バックステッピング型非線形制御によるタレットパンチプレス高性能位置決め制御系の開発

千葉大学　電子機械工学科
教授　野波健蔵
（平成 13 年度研究開発助成 AF-2001008）

キーワード　タレットパンチプレス，位置決め制御，非線形制御，バックステッピング，スライディングモード制御

1. 研究の目的と背景

パンチング加工マシンはモデル化が難しく，加工材料の有無や加工工具の位置によって，モデルが大きく変化する特徴がある．このパンチング加工マシンの精密な位置決めに関して，ここでは非線形ロバスト制御のスライディングモード制御理論により設計し実験を行う．さらに，バックステッピング超平面を有するスライディングモード制御についても紹介する．この設計法は新しいロバスト制御法として提案すると同時に，その有効性を検証する．

本研究では具体的に，今回の設計目標仕様として以下の 2 点を設計仕様として設定する．

（1）　前置フィルタ補償前の位置指令値が入力されてから，40ms 以内に目標値との誤差 ±5%の領域に達すること．

（2）　目標位置や材料に依存することなく，位置決め時の精度が目標値の ±5%以下に存在すること．

2. 数学モデル

パンチング加工マシンは第 1 近似モデルとして，次の 2 慣性モデルとしてモデリングできる．

$$J_1 \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) + (d_1+d)\dot{x}_1 - d\dot{x}_2 = u$$
$$J_2 \ddot{x}_2 - k(x_1 - x_2) + (d_2+d)\dot{x}_2 - d\dot{x}_1 = 0 \tag{1}$$

ここで，J は慣性モーメント，d は粘性摩擦係数，k はバネ定数，x は回転角である．

3. スライディングモード制御理論

制御系の構造を変える理論は可変構造制御系（Variable Structure control System : VSS）理論と呼ばれている．スライディングモード制御（Sliding mode control）は，可変構造制御系理論の中で最も理論的に体系化されている制御理論であり，線形系はもちろん非線形系，パラメータ変動系，時変形など，未知パラメータや未知外乱を有する系に容易に適用でき，希望の特性を切換面として設計すれば，システムは等価的に希望の特性に拘束される．つまり，スライディングモード制御は位相空間内において希望の切換超平面をまず設計し，制御入力をこの超平面の上下で切換，高速スイッチングを行いながらできるだけ速く超平面上にシステムの状態を拘束した後，状態を平衡点に向かって超平面上を滑らせるものである．さらに，マッチング条件（Matching Condition）が成立する場合には強いロバスト性能が発揮できるという点がある．

次の状態方程式によって表される線形時不変の制御対象を考える．簡単のため，制御対象は 1 入力（m=1），次数は n 次とし，正準形に変換されているものとする．

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t), x_1 \in R^{n-m},\ x_2 \in R^m \tag{2}$$

可変構造制御系の構造は，ベクトル関数 σ の符号によって支配される．この σ は切換関数（Switching function）と呼ばれ，次式で表される．

$$\sigma = S(t) = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = s_1x_1(t)+s_2x_2(t) \tag{3}$$

切換関数は位相平面を σ の符号が異なるように分割する．切換線は $\sigma=0$ で表され，位相空間の次数が大きくなると切換線から切換面になり，さらに幾何学的に図示できなくなる超平面(Hyperplane)になる．この切換関数 σ の符号によって制御入力を切り換えることにより，システムの状態を切り換え超平面に拘束し，入力の数だけ低次元化された望ましいシステムを構成する．

切換超平面上に状態を拘束されたシステムを，等

価制御系（Equivalent control system）という．スライディングモードが存在しているとき，システムは非線形性の強いスイッチング入力のため，解析などが著しく困難となる．そのため，この等価制御系について考えることにより，解析及び設計の見通しが良くなり，スライディングモードにあるシステムの動特性を解析できる．

超平面においては切換関数 $\sigma=0$ のため，$x_2(t)=-s_1x_1(t)$となり，x_2がx_1のサブシステムへの入力となる．すなわち，前式は

$$\dot{x}_1(t) = (A_{11}-A_{12}s_1)\, x_1(t) \tag{4}$$

となり，低次元化された遅いx_1のシステムと速いシステムである $\sigma=s_1x_1(t)+s_2x_2(t)=0$ とに分離された，マッチング条件（後述）を満たす外乱やパラメータ変動に対して不感なシステム，すなわち等価制御系となる．

式(4)はスライディングモードの方程式であり，スライディングの動特性は超平面の傾きを表す切換行列 S により決定される．切換行列 $S=[s_1,\ s_2]$は設計パラメータであり，(A_{11},A_{12})が可制御であるとすると，S を設計することによって等価制御系に対し任意の極配置が可能となり，等価制御系に希望する動特性を与えることができる．

スライディングモード制御では，システムの位相空間上での挙動は二つのモードに分けられ，二つのまったく異なった挙動から成り立っている．一つの部分は到達モード(Reaching Mode)と呼ばれ，このモードでは，位相平面上の任意の場所から出発した軌跡は切換線に向かって動き，有限時間で切換線に到達する．もう一つの部分はスライディングモード(Sliding Mode)で，軌跡は切換線上を平衡点に向かって滑って行く状態である．到達モードでのシステムは非線形性の強いスイッチング入力のため解析が困難であるため，通常スライディングモードにあるシステム，すなわち等価制御系に対して解析が行なわれる．

状態が滑り面の方面に向かい，そして滑り面にたどり着く条件は到達条件(Reaching Condition)と呼ばれる．もし到達条件を満足していれば，到達モードは有限時間の間に $\sigma=0$（切換面）に到達する．このことから，スライディングモード制御を実現するためには以下の手順が必要となる．

- 入力の数だけ低次元化された，望ましいダイナミクスを表すための切換面 $\sigma=0$ を設計する．
- 切換面の外にあるどのような状態 x(t)も，有限時間に切換面に到達するような可変構造制御入力を設計する．

さらに，スライディングモード制御系の設計に当たって，次の2項目を加えることになる．

- 非線形制御入力によるチャタリング (Chattering) 防止の設計を行う．
- 必要に応じて状態観測器を設計する．

スライディングモード到達条件を満足するために，種々のアプローチが提案されているが，一般的にリアプノフ関数法を適用する．今，リアプノフ関数の候補を次のように選ぶ．

$$V=\frac{1}{2}\sigma^T\sigma \tag{5}$$

ここで，

$$\sigma(x) = \left[\sigma_1(x),\ \sigma_2(x),\ \dots,\ \sigma_m(x)\right]^T \tag{6}$$

である．この関数について次の式を満足すれば

$$\dot{V} < \sigma^T \cdot \sigma < 0 \tag{7}$$

切換超平面 $\sigma_i=0$ の近傍でスライディングモードが生じる．多入力系の場合では，各切換面 $\sigma_i=0$ に達しただけではスライディングモードが生じず

$$\sigma(x) = \left[\sigma_1(x),\ \sigma_2(x),\ \dots,\ \sigma_m(x)\right]^T = 0 \tag{8}$$

すなわち各切換面の交線に収束して，そこで初めてスライディングモードが生じる．この到達則が満足されるように可変構造制御入力を決定することが重要である．

4．スライディングモード制御系設計

制御系設計は3章で述べたスライディングモード制御理論に基づいて行った．位置決め制御のため，4次のモデルに対して

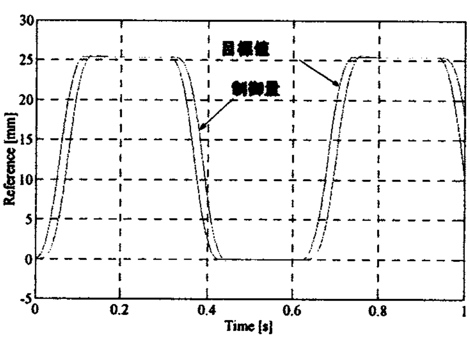

図1．目標値応答

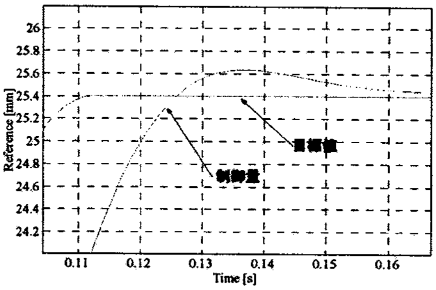

図 2. 目標値応答

1 型のサーボ系を構成する．超平面は最適制御理論による誤差超平面を採用する．また，状態観測器は同一次元オブザーバを用いる．非線形入力は平滑関数を用いる．

次に実際の目標値を用いて，シミュレーション結果を示す．制御対象のモデルは目標値の大きさと加工材料の厚さなどによって多数存在する．ここでは，シミュレーション時のモデルは設計時のモデルと違うものを用いて結果を示す．

図 1 と図 2 は目標値応答で，図 2 は図 1 の一部拡大図である．　図 2 より目標の位置指令値が分配完了してから，10m s 以内に目標値の±5%の領域に達していることがわかる．そのときの制御入力と切換関数を図 3，図 4 に示す．切換関数は目標値が一定値になった後，すぐ零に収束していることがわかる．

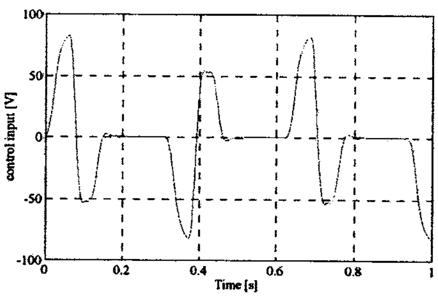

図 3　制御入力

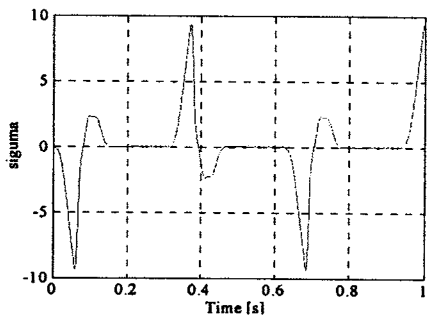

図 4　切換関数

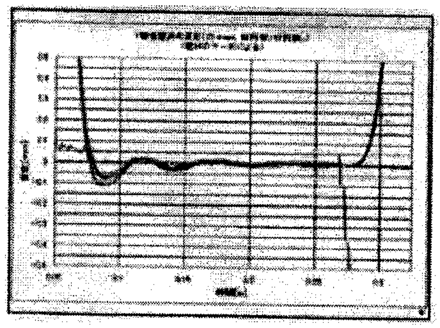

図 5　目標値応答（以前の実験結果）

5．実験

シミュレーションで良い結果が得られたため，実験による検証を行う．試験マシンが無負荷時の場合の実験結果を以下に示す．

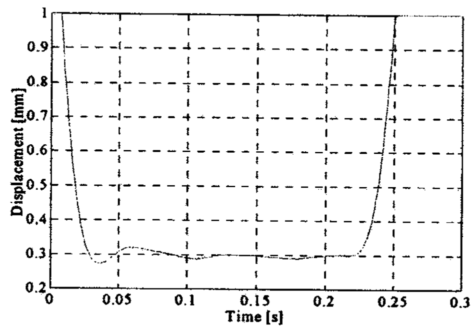

図 6　目標値応答（今回の実験結果）

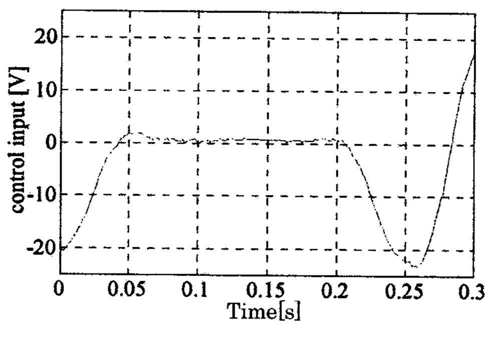

図 7　制御入力

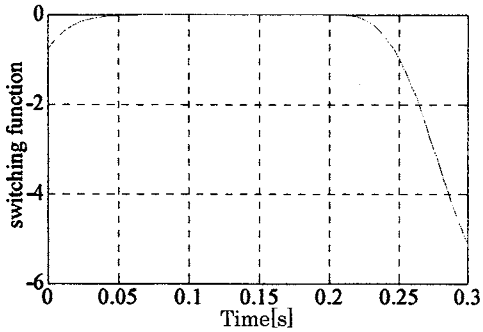

図 8　切換関数

図 5 と図 6 を比較すると，今回の実験結果は目標の位置指令値が分配完了してから，30m s 以内に目標値の±5%の領域に達していることがわかる．また図 7 の制御入力はリミッター制限の 75V 以下に抑えている．図 8 の切換関数は迅速に零に収束していることがわかる．

実験ではよい結果が得られたが，これは無負荷時の結果であるため，負荷時はどこまで性能を保持できるかについて検討する必要がある．ここで，今後の制御方法として非線形システムに対してよりロバスト性が強いバックステッピング理論を紹介する．

6．バックステッピング超平面によるスライディングモード制御

バックステッピング法には大きく分けて積分器バックステッピング法と適応バックステッピング法の２種類があるが，ここでは，積分器バックステッピング法について紹介する．

まず，次のような２次システムを考える

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\zeta \tag{9}$$

$$\dot{\zeta} = u \tag{10}$$

式 (9) のみを考え,状態変数ζを仮想的に制御入力と見なし，式 (9) が漸近安定となるような任意の仮想制御入力ζ=α (x)　(α (0) =0) を決定する．このとき閉ループ系の特性は

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) \tag{11}$$

となり，コントロールリアプノフ関数を V(x)とすると V(x)の微分は次式を満たすとする．

$$\frac{\partial V}{\partial x}[f(x) + g(x)\alpha(x)] \le -W(x),\quad W(x) \ge 0 \tag{12}$$

実際 ζ は制御入力ではなく状態変数なので，α (x) を安定化関数と呼ぶ．また，式 (9) の右辺に g(x)α (x) を加減すると次式を得る．

$$\dot{x} = [f(x) + g(x)\alpha(x)] + g(x)(\zeta-\alpha(x)) \tag{13}$$

α(x)とζ との偏差を z=ζ - α(x)とすると式(9)，式(10)は以下のように表すことができる．

$$\dot{x} = [f(x) + g(x)\alpha(x)] + g(x)z \tag{14}$$

$$\dot{z} = u-\dot{\alpha} \tag{15}$$

新たにリアプノフ関数を $V_a = V(x) + 1/2\, z^2$ とおくと

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= \frac{\partial V}{\partial x}[f(x) + g(x)\alpha(x)] + \frac{\partial V}{\partial x} g(x) z + z(u-\dot{\alpha}) \\ &= \frac{\partial V}{\partial x}[f(x) + g(x)\alpha(x)] + z\{\frac{\partial V}{\partial x} g(x) + u - \dot{\alpha})\end{aligned} \tag{16}$$

となる．この形から最終的に制御入力 u を

$$u = -kz - \frac{\partial V}{\partial x} g(x) + \dot{\alpha} \tag{17}$$

とすれば，

$$\dot{V}_a \le -W(x) - kz^2 \tag{18}$$

となり，負定条件を満たす．

このようにバックステッピング法の安定性はリアプノフ関数の負定条件によって保証される．状態変数を仮想的に制御入力と見なして繰り返しリアプノフ関数をつくり，その都度負定条件を満たすような安定化関数を求め，最後に制御入力をつくる．この方法によりスライディングモード超平面を設計して性能を考察した．

7．まとめ

本研究はパンチング加工マシンを制御対象として，位置決め制御系の設計を行い，理論と実験によりその性能を検討した．実験に関して十分な検討がなされていないが，一部の比較から良好な結果を得た．