

# 損傷力学による冷間鍛造における欠陥の発生・成長の予測

静岡大学 工学部機械工学科  
助教授 早川 邦夫  
(平成16年度研究開発助成AF-2004014)

キーワード：損傷力学，鍛造，有限要素法

## 1. 研究の目的と背景

現在，鍛造品は，より高強度な材料に対する加工や，より高精度な加工が求められている．このような工程では，素材や工具に作用する応力はより高くなるため，工具破壊や素材の損傷や破壊が無視できない．それらを正確に予測する数値解析技術が求められている．

現在，多くの鍛造部品の欠陥の予測に破壊予測パラメーターが提案され，鍛造品の設計に大いに役立っている．しかし，これらのパラメーターでは，加工方法に応じたパラメーターの限界値を決定する必要がある．これは，これらのパラメーターが材料の損傷・破壊の特性のみで決定されるのではないことを示している．もし，破壊特性を材料の特性として表現できれば，単純な試験から加工法に依存しない，材料の破壊パラメーターを特定でき，それを利用することで，鍛造品の損傷・破壊予測が容易になる．

材料の損傷・破壊を連続体力学的枠組みで記述する方法として，損傷力学的手法がある<sup>1)9)</sup>．この方法によれば，材料の局所的破壊の発生と，それらの合体による巨視的破壊までの過程を統一的に，損傷変数の発展を追跡することで明らかにできる．また，損傷変数の限界値は，材料固有のパラメーターであり，実験で同定可能である．

本研究では，鍛造品および鍛造用工具の損傷・破壊の予測に損傷力学的手法を用いた鍛造品欠陥予測および工具破壊予測手法を確立する．そのため，はじめに，材料損傷を表現できる鍛造材料の弾塑性-損傷構成式の定式を行う．さらに，定式化した構成式を市販の有限要素ソフトウェアに組み込み，鍛造工程における鍛造品の内部欠陥の予測解析を行う．

## 2. 鍛造材料の弾塑性-損傷構成式の定式化

### 2.1 材料損傷の応力方向依存性とその記述

材料損傷の主な要因である，内部の微小き裂の発生・成長は，特に引張り主応力の影響が大きく，材料損傷は本質的に異方性を有する．さらに，分布微小き裂は圧縮応力下では閉口し，その効果は減少する．

本論文では，このような外力の作用によって発生・成長する微小き裂の3次元分布の材料の力学的挙動に対する影響を表現するため，2階対称な損傷テンソル $\mathbf{D}$ を導入する<sup>6),7)</sup>．

材料の応力方向依存性の表現のため，次の修正応力テンソル $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ を導入する<sup>3),4),7),8)</sup>．

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \sum_{I=1}^3 \langle \boldsymbol{\sigma}_I \rangle (\mathbf{p}_I \otimes \mathbf{p}_I) \quad (1)$$

ここで， $\langle \rangle$  は Macauley のかっこ， $\boldsymbol{\sigma}_I$  および  $\mathbf{p}_I$  ( $I=1,2,3$ ) は応力テンソルの主値および主方向ベクトルである．

一般座標  $x_i$  ( $i=1,2,3$ ) における修正応力テンソルは以下のように記述される．

$$\bar{\sigma}_{ij} = B_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (2)$$

$$B_{ijkl} = \sum_{K=1}^3 h(\sigma_K) Q_{iK} Q_{jK} Q_{kK} Q_{lK} \quad (3)$$

ここで， $h(\sigma_K)$  は  $\sigma_K$  に関する単位段階関数，また  $Q_{iK}$  は一般座標と主応力座標との方向余弦である．

### 2.2 Gibbsのポテンシャルエネルギー

次に，不可逆熱力学理論に基づき著しい応力方向依存性を有する弾塑性-損傷構成式を定式化する<sup>8)-10)</sup>．

本論文では，材料損傷に伴う応力方向依存性の記述に重点を置き，塑性に関しては等方硬化のみを採用する．

はじめに，損傷を受けた冷間工具鋼に対するGibbsのポテンシャルエネルギーを次のように仮定する．

$$\rho g(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{D}, r) = \rho g^e(\boldsymbol{\sigma}) + \rho g^D(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{D}) + \rho g^p(r) \quad (4)$$

ここで，右辺第一項は弾性補足エネルギー，第二項は損傷に影響される弾性-損傷補足エネルギー，最後の項は，塑性変形による転位構造の変化によって材料内部に蓄積されるエネルギーである．

右辺第一項  $\rho g^e(\boldsymbol{\sigma})$  は，等方弾性体の補足エネルギーであり，次式のように定式化できる．

$$-\rho g^e(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1+\nu_0}{2E_0} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}) - \frac{\nu_0}{2E_0} (\text{tr} \boldsymbol{\sigma})^2 \quad (5)$$

ここで， $E_0$  および  $\nu_0$  は初期非損傷状態におけるYoung率およびPoisson比である．また，左辺の負号は一般的な熱力学理論に適合するように付した．

次に，弾性-損傷補足エネルギー  $\rho g^D(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{D})$  を定式化する．この関数は，2つの対称テンソル  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  と  $\mathbf{D}$  のスカラー関数によって表現できるが，ここでは損傷テンソルの線形関数で表現できるとして次式で表す．

$$-\rho g^D(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{D}) = \mathfrak{g}_1 (\text{tr} \boldsymbol{\sigma})^2 \text{tr} \mathbf{D} + \mathfrak{g}_2 \text{tr}(\bar{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \bar{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{D}) \quad (6)$$

ここで， $\mathfrak{g}_1$  および  $\mathfrak{g}_2$  は材料定数である．右辺第2項に修正応力テンソルを用いなかっただけは，非比例負荷状態で応

力方向が変化する際に生ずる構成式の不連続性を避けるためである<sup>9)</sup>.

一方、 $\rho g^p(r)$  は、一般の金属材料の等方硬化挙動を適切に表現できる形として以下のように表す。

$$-\rho g^p(r) = R_\infty \left[ r + \frac{1}{b_0} \exp(-b_0 r) \right] \quad (7)$$

ここで、 $\nu$  および  $b_0$  は材料定数である。

### 2.3 弾性-損傷構成式および熱力学的共役力

弾性-損傷構成式は、通常の不可逆熱力学理論の手続きにより

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^e &= -\frac{\partial(\rho g)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = -\frac{\partial(\rho g^e)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{\partial(\rho g^D)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\ &= \frac{1+\nu_0}{E_0} \boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu_0}{E_0} (\text{tr} \boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} \\ &\quad + 2g_1(\text{tr} \mathbf{D})(\text{tr} \boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} + g_2(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\sigma}) : \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。式(8)の右辺第1および2項は、損傷のない場合の線形弾性体の補足エネルギーを表す。第3および第4項は、それぞれ静水応力および引張り主応力による損傷の弾性特性に及ぼす影響を表現している。

内部状態変数  $\mathbf{D}$  および  $r$  の熱力学的共役力はそれぞれ

$$\mathbf{Y} = -\frac{\partial(\rho g^D)}{\partial \mathbf{D}} = g_1(\text{tr} \boldsymbol{\sigma})^2 \mathbf{I} + g_2(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \quad (9)$$

$$R = -\frac{\partial(\rho g^p)}{\partial r} = R_\infty [1 - \exp(-b_0 r)] \quad (10)$$

と与えられる。

### 2.4 塑性-損傷構成式

冷間工具鋼の降伏応力は、引張りと圧縮で異なることが明らかにされている。この応力方向依存性は、巨視的な降伏点より低い応力状態で発生する材料内部損傷の応力方向依存性によって引起されるものと考えられる。

本論文では、これまでに多くの損傷力学理論に用いられている<sup>6),7)</sup>有効応力  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$  を用いて、非損傷状態では通常のMises型降伏面に帰着する次のような降伏面  $f$  を仮定する。

$$f = \left[ \frac{3}{2} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}' : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}' \right]^{1/2} - \sigma_{Y0} - R = 0 \quad (11)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\sigma} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}(\mathbf{D})]_{ijkl} &= (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) / 2 \\ &\quad + c^p (D_{ik} \delta_{jl} + \delta_{ik} D_{jl} + D_{il} \delta_{jk} + \delta_{il} D_{jk}) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 $\sigma_{Y0}$  は非損傷状態における初期降伏応力、 $c^p$  は材料定数である。また、記号 (') は偏差成分を表す。

塑性-損傷構成式および等方硬化スカラー変数の発展式は、式(11)に対して法線則が成立すると仮定して

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{3}{2\sigma_{eq}} M_{ijkl} \tilde{\sigma}'_{kl} \quad (14)$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} = \dot{\lambda} \quad (15)$$

となる。ここで、 $\dot{\lambda}$  は降伏面の適合条件  $\dot{f} = 0$  から得られる未定乗数であり次式で表される。

$$\dot{\lambda} = \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial D_{ij}} \dot{D}_{ij} \right) / \left\{ b_0 (R_\infty - R) \right\} \quad (16)$$

### 2.5 損傷発展式の定式化

異方損傷テンソル  $\mathbf{D}$  については、式(16)の適合条件が満たされるとき、損傷共役力空間で定義した損傷ポテンシャル  $F_D$  の外向き法線方向に発展するものとして次式のように表現する。この式は、金属材料の延性損傷に多く用いられている等方損傷モデルを、異方損傷状態に拡張したものとなっている。

$$\dot{D}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D(Y_{ij})}{\partial Y_{ij}} \quad (17)$$

損傷ポテンシャル  $F_D$  を次のように表現する。

$$F_D(Y_{ij}) = (Y_{ij} Y_{ij})^{1/2} \quad (18)$$

## 3. 単軸負荷状態に対する弾塑性-損傷構成式

### 3.1 単軸引張りに対する弾塑性-損傷構成式

前章で定式化した弾塑性-損傷構成式を、単軸引張りおよび単軸圧縮に対して展開し、その特徴を調べる<sup>7)</sup>。

定式化に際しては、Fig.1に示すような円筒材料に対して右手系直交座標系  $O-x_1x_2x_3$  を考え、 $x_1$  方向を荷重方向、 $x_2$  方向と  $x_3$  方向を荷重軸に直交する断面における座標とする。このとき、直交座標系は主応力座標系と一致する。

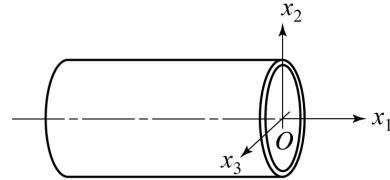


Fig.1 単軸負荷における座標系

単軸引張りにおいて、作用する応力テンソル成分は  $\sigma_{11} > 0$  であるから、修正応力テンソルは

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \begin{cases} \sigma_{11} (i = j = 1) \\ 0 \text{ (otherwise)} \end{cases} \quad (19)$$

となる。また、損傷共役力テンソル  $\mathbf{Y}$  の成分および  $F_D$  は式(9)および式(18)から次式となる。

$$Y_{11} = (g_1 + g_2) \sigma_{11}^2, \quad Y_{22} = Y_{33} = g_1 \sigma_{11}^2 \quad (20)$$

$$F_D = \sigma_{11}^2 \sqrt{3g_1^2 + 2g_1g_2 + g_2^2} \quad (21)$$

さらに、損傷テンソル速度  $\dot{\mathbf{D}}$  の成分はそれぞれ次式となる。

$$\dot{D}_{11} = \dot{\lambda} (g_1 + g_2) / \sqrt{3g_1^2 + 2g_1g_2 + g_2^2} \quad (22)$$

$$\dot{D}_{22} = \dot{D}_{33} = \dot{\lambda} g_1 / \sqrt{3g_1^2 + 2g_1g_2 + g_2^2} \quad (23)$$

弾性ひずみテンソル  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  の成分は、式(8)から次式となる。

$$\varepsilon_{11}^e = \{1/E_0 + 2g_1(D_{11} + D_{22} + D_{33}) + 2g_2D_{11}\} \sigma_{11} \quad (24)$$

$$\varepsilon_{22}^e = \varepsilon_{33}^e = \{-\nu_0/E_0 + 2g_1(D_{11} + D_{22} + D_{33})\} \sigma_{11} \quad (25)$$

塑性ひずみ速度は、式(14)から次式で表される。

$$\dot{\varepsilon}_{11}^p = \dot{\lambda}(1 + 4c^p D_{11}), \quad \dot{\varepsilon}_{22}^p = \dot{\varepsilon}_{33}^p = -\frac{\dot{\lambda}}{2}(1 + 4c^p D_{22}) \quad (26)$$

#### 4.2 単軸圧縮に対する弾塑性-損傷構成式

前節と同様に、Fig.1の座標系において、修正応力テンソルは  $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{0}$  となる。したがって、 $\mathbf{Y}$ 、 $F_D$  および  $\dot{\mathbf{D}}$  はそれぞれ次式となる。

$$Y_{11} = Y_{22} = Y_{33} = g_1 \sigma_{11}^2 \quad (27)$$

$$F_D = \sqrt{3Y_{11}^2} = \sqrt{3}Y_{11} = \sqrt{3}g_1 \sigma_{11}^2 \quad (28)$$

$$\dot{D}_{11} = \dot{D}_{22} = \dot{D}_{33} = \sqrt{3}\dot{\lambda}g_1 / \sqrt{3g_1^2 + 2g_1g_2 + g_2^2} \quad (29)$$

$$\varepsilon_{11}^e = \{1/E_0 + 2g_1(D_{11} + D_{22} + D_{33})\} \sigma_{11} \quad (30)$$

$$\varepsilon_{22}^e = \varepsilon_{33}^e = \{-\nu_0/E_0 + 2g_1(D_{11} + D_{22} + D_{33})\} \sigma_{11} \quad (31)$$

塑性ひずみ速度および等方硬化スカラー変数の発展式の形は、単軸引張りの場合と同じである。

以上の展開より、本構成式は単軸引張りにおける軸方向の損傷が、それに直交する方向より大きくなるのがわかる。その差を生じる原因は、材料定数  $g_2$  の影響である。したがって、 $g_2 = 0$  とおけば、本構成式は等方損傷のみを表現することとなり、ポイド理論に帰着する。一方、単軸圧縮においては、常に損傷は等方的な発展を示す。

#### 4. 前方押し出しにおける内部欠陥予測に 対する有限要素解析

前章で定式化した弾塑性-損傷構成式を、鍛造品の欠陥予測のための有限要素解析に適用する。ここでは、例題として、円柱の前方押し出しを解析する。

解析には、商用有限要素ソフトウェアMSC.Marc2003を用いた。ユーザーサブルーチンを用いて、本研究にて定式化した構成式を組み込んだ。また、破壊の表現には、損傷値が限界に達した要素の剛性を無視して計算を継続する方法を用いた。この手法を実現するため、さらにユーザーサブルーチンを用いた。

Fig.2は、解析に用いた軸対称有限要素解析モデルを示す。左側の軸が対称軸である。右側の線分はダイスを、上側の線分はパンチを表す。有限要素は四辺形アイソパラメトリック要素を用いた。計算の便宜上、先端がすでにダイに挿入されている状態から計算を行った。

材料定数については、一般的な鍛造用鋼材料を仮定し、等方損傷のみを考慮した場合と、異方損傷を考慮した場合を調べるため、以下の値を用いた。

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= 206.0\text{GPa}, \nu_0 = 0.3, \\ g_1 &= 1.325 \times 10^{-5}, g_2 = \chi g_1, \\ c_p &= 0.0, \sigma_{Y0} = 210.0\text{MPa}, \\ b_0 &= 1.2, R_\infty = 305.0\text{MPa}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

ここで、 $\chi$ は、異方損傷の程度を示す変数であり、0の場合は等方損傷となる。本論文では、 $\chi=0$ 、 $1.15 \times 10^{-3}$  および  $2.3 \times 10^{-3}$  の3つの値を用いて解析の比較・検討を行った。

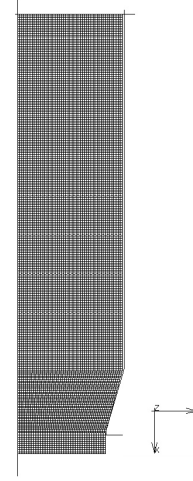


Fig.2 有限要素モデル

有限要素および節点数は、それぞれ12500および12801である。また、パンチおよびダイと素材の間の摩擦は無視して解析を行った。

座標系については、Fig.2のとおり、軸方向、半径方向および円周方向がそれぞれ  $x$ 、 $y$  および  $z$  方向となる。

#### 5. 解析結果および考察

Fig.3は、 $\chi = 0.0$ 、すなわち等方損傷状態における押し出し時の内部欠陥の発生予測結果を示す。損傷変数の分布を同

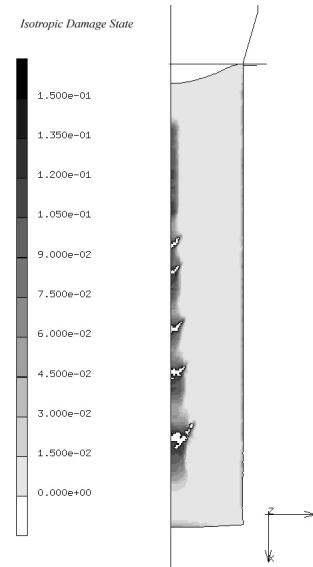


Fig.3 等方損傷状態 ( $\chi=0$ )におけるシェブロンクラック

時に示す。この場合の結果は、従来から用いられているOyaneの延性破壊予測パラメーターを用いた場合と類似した結果を示す。すなわち、軸内部の連続したシェブロンクラックの発生を予測する。

Fig.4は、 $\chi = 1.15 \times 10^{-3}$ のときの異方損傷を考慮したときの鍛造品破壊予測結果である。この場合、平均垂直応力による損傷と、引張り偏差応力による損傷を同時に考慮していることに相当する。従来の破壊予測パラメーターでは、Oyane（平均垂直応力）とCockloft & Lathamの式を同時に考慮することになる。しかも、本論文における損傷は2階のテンソルであるので、損傷発生に伴う材料の直交異方性を考慮することができる。

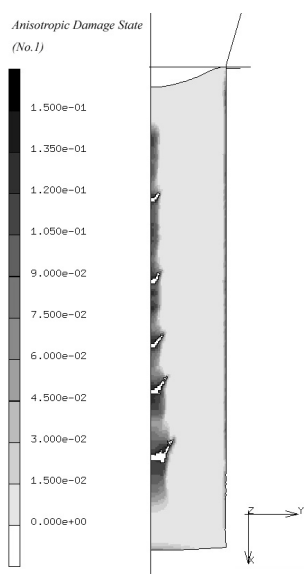


Fig.4 異方損傷（平均垂直応力および引張り偏差応力）によるシェブロンクラック

Fig.4をみると、軸方向内部の損傷発展についてはFig.3の等方損傷の場合と同様であるが、ダイに接している外周の損傷が、等方損傷の場合より大きくなっている。歯車の押出加工などでは歯先に矢印状のき裂が連続する場合があるが、それに相当する損傷を表現していると考えられる。加工に用いる材料の特性によっては、内部のシェブロンクラックより外周の割れが支配的な場合もあることを示唆している。

損傷テンソルの成分を詳しくみると、軸内部の損傷テンソルの成分は軸方向、半径方向および円周方向ともにほとんど同じ値を示していた。一方、軸の外周の損傷テンソル成分は、軸方向の成分が他の方向に比べて約1.5倍大きかった。すなわち、軸方向に垂直なき裂を生じさせる損傷成分が大きかった。

Fig.5は、 $\chi = 2.3 \times 10^{-3}$ における押出加工材の破壊予測結果である。この解析結果は、 $\chi$ を極端に大きく取った特殊な場合である。外周部に連続した矢印状のき裂が発生している。

ところで、一般に鍛造に使用される鉄鋼材料は延性が高

いので、材料損傷の形態はポイド状でありほぼ等方的である。実際に、Fig.5の解析に用いた  $\chi = 2.3 \times 10^{-3}$ を単軸引張り解析に適用すると、得られる損傷テンソル成分 $D_x$ ,  $D_y$ および $D_z$ はほぼ同じ値であり、等方的な損傷であることがわかった。すなわち、単軸負荷のような単純な応力状態では、ほとんど影響を及ぼさないような小さな損傷の異方性でも、加工法によっては大きな影響を及ぼすことがあるということがわかる。

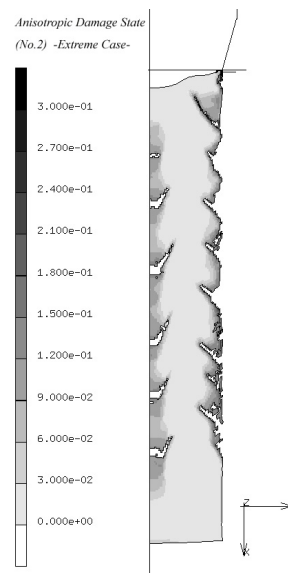


Fig.5 異方損傷によるシェブロンクラックおよび外周割れ

## 謝辞

本研究は、天田金属加工機械技術振興財団による平成16年度研究助成金によるものであり、ここに記して深甚なる謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 村上澄男: 機論A, **54**-500, (1988), 831-838.
- 2) Murakami, S.: J. Appl. Mech., Trans. ASME, **55**-2 (1988), 280-286.
- 3) 神谷邦夫・村上澄男: 材料, **45**-8, (1996), 893-900.
- 4) Hayakawa, K. & Murakami, S.: Int. J. Damage Mech., **6**-4 (1997), 333-363.
- 5) Lemaitre, J. & Chaboche, J. -L.: Mechanics of Solid, (1990), Cambridge University Press.
- 6) Chaboche, J. -L.: Int. J. Damage Mech., **1**-2 (1992), 148-171.
- 7) 早川邦夫・中村保・田中繁一: 塑性と加工, **43**-496 (2002), 417-421.
- 8) 早川邦夫・中村保・田中繁一: 塑性と加工, **43**-497 (2002), 546-550.
- 9) Lemaitre, J & Desmorat, R., Engineering Damage Mechanics, (2005), Springer-Verlag

