

プレス加工の CAE のための破断限界予測理論

東北大学大学院 情報科学研究科

教授 伊藤 耿一

(平成 7 年度研究開発助成 AF-95008)

Key words: sheet metal forming, forming limit strain, FLD, bifurcation, discontinuous velocity fields, numerical analysis, localized necking, 3-D theory

1. 序 言

プレス成形における破断の予測は、実験ないしは理論により求められた FLD (Forming Limit Diagram) によって行われている。一方、FLD の解析的な予測においては、最終的に破断にいたる変形の前兆現象としての局所くびれの発生点のひずみをもって破断限界ひずみとしている。また、局所くびれの発生は様ないしは比較的不均一性の小さい変形場から、不連続ないしは不均一性の強い局所的なモードへの変形モードの分岐として捉えられている。塑性変形の一般分岐理論は Hill¹⁾ によって展開され、それにもとづく多くの解析例²⁾ が報告されている。この分岐理論によれば、本報告で対象とする局所くびれに先行して、いわゆる拡散くびれが発生し得ることも証明されている³⁾。しかし、一般には拡散くびれモードはその幾何学的特性から、その後の変形に局所性を維持することが必ずしも満足されないため、板材の破断の直接的な前兆現象とみなすことは出来ない。無論、拡散くびれの進展は局所くびれ発生前の変形の不均一性を助長するので、局所くびれに影響を与えるが、ここではその影響は無視して考察することにする。板材の成形限界に関連して、モードの局所性を考慮した分岐理論に Stören-Rice の理論⁴⁾ (S-R 理論) がある。これは古典的な Hill の局所くびれ理論の拡張とみなされ、FLD の解析的な予測によく利用されているが、この理論による FLD の予測と実験との不一致の理由については材料モデルの不適切さ、実験条件の不備、計測法の問題など様々な論議がなされている。一方では平面応力、一様応力状態が前提となっている S-R 理論の力学モデルについても検討する必要がある。特にくびれ発生後も平面応力状態を仮定しているため、分岐界面の板面に対する傾斜を表現することができないなど、現実の板材の破断を律する可能性のある局所くびれに制約を加えていることになる。そこで本研究では、基本的に S-R 理論と同じ局所くびれ理論に立脚しながら、三次元的な分岐解析を行い、可能性のある分岐モードの分類とそれらによる FLD の解析的予測法を提案する。

2. 3次元局所分岐理論

Hill¹⁾ は弾塑性体および剛塑性体についての増分的境界値問題の解の唯一性と平衡状態の安定性に関する一連の研究の中で、次のような分岐基準を与えている。

$$\int \Delta \dot{S} : \Delta L dV = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\Delta(\)$ は 2 組の解の差を表し、また \dot{S} は公称応力速度テンソルであり Cauchy 応力 σ とは次式の関係にある。

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \overset{\nabla}{\sigma} + \sigma \text{tr}(L) + \omega \cdot \sigma - \sigma \cdot \omega - L \cdot \sigma \\ &= D : \dot{\epsilon} + \sigma \text{tr}(L) + \omega \cdot \sigma - \sigma \cdot \omega - L \cdot \sigma \\ &= A : L \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\overset{\nabla}{\sigma}$ は Cauchy 応力の Jaumann 速度、 L は速度勾配テンソル、 $\dot{\epsilon}$ はひずみ速度テンソルであり、これらは速度場 v により次式で定義される。

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} = \nabla \otimes v, \dot{\epsilon} = \frac{1}{2}(L + L^T), \omega = \frac{1}{2}(L - L^T) \quad (3)$$

さらに D は構成式で定義される接線剛性テンソルであり、 A は公称応力速度 \dot{S} と速度勾配テンソル L とを関連づける 4 階のテンソルで、その成分は次式で定義される。

$$\begin{aligned} A_{ijkl} &= D_{ijkl} + \sigma_{ij} \delta_{kl} + \\ &\quad \frac{1}{2}(\sigma_{il} \delta_{jk} - \sigma_{ik} \delta_{jl} - \sigma_{jl} \delta_{ik} - \sigma_{jk} \delta_{il}) \end{aligned} \quad (4)$$

これは非線形固体では速度場 v に依存する量であるが、ここで関連する線形比較体³⁾ のそれを A^L として、式(2)を式(1)に代入すると次の分岐条件式を得る。すなわち、少なくとも 1 つの Δv に対して

$$I[\Delta v] \equiv \int \Delta L : (A^L : \Delta L) dV = 0 \quad (5)$$

が分岐点において成立しなければならぬ。従ってその否定形として、任意の Δv に対して次式が成立することが分岐が起こらないための十分条件となる。

$$I[\Delta v] > 0$$

そこで分岐が最初に起こるための基準は次式となる。

$$\min[I[\Delta v]] = 0 \quad (6)$$

これは一般的な分岐基準であり、ここから得られる分岐解はその後の破断と密接に関連するとは限らない。そこで分岐モードの局所性を保証するために、比較速度場 Δv に次のような条件を課すことにする。

速度勾配 L は分岐後ある曲面 Γ を横切るとき不連続跳躍が生じるが、この跳躍速度場

$$[v] = v_{local} - v_{uniform}$$

は不連続面 Γ (これを分岐界面と呼ぶことにする) に沿っては変化しないと仮定する。すなわち分岐界面内にある任意のベクトル t と t に沿った距離 dt に対し

$$d[v] = [L] \cdot t dt = 0 \quad (7)$$

そのとき分岐界面 Γ の単位法線ベクトルを n 、跳躍速度場 $[v]$ に平行な単位ベクトルを m 、任意の正のスカラールを λ とし、跳躍速度勾配テンソルは

$$[L] = \lambda m \otimes n \quad (8)$$

であれば良い。そこで、これらの関係を式 (5) に代入し、さらに速度場 Δv は Γ を越えるときのみ不連続かつ非ゼロであることを考慮すると、局所くびれ発生に対する以下の基準関数を得る。

$$I[\Delta v] = \int \Delta L : (A^L : \Delta L) dV + \int [v] \cdot (n \cdot A^L : [L]) d\Gamma \quad (9)$$

$$= \int [v] \cdot (n \cdot A^L : [L]) d\Gamma = \lambda^2 \int m \cdot (n \cdot A^L \cdot n) m d\Gamma \quad (10)$$

ここで Γ に沿って、分岐前の応力場が一樣であるとする、式 (10) から $\lambda = 1$ とし、代数的な 2 次形式

$$I[\Delta v] = m \cdot (n \cdot A^L \cdot n) \cdot m = m \cdot Q \cdot m \quad (11)$$

を得る。ここに $Q \equiv n \cdot A^L \cdot n$ は音響テンソルと呼ばれる 2 階テンソルで、応力状態が指定されれば分岐界面の法線ベクトル n のみの関数である。そこで

$$\min[I[m, n]] \equiv \min[m \cdot Q \cdot m] = 0 \quad (12)$$

が局所くびれ発生の基準式となる。

3. 局所分岐モード

局所分岐の形態は 2 つのベクトル、すなわち局所分岐帯の方向を示すベクトル n と、局所分岐速度場の方向ベクトル m によって指定される。

ここでは板材を対象としているので、板面内の最大主応力軸に x_1 軸が一致するように板面内に x_1, x_2 軸を、板面に垂直に x_3 軸をとったデカルト座標を設定し、ベクトル

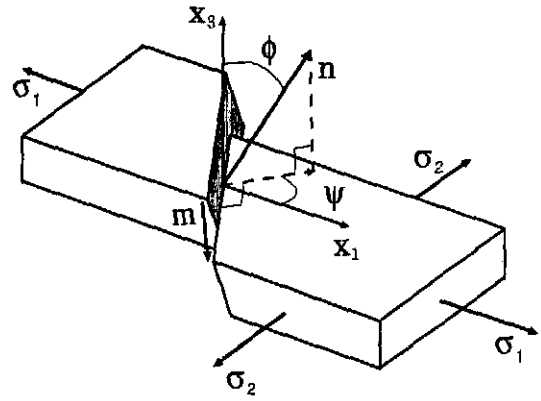


Fig.1 Configuration of localized bifurcation mode

ル n は座標軸からの角度 ϕ, ψ で指定する (Fig.1 参照)。一方、分岐帯内のひずみ速度は分岐方向ベクトル m の分岐界面に対する向きで決定されるので、これを分岐モードベクトルと呼ぶことにし、さらにこれを Fig.2 に示すような 3 つの基準モードベクトルに分解して考える。

SH-モード m_{SH} : 分岐界面内にありかつ板面に平行なベクトル。

SV-モード m_{SV} : 分岐界面内にあり、 m_{SH} に垂直なベクトル。

N-モード m_N : 分岐界面の法線ベクトル n に平行なベクトル。

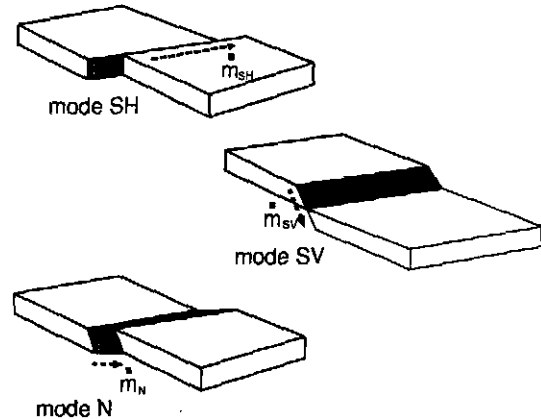


Fig.2 Fundamental localized bifurcation modes

これらのベクトルを ϕ, ψ を用いて表現すると次式のようになる。

$$n = (\sin \phi \cos \psi, \sin \phi \sin \psi, \cos \phi)$$

$$m_{SH} = (-\sin \psi, \cos \psi, 0)$$

$$m_{SV} = (\cos \phi \cos \psi, \cos \phi \sin \psi, -\sin \phi)$$

$$m_N = n$$

3 つの基本モードベクトル m_{SV}, m_{SH}, m_N は互いに直交している、任意の分岐モードベクトル m はこれらの基本モードベクトルの重ね合わせで一意的に表せる。すな

わちパラメータ ν_1, ν_2, ν_3 を用いて次式で表せる。

$$m = \frac{\nu_1 m_{SH} + \nu_2 m_{SV} + \nu_3 m_N}{\sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2}} \quad (13)$$

一方この分岐モードベクトルより生ずる分岐ひずみ速度テンソルは

$$2d\epsilon = m \otimes n + n \otimes m \quad (14)$$

で与えられる。そこで、基本モードベクトル m_{SV}, m_{SH}, m_N であり、パラメーター F, G, H, N は板面内3方向の引張試験におけるR値より決定するものとする。一方降伏関数はこれと同一の形式であるものの、 $g(\sigma)$ とは独立なものである。また $g(\sigma)$ はその勾配が比例負荷時の塑性ひずみ増分テンソルの方向を与えるが、いわゆる塑性ポテンシャルとは異なる。一般の負荷に対しては、式(15)から明らかのように、後続の応力増分 $d\sigma'$ に応じて異なった塑性ひずみ増分を生ずるからである。

$$d\epsilon_{SH} \equiv 2d\epsilon_{yz} = 2d\epsilon_{zy} = 1, \text{その他 } 0$$

SV-モードに対して

$$d\epsilon_{SV} \equiv 2d\epsilon_{xz} = 2d\epsilon_{zx} = 1, \text{その他 } 0$$

N-モードに対して

$$d\epsilon_N \equiv d\epsilon_{zz} = 1, \text{その他 } 0$$

となる。今 $x-y$ 平面は分岐界面に一致しているので、SH-モード、SV-モードでは分岐界面に平行なせん断ひずみのみが生ずるが、また N-モードでは分岐界面に垂直なひずみのみが生ずることがわかる。従って N-モードにのみ体積変化が生ずるので、剛塑性体のような非圧縮性の固体あるいはある程度の塑性変形を受けた後の金属のような弾塑性体に対しては N-モードの存在は考慮しなくとも良いと考えられる。

S-R 理論：この3D理論において $\phi = 0$ とおき、SHモードのみを考慮すれば S-R 理論に完全に一致する。ただし、S-R 理論では2次形式(12)ではなく $\det Q = 0$ をもって局所分岐条件としている。

4. 解析

4.1 構成式

塑性構成式として最も標準的な地位を占める J_2F は不安定・分岐問題の解析には不適切であり、応力増分テンソルと塑性ひずみ増分テンソルが1対1に対応する構成式を用いるべきことが指摘されている⁵⁾。Störenらも J_2D を採用しており、関連する構成式の提案⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾とそれらの不安定・分岐問題への適用も数多く報告されている。著者らも同様な観点から、塑性ひずみ増分テンソルの方向が応力増分テンソルに依存する構成式の提案とその分岐問題への適用を行ってきた¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾。ここでもそれを採用することとし、分岐解析のための関連する線形比較体構成式¹¹⁾を以下に示す。

$$H' d\epsilon^p = [(1 - K_C)(d\sigma' : n_N) n_N + K_C d\sigma'] \quad (15)$$

ここに H' は比例負荷時の加工硬化係数であり、 n_N は応力空間において、偏差応力速度テンソルと塑性ひずみ速度テンソルが平行となるような応力速度テンソルの方向を示す単位テンソルであり、これを順方向テンソルと呼び¹²⁾次式で決定する。

$$n_N = \frac{e - K_C l}{|e - K_C l|} \quad (16)$$

$$e = \frac{\partial g(\sigma)/\partial \sigma}{|\partial g(\sigma)/\partial \sigma|}, \quad l = \frac{\sigma'}{|\sigma'|} \quad (17)$$

ここに、 e は比例負荷時の塑性ひずみ速度方向の単位テンソルで、これを決定するポテンシャル関数 $g(\sigma')$ として Hill の2次の異方性降伏関数の形式を採用する。すなわち、

$$g(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{22})^2 + H(\sigma_{22} - \sigma_{11})^2 + 2N\sigma_{12}^2 \quad (18)$$

であり、パラメーター F, G, H, N は板面内3方向の引張試験におけるR値より決定するものとする。一方降伏関数はこれと同一の形式であるものの、 $g(\sigma)$ とは独立なものである。また $g(\sigma)$ はその勾配が比例負荷時の塑性ひずみ増分テンソルの方向を与えるが、いわゆる塑性ポテンシャルとは異なる。一般の負荷に対しては、式(15)から明らかのように、後続の応力増分 $d\sigma'$ に応じて異なった塑性ひずみ増分を生ずるからである。

また、 K_C は塑性ひずみ速度方向の応力速度依存性を表すパラメーターであり、 $0 < K_C < 1$ で K_C が大きいほど応力増分の方向変化に応じた塑性ひずみ増分の方向変化が大きく、分岐問題においては分岐しやすい特性を示す。

以上により、与えられた応力状態に対して、構成式のパラメーターは確定するので、これに Hooke 則による弾性ひずみ成分を加えて応力増分 $d\sigma$ について逆に解いた式

$$d\sigma = 2G^* d\epsilon + (\kappa - 2G^*) d\epsilon_V I - \frac{2G^*}{S^*} (d\epsilon : n_N) n_N = D d\epsilon \quad (19)$$

を分岐解析に用いる。ここに κ は体積弾性率であり、 G^* は横弾性率を G として、次式で定義される。

$$\frac{1}{2G^*} = \frac{1}{2G} + \frac{1}{H'}, \quad \frac{K_C}{S^*} = \frac{2(1 - K_C)G}{H' + 2G} \quad (20)$$

4.2 解析方法 以上の諸式を局所くびれ発生の基準式(1)に代入すると次式の形式となる。

$$\min[I(\phi, \psi, \nu_1, \nu_2, \nu_3; \sigma_{ij})] = 0 \quad (21)$$

すなわち与えられた応力状態 σ_{ij} に対して分岐基準汎関数は分岐界面の方向を示す角度 ϕ, ψ およびモードベクトルの重み係数 ν_1, ν_2, ν_3 の5変数の関数となる。そこで、分岐前は平面応力でかつ一様応力場の比例負荷として、指定された応力比 $\rho = \sigma_2/\sigma_1$ のもとで応力レベルを与え、そこで準ニュートン法に立脚した多変数関数の最小値探索アルゴリズムにより $\min[I(\phi, \psi, \nu_1, \nu_2, \nu_3)]$ を求め、その符号の変化点の応力レベルをもって局所くびれ発生限界点とした。その時点で I の最小値を与える $\phi, \psi, \nu_1, \nu_2, \nu_3$ が分岐の形態を決定する。

5. 解析結果

$\bar{\sigma} = F\bar{\epsilon}^n$ なる指数硬化則に従う等方性弾塑性体を対象とし、 $n = 0.24, K_C = 0.2$ について計算した FLD を Fig.3 に示す。体積変化を伴う N-モードを省略し、式(13)で $\nu_3 = 0$ としたモードで $\min[I(\phi, \psi, \nu_1, \nu_2)] = C$ に対応する破断限界ひずみ線を図中の実線で示してある。これは他に制約条件がないとき 3-D モードとして最初に

局所変形が発生し得る状態を示すもので、これを 3D 限界ひずみ曲線と呼ぶことにする。また点線は SV-モードのみ、一点鎖線は SH-モードのみの場合の限界ひずみを示す。比較のために同一条件での S-R 理論曲線ならびに後の考察のために Swift の拡散くびれ曲線の模式図を併せて示してある。

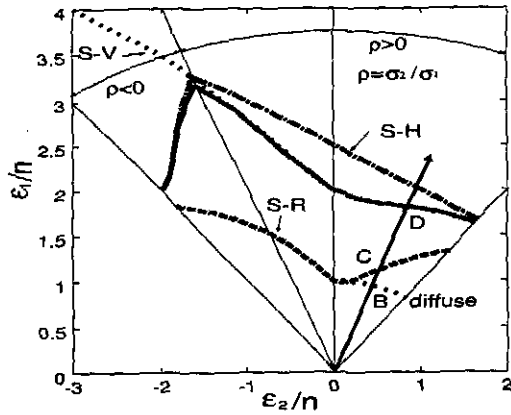


Fig.3 Forming Limit diagram calculated by 3-D localized bifurcation model

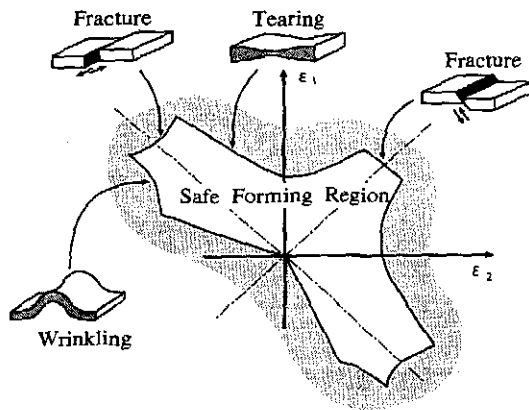


Fig.4 Illustration of forming limit diagram and fracture mode(cited from Marciniak,Z. and Duncan,J.¹³⁾)

同図で S-R 曲線は全領域でなめらかであるのに対して、3-D 限界ひずみ曲線は単軸引張り ($\epsilon_2/\epsilon_1 = -0.5$) を境に急激に折れ曲がっているのが特徴的である。等 2 軸引張りから単軸引張りにかけての、応力比 $\rho = \sigma_2/\sigma_1 > 0$ の領域では 3-D 限界ひずみ曲線は殆ど SV-モード曲線に等しく、SH-モード曲線はこれより上方にあるが、 $\rho < 0$ の領域では SV-モード曲線は上方にのびているのに対して SH-モード曲線は急激に下降し、これに応じて 3-D 限界ひずみ曲線も SH-モード曲線に漸近した形で下降している。SV-モード SH-モードの合成モードにより計算された 3-D 限界ひずみ曲線は、単軸引張り近傍を除いて $\rho > 0$ では SV-モード曲線、 $\rho < 0$ では SH-モード曲線にほぼ一致しており、単軸引張り方向は SH-モード曲線と SV-モード曲線の交差点になっている。つまり、応力比が正の領域では面外せん断が、応力比が負の場合には面内せん断による局所変形が起りやすいことを示すと同時に、実用的には $\rho > 0$ では SV-モード、 $\rho < 0$ では SH-モードのみ

で破断限界ひずみを評価しても差し支えないと思われる。Marciniak ら¹³⁾ は Fig.4 に引用するような FLD と成形限界を律する現象の形態を示唆しているが、等 2 軸近傍およびひずみ比が -1 近傍に示している Fracture の形態はそれぞれ、SV-モード、SH-モードに対応している。この両者の中間に示している Tearing は局所くびれというよりは拡散くびれモードに対応しているように思われる。

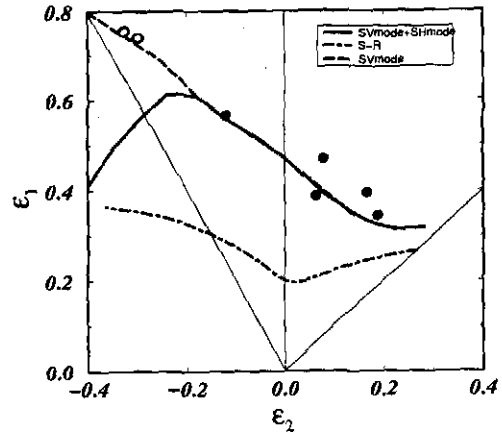


Fig.5 Comparison of 3-D-forming limit strain with experimental fracture strain

この解析例では、3-D-モードによる FLD としては、応力比が正の領域では SV-モードのみの限界線図を、それが負の場合には SH-モードのみの限界線図を採用して良さそうであるが、これら単独のモードの生成成長が何らかの要因で拘束されている場合は注意する必要がある。

Fig.5 は軟鋼板の球頭パンチ張り出し試験による FLD を 3-D 限界曲線と比較したものである。実験点はおおむね 3-D 限界曲線 (実線) と良い一致を見せているが、ひずみ比が -0.5 付近の ○ 印の 2 点は SH モード限界ではなく、SV-モード限界曲線に近い。これはひずみ比では SV に先行して発生するはずの SH モードの発生が抑制されたことを示唆している。パンチ張り出し試験では試料のほぼ中央付近の破断発生個所を最高に周辺に向かって減少するようなひずみ分布となっているので、局所分岐帯が試料の自由辺に向かって進展して行くことを抑制する。その場合、板面内のせん断である SH モードの方が SV モードより抑制されやすく、SV モード発生時まで破断が生じなかったと解釈される。従ってこれと同じひずみ比を引張試験のような一様応力場で与えた場合には、SH モードで破断が生じると推定される。この点についてはさらに実験的な検証を要するが、3-D モードによる FLD では分岐モードにも注意を払う必要があることは確かである。一方、S-R 理論では分岐前後を通じて平面応力場を前提にしているため、局所くびれモードの面外変形と面内変形の区別はなく、このようなモードの変化は識別できない。

板材成形過程に関連する変形の局所分岐としては、ここに提案した 3-D モデルと S-R モデル、それに Swift の拡散くびれがあるが、Fig.6 は縦軸に一樣変形部のひず

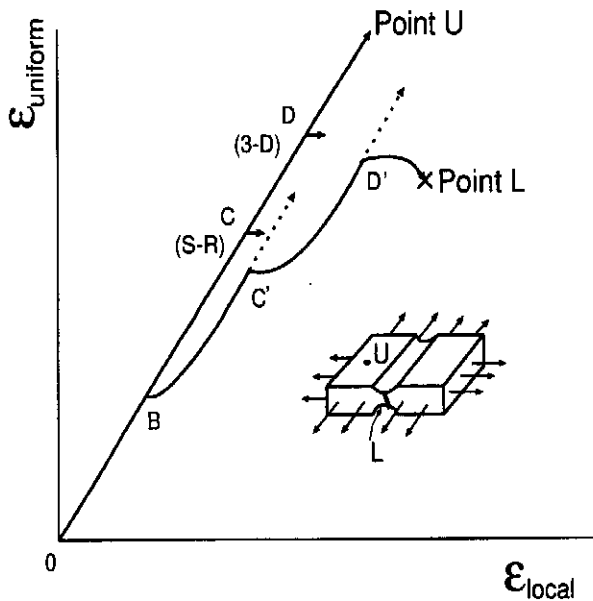


Fig. 6 Schematic illustration of localized bifurcation process

みを、横軸は分岐バンド内のひずみをとったひずみ平面で表したときのこれらの分岐過程の模式図である。典型的な例として、Fig. 3 の 0-B-C-D に沿って変形が進行した場合を想定している。Point U 直線は最後まで一様変形であった部分の経路を示し、B, C, D 点はその経路上で評価した、それぞれ、拡散くびれ、S-R 理論による板厚くびれ、3-D 局所モードへの分岐点であり、Fig. 3 の B, C, D 点に対応する。これらの点で発生する分岐モードはこの順番に局所性が強くそれだけ最終破断に密着しているモードと考えられる。一方、point L の曲線は分岐帯内のひずみ経路を示しており、B 点で拡散くびれが発生した瞬間は一様部の変形が停止するが、その後再び一様部の変形も増加し、やがて、この部分のひずみに対して S-R の条件を満たす点 C' に到達し板厚くびれが発生する。板厚くびれの発生をもって破断限界とみなし得るならば、実験的に評価される破断限界ひずみは C' 点の縦軸の値であり、S-R 理論の予測する限界ひずみ点 C より少なくとも低い値である。しかしながら、比較的延性の大きい軟鋼板などや、強いひずみ勾配などにより板厚くびれの成長が抑制される場合には再び一様部のひずみが増加し D' 点で 3-D モードが発生するに至る。このモードはせん断帯とも称されるところの連続体力学の枠組で取扱い得る究極の局所モードであり、これ以後は破断に至ると考えて良い。従って、S-R 理論が実験で評価される破断限界ひずみの下限を与えるのに対して、3-D モデルはその上限を与える事になる。

6. 実験

5章の解析結果が示唆するところの破断に至るまでの変形の局所分岐の過程を検証するための実験を行った。

6.1 実験装置とひずみ計測法

破断限界ひずみの測定には通常球頭パンチによる、張り出し試験でスクライブドサークルにより破断後のひずみを測定測定している。従ってどのようなひずみ経路を経

て破断に至ったかわからず、ひずみの測定も人間の手に頼ることが多かった。これらを改良するため、本研究では異なるアスペクト比の楕円ダイス(長軸:180mm, 単軸 90mm ~ 180mm) を用いて液圧バルジ試験装置で材料の変形を行なうことにより摩擦の影響の無い変形を行う。

また、局所分岐が生じた瞬間のひずみを同定するためには、局所分岐をする個所の近傍のひずみ分布の推移を計測する必要がある。この目的を達成するためにロボットカメラによるひずみ計測システムを試作した。この計測システムでは試料表面のマーキングの画像計測を行うとともに頂点部の張出し高さと2つの主曲率半径も計測できる。従って圧力ゲージによる油圧を測定することにより応力とひずみを独立に評価することが可能である。

試作したシステムの計測部の概略図を Fig. 7 に示す。液圧バルジ試験機の上部に、上下 (z 方向) 左右 (x 方向) に駆動する2つのリニアアクチュエータを取り付け、そこにラインセンサカメラおよび変位計を3本 (y 方向) 固定してある。これらの測定データをコンピュータに取り込み、すべてインラインで測定を行なう事ができる。

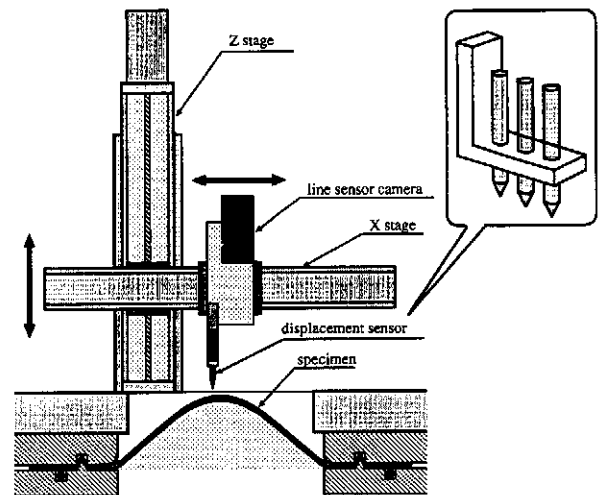


Fig. 7 Measuring System.

試料表面のひずみを測定する方法としてスクライブドサークル法(直径 5mm) と無数の平行線 (2.5mm 間隔) を描きその平行線の間隔の変化を測定する方法を用いる。スクライブドサークル法を用いる事によりひずみの3成分を容易に測定可能であるが、サークルの大きさを小さくすると精度が低下するという欠点があり空間分解能を向上させることが難しい。そこでスクライブドサークル法を用いてひずみ比を測定し、同一条件で実験を行い平行線の間隔を測定することによりひずみの空間分解能を向上させて破断限界ひずみの測定を行う。ただし、この方法はひずみ主軸の回転が起きない場所(楕円ダイスの軸上)にのみ適用する

局所分岐限界ひずみの同定

ひずみの局所化を明確にするにひずみの空間分布の測定を行う。スクライブドサークル法においてひずみの空間分解能を更に向上させるにはサークルの大きさを小さくすることにより実現する。しかし、サークル作成の精度及び画像認識などでいくつか問題があり実現が難しい。そこで

サークルの代わりに平行線を描き平行線の間隔の変化量を測定する事により、更に詳しいひずみの空間分布を求める。ただしこの方法を適用するにはひずみの主軸の回転が起こらない場所(楕円ダイスの軸上で楕円の軸と異方性の主軸を一致させる)に限定する。

Fig.8は、縦軸を主ひずみ、横軸を試料の中心の座標を0としてダイスの短軸方向への中心からの距離としたものである。長軸短軸の比が2対1の楕円ダイスの短軸上のひずみ(6ヶ所)を測定し、変形が進むに(測定step数が増える)につれて、試料の場所によってひずみの大きさにどれくらい差が生じるかを表している。材料は軟鋼材で、破断は楕円ダイスの中心(座標0)で生じた。

変形のある段階からひずみの進行の速い部分と遅い部分が生じ(ひずみの局所化の発生)、ひずみの進行のもっともはやい場所から破断が生じていることがわかる。

Fig.10は、楕円のダイスの短軸上(x軸上)に着目し、縦軸を各場所における主ひずみ、横軸をダイスの中心の主ひずみとしたもので、中心(center)でのひずみの変化とそのすぐ両脇(side)でのひずみの変化の比較を行なったものである。

局所くびれが発生した直後にその近傍の変形速度が低下することを想定すれば、この図において近傍(side)のひずみ曲線が45°の傾きの直線(center)より枝分かれした点が局所くびれ発生点と考えられ、この図より局所くびれの発生を測定可能であることが確認できた。

測定結果と考察

本試験機を用いて、FLD(成形限界線図)を軟鋼板(SPCE)について作成する。(Fig.11)ひずみの局所化が生じた領域は太い線で×印は成形限界を示している。

S-R理論は局所くびれが発生する場所において変形抵抗が零になる瞬間を予測しているため、この瞬間にくびれ帯の変形は進行し、周囲の変形が一時的に止まると考えられる。この現象がひずみの局所化現象(周囲の変形が止まる現象)として現れている。従来は、局所くびれ=破断と考えていたため、局所くびれ発生条件を成形限界と判断した。

Fig.11にはS-R理論による破断限界ひずみと3D理論による破断限界ひずみの理論曲線も併せて示してあるが、実験により求めた局所くびれ発生点とS-R理論は良く一致しており、また軟鋼板のように延性の大きい材料は局所くびれ発生後もその場所に変形が集中すること無く均一に変形すると判断でき、そのため、SR理論と大きな差が生じている。延性の大きい材料に対しては3Dモデルのように面内にくびれが発生後も変形が継続する理論モデルの方が現実により近いと考えられる。

7. 結 言

通常平面応力としてモデル化される板材の破断限界ひずみを予測する問題を3次元局所分岐理論により解析した。3つの互いに直交する基準モードベクトルを導入し、それらの合成による局所分岐モードを用いて破断限界ひずみを求める手法を提案し、FLDの解析的予測を行った。その結果、3-Dモデルは平面応力を前提としたS-R理論よりも高い限界ひずみを与え、かつ応力比の符号により局所分

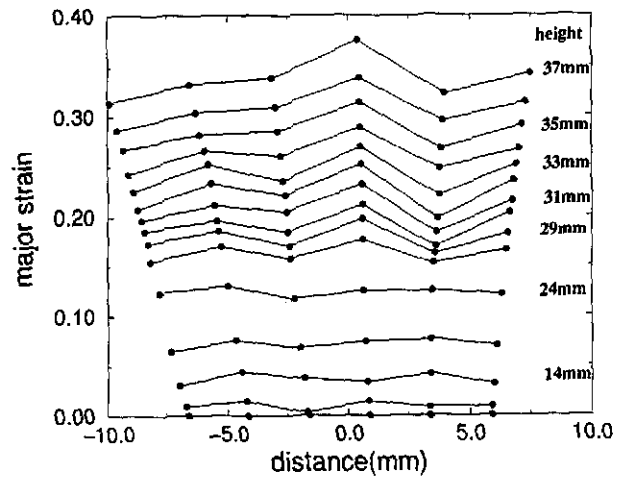


Fig.8 distribution of strain over the sheet surface.

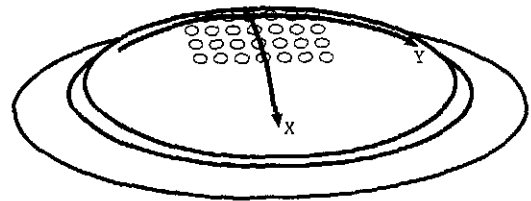


Fig.9 Deformed specimen

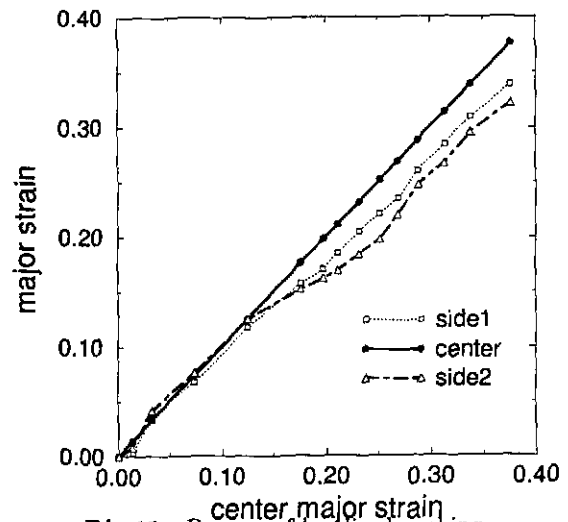


Fig.11 Process of localized necking

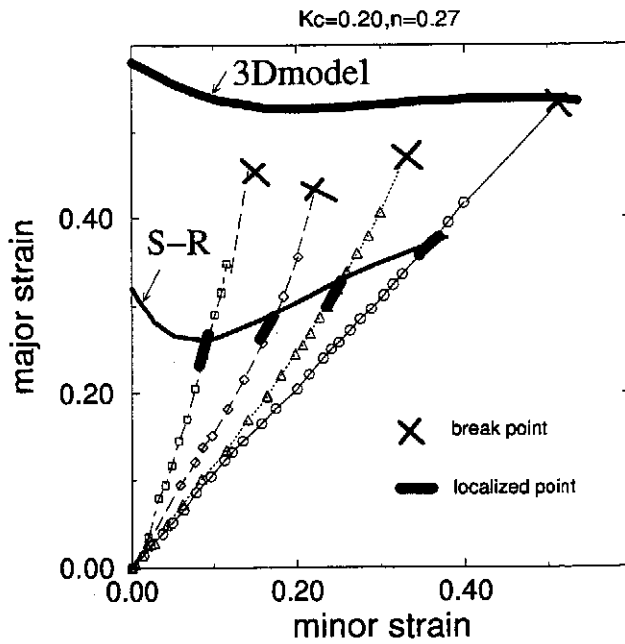


Fig.11 FLD of steel(spce)

岐モードが変化し限界ひずみ曲線の傾向も変わることが明らかになった。特に延性の高い材料では従来破断限界とされてきた局所くびれ (S-R 理論の予測限界ひずみ) を越えてかなりの変形をしたのちに破断に至ること、そしてここに提案した 3D 理論による限界ひずみはその場合の上限值になることを実験により確認をした。

謝 辞

本研究の費用の一部は天田金属加工機械技術振興財団の研究助成金によったことを付記し、ここに謝意を表する。

文 献

- 1) Hill, R.: *J. Mech. Phys. Solids*, **7**, (1959), 209 .
- 2) Hill, R. & Hutchinson, J.W.: *J. Mech. Phys. Solids*, **23**, (1975), 239 .
- 3) Hill, R.: *J. Mech. Phys. Solids*, **6**, (1958), 236 .
- 4) Stören, S. & Rice, J.R.: *J. Mech. Phys. Solids*, **23**, (1975), 421 .
- 5) 伊藤耿一・竹山寿夫: 塑性と加工, **23**, (1982), 245 .
- 6) Christoffersen, J & Hutchinson, J.W.: *J. Mech. Phys. Solids*, **27**, (1979), 465 .
- 7) 後藤学: 機論 A, **47**, (1981), 1389 .
- 8) 後藤学: 機論 A, **48**, (1982), 498 .
- 9) 後藤学: 機論 A, **49**, (1983), 92 .
- 10) 呉屋守章・伊藤耿一: 機論 A, **54**, (1988), 1617 .
- 11) 呉屋守章・伊藤耿一: 機論 A, **56**, (1990), 101 .
- 12) 呉屋守章・伊藤耿一: 機論 A, **57**, (1991), 141 .
- 13) Marciniak, Z & Duncan, J: *Mechanics of Sheet Metal Forming*, (1992), 62, Edward Arnold.