

# 材料挙動の高精度解析のための実験値に基づく構成式同定

信州大学工学部 環境機能工学科  
 助教授 中村正行  
 (平成9年度奨励研究助成 AF-97026)

キーワード：最適化手法，非弾性，構成式，材料定数，パラメータ同定，離散最適化

## 1. 研究の目的と背景

材料応答を表わす非弾性構成式を降伏条件や加工硬化特性などを含めて適切に選択し，同時にそこに含まれる構成式パラメータを正確に設定することは，非弾性挙動の数値シミュレーションを精度良く行う上で重要である。構成式中のパラメータを実験値に基づき同定する場合，複雑な材料挙動に対する構成式ではパラメータの数が増大する。数値最適化手法を用いた同定法では初期値依存性の問題が顕著となる。このため，精度の良いパラメータ同定は難しく，試行錯誤を伴う困難な作業となる。

本研究では非弾性問題の数値シミュレーションの基礎となる構成方程式中のパラメータを，適応的離散最適化手法<sup>1)</sup>により同定することについて検討する。複雑な非弾性構成方程式のパラメータ同定を目標とするが，まず本手法の有効性を確認するため，比較的簡単な構成式であるLudwick型の構成方程式とクリーブ曲線のパラメータ同定を行った例題の解析結果について報告する。

## 2. 離散最適化手法の適用

### 2.1 適応的離散最適化手法によるパラメータ同定

著者らが提案した適応的離散最適化手法は，エージェントによる行動のアルゴリズムに基づいている。本手法では，設計空間（未知量の空間）に配置した複数のエージェントにおける評価関数値に基づいて，新たに連続関数を生成する。この連続関数の分布に応じてエージェントを移動させ，さらに，移動した評価点での値に応じて連続関数の分布を適応的に変化させていく。エージェントの行動により評価関数を最大化することで，パラメータの最適化を行う。

設計空間は図1に示すように $M$ 種類の設計変数（未知パラメータ）を持ち， $m$  ( $m=1\sim M$ )番目の設計変数は $P_m$

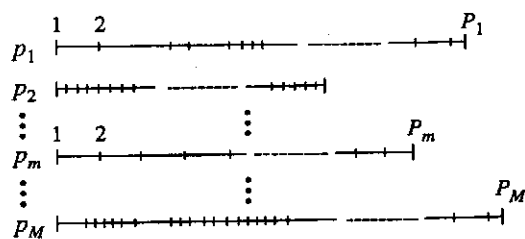


図1 離散パラメータ

個の離散値（パラメータの値）から成るものとする。したがって，設計空間における任意の位置 $j$ は，次式のように表される。

$$p^j(p_1^j, p_2^j, \dots, p_m^j, \dots, p_M^j) \quad (1)$$

材料構成式の同定においては，材料パラメータを離散値 $p$ として扱い実験値に基づき最適化する。

### 2.2 手法の詳細

最適化の手順は以下の(a)~(g)ようになる。アルゴリズムの流れを図2に示す。

#### (a) エージェントの初期配置

設計空間内に $N$ 個 ( $j=1\sim N$ )のエージェントを一様乱数を用いてランダムに配置する。各設計変数 $p_m$ ごとに区間 $[1, P_m]$ の乱数を発生させ，設計変数ごとの初期値を決める。

#### (b) 制約条件の判定と評価関数の計算

各エージェントは，位置 $j$ において制約条件 $g(p)$ の評価と判定および評価関数 $W(p)$ の計算を行う。評価関数は式(2)に示すように $L$ 個の目的関数 $h_l$ の重み付き代数和で表す。

$$W = \sum_{l=1}^L w_l h_l(p) \quad (2)$$

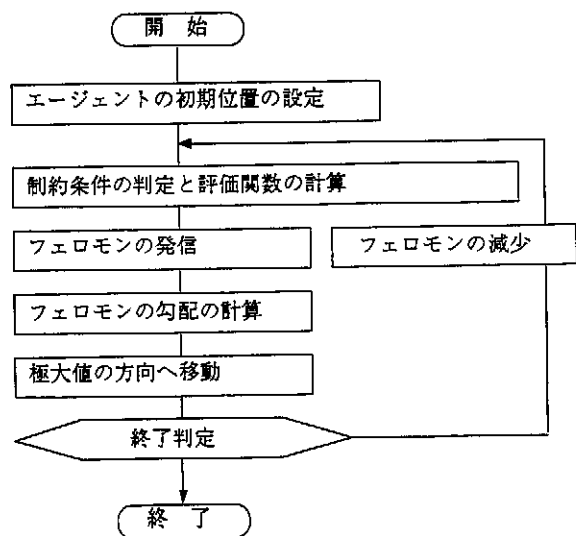


図2 離散最適化のフローチャート

ここで、 $w_i$  は目的関数の重要度に応じて設定される重みを表すものとする。また、制約条件を満たさない場合は  $W=0$  と置くものとする。

- (c) 情報 (フェロモン) の発信  
 評価関数を最大化する場合に対して、個々のエージェントは、次式に示す情報 (フェロモン) を発信する。

$$f(p_m^j) = \sum_{j=1}^N \frac{W(p_m^j)}{W_{\max}(p_m^j)} \exp\left(-\frac{r^2}{c}\right) \quad (3)$$

ここで、 $r$  は一つの設計変数内における発信エージェントから他のエージェントまでの距離、 $c$  は正定数である。式(3)により、フェロモンの量はエージェントの位置  $p_m^j$  における最大評価値  $W_{\max}(p_m^j)$  に応じて変化し、発信した位置から距離が離れるほど強度が低下することになる。フェロモンの分布の様子を図3に示す。

- (d) 位置  $p_m^j$  におけるフェロモンの勾配を計算  
 各エージェントの現位置  $p_m^j$  と隣接する位置のフェロモン量を計算する。フェロモン量は各エージェントの位置と隣接する位置についてのみ、過去のステップに遡ってフェロモン分布を再構成して積算する。したがって、全空間にわたって計算する必要はない。
- (e) フェロモンの極大値の方向へ移動  
 各エージェントは、各設計変数におけるフェロモン分布の情報から最大値の方向に移動する。ただし、観察した位置にすでに他のエージェントが存在する場合や、すべての勾配が負であればその位置にとどまるものとする。
- (f) 終了判定  
 1ステップごとに終了判定を行う。終了判定は各種考えられる。あらかじめ定めたステップ数を基準とする場合や評価関数値の変化量を基準とする場合などが考えられる。終了判定基準を満足しない場合は(g)へ進む。満足する場合はアルゴリズムを終了する。
- (g) フェロモンの減少  
 ステップごとにフェロモンの分布量が減少する揮発性を仮定する。次式の操作を行う。

$$f(p_m^j) \leftarrow (1-\nu)f(p_m^j) \quad (0 \leq \nu \leq 1) \quad (4)$$

ただし、 $\nu$  はフェロモンの減少率を表す。フェロモンの減少率を  $\nu=1$  とすることにより、過去のステップの影響を除いた探索も可能である。フェロモン分布を減少させたあとは(b)に戻る。(b)から(g)までを1ステップとする。

### 2.3 離散最適化手法を用いる利点

本手法の特徴として、初期値に対する依存性が少ないため、多峰性を有し、離散的な多変数空間での最適解探索が可能であるという点が挙げられる。複雑な構成式のパラメータ同定では、多数のパラメータの最適化を行う必要があり、初期値への依存性が大きく、一般の数値最適化手法では局所最適解に陥りやすい難点がある。

構成式中の材料パラメータは本来連続量であるが、測定値には誤差が含まれるため誤差の大きさに応じて離散幅を設定することにより、測定精度を考慮した同定が行えるものと考えられる。本手法によって得られた最適値を初期値として数値最適化手法による詳細な最適化を行えば、より精度の高い解が得られるものと考えられる。

## 3. 非弾性構成式の同定

### 3.1 構成式パラメータの離散幅と評価関数

材料構成式にはさまざまな形があり、中にはChabocheの非弾性構成式<sup>2)</sup>のように23個ものパラメータを含むものもある。本研究では、まず手法の有効性を確認するため、 $n$ 乗硬化型構成式とクリープの構成式のパラメータを実験値に基づき同定する。

$M$ 個のパラメータを含む構成式  $F(p_1, p_2, \dots, p_m, \dots, p_M)$  を考える。パラメータの離散幅  $\Delta p_m$  を、 $F$  をパラメータ  $p_m$  で微分した値  $F'$  を用いて次のように表す。

$$\Delta p_m = \Delta F / F'(p_1, p_2, \dots, p_m, \dots, p_M) \quad (5)$$

$\Delta F$  を測定精度と考え  $\Delta F$  に応じて  $\Delta p_m$  を決めるものとする。また、離散値の取り得る範囲は、構成式パラメータの経験値に基づいて設定するものとする。

最適化のための評価関数  $W$  は次式のように設定する。

$$W = \frac{1}{1+f} \quad (6)$$

$$f = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \{g_{ij} - F_{ij}(p)\}^2 \quad (7)$$

ここで、 $g$  は実験値、 $F(p)$  は推定したパラメータによって構成式より計算した値を表す。 $i$  は構成式曲線を  $I$  個の区間に分けた場合の区間の番号 ( $i=1, 2, \dots, I$ ) を表わし、 $j$  と  $J$  は各区間の測定点の番号と総数を表す。式(7)は各々の区間

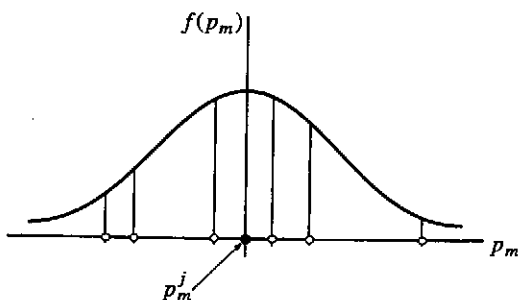


図3 離散値に対する連続関数

の誤差の二乗和の合計であり、パラメータの最適化にと  
もないう評価関数の値 $W$ は最大値1に近づく。

### 3.2 非弾性構成式の例

実験値による応力ひずみ線図の塑性域を、いくつかの  
区間に分割する場合の $n$ 乗硬化型構成式<sup>3)</sup>は、次式のよう  
に書くことができる。

$$\sigma_i = K_i \varepsilon^{n_i} \quad (i=1,2,\dots,I) \quad (8)$$

ここで、 $I$ は区間の数、 $\sigma$ は真応力、 $\varepsilon$ は真ひずみ、 $K$ は  
塑性係数、 $n$ は式(8)では加工硬化指数を表す。曲線を分  
割する点を図4に示すように $\varepsilon = a_{12}, a_{23}, \dots, a_{i,i+1}, \dots, a_{I-1,I}$   
とすると、分割点 $a$ において2つの曲線が連続である条件  
から、次式が成り立つ。

$$K_i a^{n_i} = K_{i+1} a^{n_{i+1}} \quad (i=1,2,\dots,I-1) \quad (9)$$

式(9)を $a$ について解くと式(10)が得られる。

$$a = \exp \left\{ \frac{1}{n_i - n_{i+1}} \log \frac{K_{i+1}}{K_i} \right\} \quad (10)$$

パラメータは各々の区間の $K$ と $n$ である。 $K$ と $n$ は本来材料  
定数であるが、ここでは材料挙動の数値シミュレーショ  
ンでの利用を想定し、区間ごとの変数として取り扱う。  
式(10)の値が測定値の範囲外のひずみとなった場合や、  
 $a_{12} < a_{23} < \dots < a_{I-1,I}$ を満たさない場合は評価関数の値 $W$ を0  
とする。

クリープの構成式<sup>4)</sup>では図5に示すように加速領域、  
定常領域、遷移領域の3つの領域に分けてパラメータの同  
定を行う。温度と荷重が一定であれば、クリープひずみ  
は次式のように時間の関数で表わすことができる。

$$\varepsilon = A_1 \sigma^{n_1} t^{m_1} + C_1 \quad (0 \leq \varepsilon \leq t_{12}, m_1 < 1.0, C_1 = 0.0) \quad (11)$$

$$\varepsilon = A_2 \sigma^{n_2} t^{m_2} + C_2 \quad (t_{12} \leq \varepsilon \leq t_{23}, m_2 = 1.0) \quad (12)$$

$$\varepsilon = A_3 \sigma^{n_3} t^{m_3} + C_3 \quad (t_{23} \leq \varepsilon, m_3 > 1.0) \quad (13)$$

式(11)は加速領域、式(12)は定常領域、式(13)は遷移領域  
を表わす。ここで、 $\varepsilon$ はクリープひずみ、 $\sigma$ は公称応力、  
 $t$ は時間を表わす。 $A, n, m$ が構成式パラメータであり、添  
字は区間の番号を表わす。各々の領域の分割点にあたる  
時間を $t_{12}, t_{23} (t_{12} < t_{23})$ とすると、 $C_2$ と $C_3$ に関して連続の  
条件から $n$ 乗硬化型構成式の場合と同様に次式が成り立つ。

$$C_2 = A_1 \sigma^{n_1} t_{12}^{m_1} - A_2 \sigma^{n_2} t_{12}^{m_2} \quad (14)$$

$$C_3 = A_2 \sigma^{n_2} t_{23}^{m_2} - A_3 \sigma^{n_3} t_{23}^{m_3} + C_2 \quad (15)$$

結局、同定すべきパラメータは各区間の $A$ と $n$ および $m_1$ 、

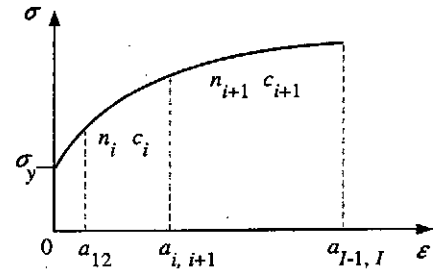


図4  $n$ 乗硬化型塑性

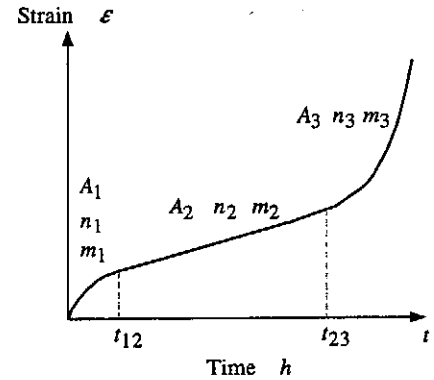


図5 クリープ変形曲線

$m_3, t_{12}, t_{23}$ の合計10個となる。 $A$ と $n$ は本来材料定数であ  
るが、 $n$ 乗硬化型構成式と同様、区間ごとの変数として取  
り扱う。 $t_{12}$ が $t_{23}$ より大きくなった場合は評価関数 $W$ を0  
とする。

### 4. 同定結果

分割数を3とした場合の $n$ 乗硬化型構成式の同定結果を、  
実験値と比較した応力ひずみ曲線を図6に示す。この場  
合の同定値を表1に示す。実験値を良く再現する結果が  
得られた。なおこの例では、SPCC冷間圧延鋼板の単軸引  
張り試験のデータを用い、測定点の数は553個である。

同定精度の評価のため、測定データと同定した構成式  
により計算した値との誤差を次式により計算する。

$$E_r[\%] = \frac{100}{J} \sum_{j=1}^J \left( \frac{|\varepsilon_j^{\text{exp}} - \varepsilon_j^{\text{est}}|}{\varepsilon_j^{\text{exp}}} \right) \quad (16)$$

$\varepsilon_j^{\text{exp}}$ は測定データ、 $\varepsilon_j^{\text{est}}$ は計算値を表す。 $J$ はデータの総  
数である。 $n$ 乗硬化型構成式の同定結果については  
 $E_r = 0.25\%$ となった。

次に、クリープの構成式の同定結果を実験値と比較し  
たクリープ曲線を図7に示す。最適解を表2に示す。こ  
こではSUS310S材のクリープ試験データを用いた。

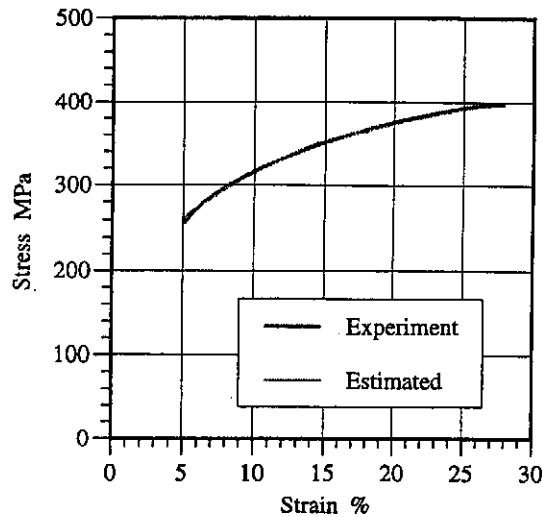


図6  $n$ 乗硬化型塑性曲線の同定結果

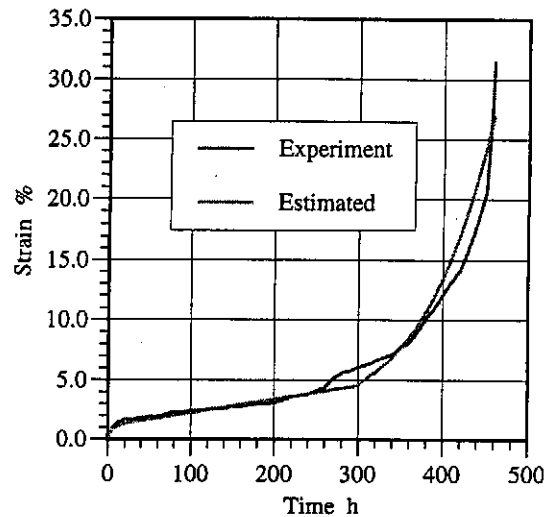


図7 クリープ曲線の同定結果

表1  $n$ 乗硬化型塑性曲線の区間ごとの $K$ と $n$ の同定値

$i$	$K$ MPa	$n$	$a$ %
1	166	0.279	14.4
2	198	0.213	26.0
3	277	0.110	

表2 クリープ曲線の区間ごとの同定値

$i$	$A$	$n$	$m$	$C$	$t$ h
1	$1.4 \times 10^{-15}$	6.61	0.31	0.00	30
2	$1.5 \times 10^{-18}$	7.20	1.00	1.08	300
3	$2.3 \times 10^{-26}$	4.97	6.03	2.93	

$\sigma=160$ MPa, 試験温度973 Kであり, 測定点の数は50個である. 式(16)により計算した誤差は $E_r=8.61\%$ であり, 実験値の曲線にほぼ近い結果が得られた.

## 5. おわりに

非弾性構成式のパラメータ同定を行い, 解析例として $n$ 乗硬化型構成式とクリープの構成式のパラメータ同定結果を示した. ここでは, 連続量である材料パラメータを離散値として扱い, 適応的離散最適化手法を用いることでパラメータ最適化における初期値依存性の問題の回避を試みた. 今後はさらに複雑な非弾性構成式のパラメータ同定が可能か検討していく予定である.

## 謝 辞

本研究の実施にあたり財団法人 天田金属加工機械技術振興財団 奨励研究助成 によりご支援いただいた. 心より感謝の意を表す. また, クリープ試験データを提供していただいた信州大学工学部 牛立斌助手, 計算を実行していただいた同学部卒業研究生 小林憲令氏に謝意を表す.

## 参考文献

- 1) 中村正行・伊藤卓也・小林光征: 適応的関数近似による離散最適化のための一手法, 日本機械学会第3回最適化シンポジウム講演論文集, No.98-14, (1998), pp.105-110.
- 2) Chaboche, J. L. and Nouailhas, D.: A Unified Constitutive Model for Cyclic Viscoplasticity and Its Applications to Various Stainless Steels, Transaction of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, 111, (1989), pp.424-430.
- 3) 後藤 學: 塑性学, (1982), pp.2-18, コロナ社.
- 4) Boyle, J.T. and Spence, J.: *Stress Analysis for Creep*, Butterworths, (1983), pp.7-20.

## 講演発表

- 1) 中村正行・伊藤卓也・小林憲令・小林光征: 適応的離散最適化手法による構成方程式パラメータの同定, 日本金属学会北陸信越支部・日本鉄鋼協会北陸支部平成10年度連合講演会講演概要集, (1998), p.19.
- 2) 中村正行・伊藤卓也・小林憲令・小林光征: 離散最適化手法を用いた非弾性構成式パラメータの同定, 日本機械学会北陸信越支部第36期総会・講演会講演論文集, No.997-1, (1999), pp.231-232.