research International, Special Technical Publication — 2* (2001), 403.