

押出し加工（軸対称変形）における中心割れ予測

秋田大学 工学資源学部 機械工学科
教授 守 時 一
(平成9年度研究開発助成 AF-97016)

キーワード：延性破壊、塑性不安定、予測

1. 研究の目的と背景

冷間加工において発生する内部割れは、外観からはそれが発生したか否かを容易に識別することが困難であることから、加工上非常に厄介な問題の一つである。さらに、これらの割れ発生の有無を塑性不安定規準に照らして予測することは、塑性力学的観点からも非常に重要な課題である。

塑性不安定は、くびれ現象との関連の下で、プレスの成形性評価に適用されているが、塊材への適用は非常に少ない。この理由として、塑性不安定に関するこれまでの概念が現象論的な立場から論ぜられることの多かったことが窺われる。筆者らは、塑性不安定を多価性の観点から統一的な考察を試みた⁽¹⁾。この規準を用いて、平面ひずみ条件下にある押出し加工の中心割れの予測を試みている⁽²⁾。この予測はすべり線場による近似解法⁽³⁾⁽⁴⁾の結果と非常に良い類似性のあることが見られた。

軸対称押出しあるいは引抜き加工に関して割れ発生を解析的に予測する試みはこれまででも少なくなく、その一つに Avizur の研究を挙げることができる⁽⁵⁾。そこでは、正常な過程と割れの発生した過程のそれぞれについて動的許容速度場を想定し、これらに基づいて算出された変形エネルギーを比較し、後者のそれが前者のそれより低い場合に割れが発生するとの規準に基づき、割れ発生を考察している。この規準によって、実験結果を定性的には表し得ることが示された。他方、中心割れ発生は素材内部に散在している材質的な欠陥（ポイドあるいは介在物）がその引金として大きく関与していることも推察され、このような観点に基づいた研究も進められてきた⁽⁶⁾。

筆者らは、あくまでも、塑性不安定規準に準拠した予測を目論み、本研究では、軸対称押出し加工について、中心割れの破壊挙動を考察することを目的とした。

2. 研究方法

2・1 塑性不安定規準 多価解の発生に際しては、これらの多価解の間で少なくとも満足していなければならない必要条件が存在する。本節では、多価解存在に準拠した塑性不安定規準について概説する⁽¹⁾。

物体表面に速度型境界条件として、表面力速度、変位

速度 v が付与された状態を考える。物体内部で、延性限界などにより多価解発生の条件を最初に満足する物体点は、通常、非常に小さな領域に限られ、他の領域は安定な状態を維持している。このことを考慮すると、この限られた領域で

$$\Delta s_{ij} \Delta v_{ji} = 0 \quad (1)$$

であることが要請される。これは解の多価性を議論する上で検討しなければならない基本条件を与えている。式

(1) で s_{ij} は公称応力速度を、 Δ は多価となった任意の解の差を表す。体積不変則の下では、公称応力速度は

$$\dot{s}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij} v_{i,k} \quad (2)$$

で表わされる。多価となった微小領域は、安定な一意の解の領域に囲まれていることを配慮すると、

$$\Delta s_{ij} \Delta \dot{\epsilon}_{ij} = 0 \quad (3)$$

と書き換えられる。

本論文では、簡潔なレビー・ミーゼスの構成関係を適用し、加工硬化は n 乗硬化則に従うものとする。このとき、式 (3) の左辺は

$$\frac{n}{\epsilon_s} \sigma_s (\Delta \dot{\epsilon}_s)^2 = \frac{\Delta s_{ij} \Delta \dot{\epsilon}_{ij}}{1 - \sigma'_{ij} C_n} \quad (4)$$

に変換できる。同様に、 $s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ については

$$\frac{n}{\epsilon_s} \sigma_s \dot{\epsilon}_s^2 = \frac{s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}{1 - \sigma'_{ij} C_n} \quad (5)$$

を得る。ここで、 $\dot{\epsilon}_s$ は相当ひずみ速度を表し、さらに

$$C_{ij} \equiv C'_{ij} \sigma_{jk}, \quad C \equiv \frac{9}{4} \frac{\epsilon_s}{n} \frac{1}{\sigma_s^3} \quad (6)$$

であり、 σ'_{ij} は偏差応力を表す。解が多価になると、相当ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_s$ に多価性が現われ、当然、相当ひずみ速度差 $\Delta \dot{\epsilon}_s$ にも多価性が出現する。式 (4) の右辺の分子は、多価性の基本条件を表わし、式 (3) を満足し、零でなければならない。これらの状況から、式 (4) において $\Delta \dot{\epsilon}_s$ が不定になるには、右辺分母を y と置き、

$$y \equiv 1 - \sigma'_{ij} C_n = 0 \quad (7)$$

のときである。次に、式 (5) においては、式 (7) の条件より右辺分母は零である。多価の解 $\dot{\epsilon}_s$ が無数に存在できるためには、右辺分子も零でなければならない。それゆえ

$$s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = 0 \quad (8)$$

が要請される。式 (7)、(8) は解が多価であるための

必要条件を与える。さらに、式 (7) から、

$$\frac{\varepsilon_{gD}}{n} = \frac{4}{9} \frac{\sigma_g^2}{\sigma_y \sigma_u \sigma_\mu} \quad (9)$$

を得る。これは塑性不安定が発生する時の変形を与える。これを用いて、式 (7) の y 値は

$$y = 1 - \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_{gD}} \quad (10)$$

となる。さらに、式 (8) は

$$z \equiv \sigma_y^2 \dot{\varepsilon}_y = 0 \quad (11)$$

の条件で置き換えられる。

塑性域では、式 (5) の関係が成り立ち、左辺は常に正值である。式 (5) の右辺分子は z に比例していることを考慮すると、塑性域を

$$y > 0: z > 0 \quad (12)$$

$$y \leq 0: z \leq 0$$

に分割できる。前者は安定過程における s_{ij} 空間の変域を、後者は塑性不安定後のその変域である。塑性不安定発生時の状態は式 (11) の条件、 $z=0$ を満足していなければならない。これは、 s_{ij} 空間において原点を通る超平面を表わし、式 (12) におけるように s_{ij} 空間の変域を、安定と不安定の領域に区分している。これを Z 平面と呼ぶ。 Z 平面上で $y=0$ を満足するとき、塑性不安定が発生する。そのとき、 $z < 0$ の領域において、 $y < 0$ となり、負荷環境が許せば塑性変形の持続が可能である。しかし、負荷経路が Z 平面上に到達したとき、必ずしも y が零であるとは限らない。それよりも、通常は $y > 0$ である。このような場合には、 Z 平面を境に除荷へと遷移する。したがって、負荷経路が Z 平面を通過する過程で、除荷が塑性不安定が発生することになる。

2・2 中心軸上における基礎関係式 押し出し素材の中心軸を軸 x_1 とする円筒座標を採用。中心軸上の変形要素に注目しているので、座標軸方向は変形の主方向である。主方向に関するテンソル成分は一つの添字のみを付してを表わすことにする。中心軸上では、テンソル成分の半径成分と円周成分は一致している。したがって、

$$\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_3, \sigma_2 = \sigma_3, \sigma'_2 = \sigma'_3 \quad (13)$$

である。最大主応力を σ_1 として応力比

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (14)$$

を定義する。式 (2) は主方向に関して

$$\dot{s}_i = \dot{\sigma}_i - \sigma_i \dot{\varepsilon}_i \quad (15)$$

である。このとき、式 (9) は

$$\frac{\varepsilon_{gD}}{n} = 2 \frac{1-\alpha}{2+\alpha} \quad (16)$$

さらに、多価解発生の十分条件、式 (10)、(11) は

$$y = 1 - \frac{\varepsilon_g}{2n} \frac{2+\alpha}{1-\alpha} \quad (17)$$

$$z = \sigma'_1 (\dot{s}_1 - \dot{s}_2) = 0$$

で与えられる。軸対称変形における s_{ij} 空間を図 1 に示す。

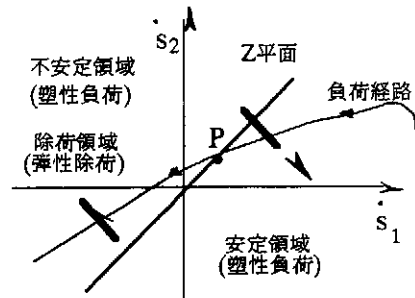


図1 公称応力速度空間における安定不安定領域

2・3 演算処理 本節では、安定変形の過程から塑性不安定の過程へと、どのような状況で推移するかについて検討する。押し出し加工においては、中心軸上で $\sigma_2 (= \sigma_3)$ は常に圧縮応力下にあるが、 σ_1 は中心割れが発生するような環境下では引張り応力に転じている。そこで、本考察では、基本的に $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$ の状況下で考察することにする。

中心軸座標 x_1 は押し出し方向にある。座標 x_1 を素材半径 R_1 で無次元化し、座標 x とする。これを中心軸上における変形要素の位置の表示に当てる。 $x=0$ を押し出しダイスの出口位置とし、出口から入口に向かって $x > 0$ とする。 n 乗硬化則を

$$\sigma_g = \sigma' \varepsilon_g^n \quad (18)$$

で表わし、応力値は全て σ' で無次元化して表示する。

数値解析は市販の有限要素解析ソフトウェア Marc を使用し、三角形三節点要素 (要素数 1230, 節点数 689) により演算を行った。ここで、結果の整理方法について述べる。素材長さが素材半径 R_1 の 5 倍である素材形状を選んだ。素材長さの約 1/3 が押し出された状態でダイス絞り部内の塑性変形がほぼ定常化していることが確認できた。そこで、このような状況における、ダイス絞り部内部に位置する要素をもとに数値解析結果を求めた。しかしながら、応力値 σ_1, σ_2 の経過 (定常状態にあるので、応力値の x に関する分布に相当している) は滑らかに変化しているとは言い難い状態であった。 σ_1 の分布の一例を図 2 に示す。ここで見られるように、局所的には変動しているが、これらの値の上下に比較的滑らかな曲線で

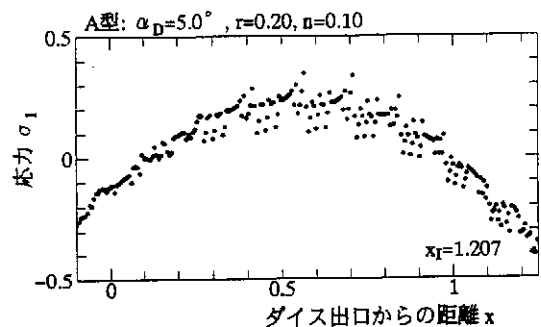


図2 Marc プログラムで算出された軸方向応力の分布

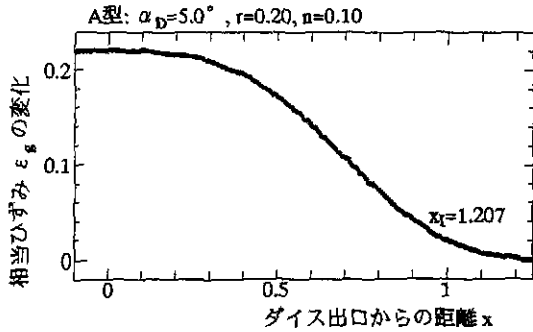


図3 Marcプログラムで算出された相当ひずみの経過

包絡線を描くことができる。応力 σ_1 に関して上部包絡線を採用することにした。 σ_2 についても同様の包絡線近似を施すことはできるが、このようにするとそれぞれの包絡線近似による誤差が重なり合い、さらなる精度低下を招くおそれがあり、好ましくない。通常の演算処理では、ひずみ値の変動は応力値の変動に比べて桁違いに少ないのが普通であり、本演算においてもひずみ値には局所的な変動はほとんど見られなかった。その一例として図2と同一の加工条件下における相当ひずみの分布を図3に示す。そこで、 σ_2 に代わって ϵ_g の分布を正確に求めた。包絡線近似した σ_1 と ϵ_g の分布を

$$\sigma_1 = f(x), \quad \epsilon_g = h(x) \quad (19)$$

で関数表示した。上式の ϵ_g を用いて σ_2 を求める。応力成分間の関係より

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \sigma_g = f(x) - \{h(x)\}^n = g(x) \quad (20)$$

の分布を得る。前述のように、ここでの応力は全て σ^* で割られ、無次元表示されている。塑性変形の継続が保証されている場合には、時間尺度として ϵ_g を採用することが望ましいが、本解析におけるように除荷発生により塑性変形の停止が起こる場合には、 ϵ_g を時間尺度に選ぶのは好ましくない。そこで、 x 方向に関して定常化していることから、時間増分 dt に関して dx を採用した。これにより

$$\dot{\sigma}_1 = \frac{d\sigma_1}{dt} = -\frac{df}{dx}, \quad \dot{\sigma}_2 = \frac{d\sigma_2}{dt} = -\frac{dg}{dx} \quad (21)$$

$$\dot{\epsilon}_g = \frac{d\epsilon_g}{dt} = -\frac{dh}{dx}$$

を得る。対称軸上であることから

$$\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_g, \quad \dot{\epsilon}_2 = -\frac{1}{2}\dot{\epsilon}_g \quad (22)$$

である。したがって、これらと式(15)の関係より s_1 を算出することができる。

押出し加工の諸元について述べる。半径 R_1 の素材が加工され、半径 R_0 の製品に押出される工程を考える。ここで、減面率 r を

$$r = 1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \quad (23)$$

で定義している。本解析では、間接押出しを想定し、コ

ンテナーと素材の間には摩擦は作用しないものと仮定した。絞り部に円錐ダイスを使用し、その半頂角(ダイス半角)を α_D ($^\circ$)で表わす。絞り変形部のダイスの摩擦係数を μ で表わし、ここでは、 $\mu = 0.05$ と置いた。

3. 研究成果

割れ発生の状況を比較するにあたり、3種類の加工条件を設定した。これらを便宜上、A、B、C型と呼ぶ。A型では割れの発生はなく、B、C型では割れが発生する。C型はB型よりも割れ発生の危険度がより高い場合である。

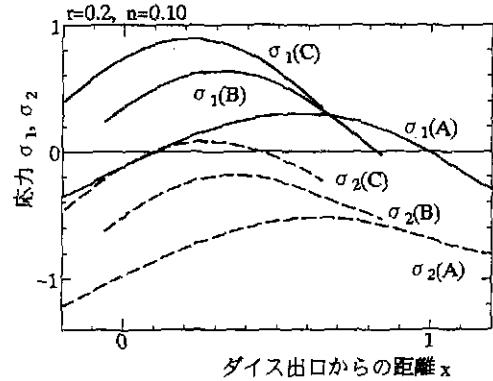
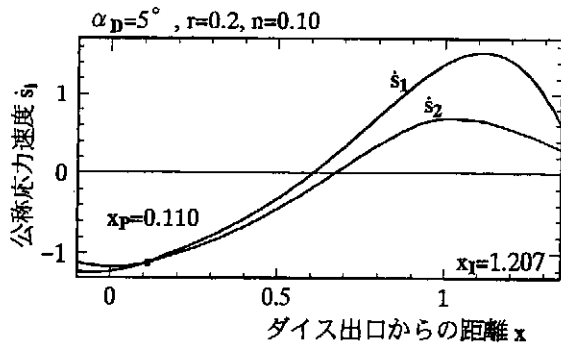


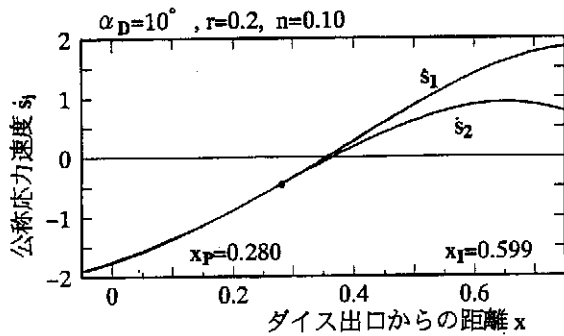
図4 応力分布の比較

これらA、B、C型について応力 σ_1 、 σ_2 の分布を図4に示す。加工条件、素材の加工硬化指数は線図の上部に提示している。これらのダイス半角はそれぞれ異なり、それらの値は図5の対応する線図の上部に示されている。減面率が同じであることからこれらの中で相当ひずみに関しては大きな相違はなく、相当応力に対応する σ_1 と σ_2 の差はほぼ同じである。これらでは共に、応力 σ_1 は正值であり、A型からC型へに変化するに伴ってその値も増大している。そして、C型では、応力 σ_2 が正值となる領域が現れている。 $\sigma_2 = \sigma_3$ であるので、ダイス半角が大きくなりC型に向かう程、静水圧が引張りに転じ、破壊を促す状態になっていることが分かる。

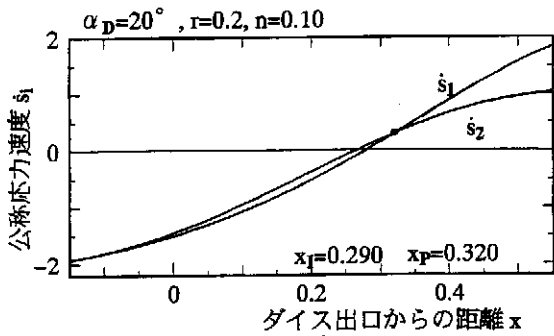
さて、つぎに公称応力速度 \dot{s}_i の経過を検討する。図5にA、B、C型のそれぞれに関する経過を示す。最初に、A型の過程について考察する。そこでは、変形初期において s_1 の曲線は s_2 のそれより上位に位置し、出口に近づくに伴い、これらは接近し、ある点 $x_p = 0.110$ でこれらが一致する。このとき、式(17-2)の条件を満足し、 s_1 空間におけるZ平面上に位置する。この点 x_p における変形 ϵ_g が、A型ではまだ式(16)で示される限界値 ϵ_{g0} には達していない。式(17-1)より $y > 0$ である。考察要素が点 x_p よりより出口側へ移動し、 x が減少すると $s_1 < s_2$ の状態になる。このとき、弾性除荷となり、点 x_p で塑性変形が停止することになる。したがって、Z平面上で安定塑性負荷から不安定塑性負荷へと突入する変形経過は、A型の加工条件では起こり得ない。加工条件が厳しくなるにつれて、 s_1 曲線は互いに接近し、これらの



(a) A型



(b) B型



(c) C型

図5 公称応力速度の分布

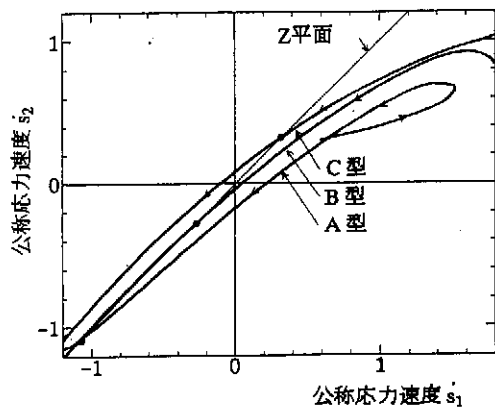


図6 Z平面における負荷経路

交点はより入口側へと移行する。そして、交点 x_p における ϵ_g は限界値 ϵ_{gD} に近づいてくる。しかし、 $\epsilon_g < \epsilon_{gD}$ である限り、A型と同様点 x_p で弾性除荷となる。これら2曲線の接近が進むと、交点 x_p における ϵ_g が限界値 ϵ_{gD} に一致する状態に到達する。B型の過程はこのような状態にある。そこでは、Z平面上で ϵ_g と ϵ_{gD} が一致していることから、交点 x_p で塑性不安定を生じ、変形の一意性を失う。しかし、点 x_p の変形は、考察要素の近傍の変形と整合していなければならないので、多価変形速度の中でこれと整合できるもののみが現実には実現することになる。したがって、空間的に変形の多価性が点 x_p において出現することは、一様変形の場合を除いて、起こり得ない。点 x_p で塑性不安定の条件を満足すると、点 x_p より出口側の場所 $x < x_p$ で、 $\dot{s}_1 < \dot{s}_2$ の状態になるが、そこでは ϵ_g が ϵ_{gD} を上回り、式(12-2)の塑性負荷条件を満足していることから、引き続き塑性変形の持続が可能である。したがって、このときは、安定塑性負荷から不安定塑性負荷への遷移がZ平面上で起こることになる。B型の過程においては、 x の広い領域で \dot{s}_i 曲線の一致が見られ、Z平面への到達点 x_p を、 \dot{s}_i の分布から特定することは困難な状態にある。B型よりさらに中心割れの危険度の増したC型の過程では、ダイス入口点 (x_f で示す) より手前に x_p が位置している。これらの各型について公称応力速度空間における負荷点の推移(経路)を図6に示す。経路とZ平面との交点Pを小さな●印で表している。破壊の危険性が厳しくなると、塑性不安定における \dot{s}_i が負値より正値へと移行する傾向にある。

式(14)で定義された α を用いて式(16)から ϵ_{gD} が求められる。 ϵ_{gD} が正値として算出されるためには、 α は

$$-\frac{1}{2} < \alpha < 1 \quad (24)$$

の範囲でなければならない。A型の過程では、変形の経過に伴って算出された α は、ほとんどの変形段階で式

(24)の範囲を越えており、 ϵ_{gD} は負値として求められた。相当ひずみは、正値として定義されていることから、これが負の値となる状態は無限大よりさらに遠方に位置していると考えられる。そこで、負値の ϵ_{gD} は無限大の限界を表わすものとして取り扱うことにした。現象的な側面からも以下のように説明することができる。押

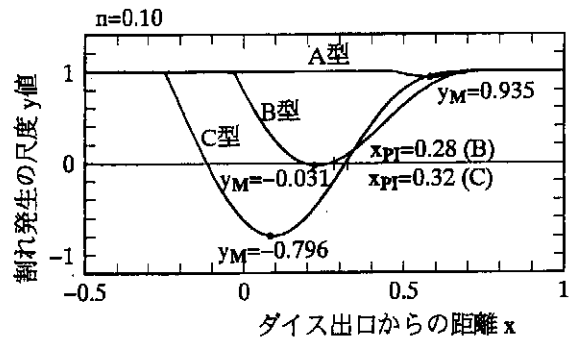


図7 $y (= 1 - \epsilon_g / \epsilon_{gD})$ 値の分布

出し変形では、通常、 $\sigma_2 < 0$ である。 $\alpha > 1$ では、全ての応力成分は負値である。 $\alpha < -1/2$ でも、 σ_1 が最大応力成分であることを配慮すると、静水圧圧縮の状態にあることが分かる。このことから、ポイド成長に基づく延性破壊の概念からも、式(24)の範囲を越えた応力状態は破壊を誘発させる危険性のないことを表わしている。したがって、A型の過程では、曲線 s_i の交点 x_p において ϵ_s は ϵ_{sL} に達していない、そこで除荷過程へと遷移する。B、C型の過程では変形段階の一部で式(24)の状態を生じ、 $y < 0$ を実現する。 ϵ_s 、 ϵ_{s0} が求められると、定義に従って y を算出することができる。A、B、C型における y の分布を図7に示す。A型の過程では、ほとんどの変形段階で ϵ_{s0} が無大であるので、そこでは $y=1$ の状態にある。これに対して、B、C型の過程では、絞り変形部で $y < 1$ の状態となる。塑性不安定では、式(17-1)から $y=0$ を満足していなければならない。B、C型では、これを満足する場所 x は2箇所存在している。物体点の移動は x の減少と対応している、B、C型においては、 $y=0$ を満足する2点の内、右側の x の位置で実際に $y=0$ の状態が出現し、塑性不安定へと遷移したものと考えることができる。この点の x は、図5の s_i 曲線の交点 x_p と厳密には一致していなければならない。もし、これ

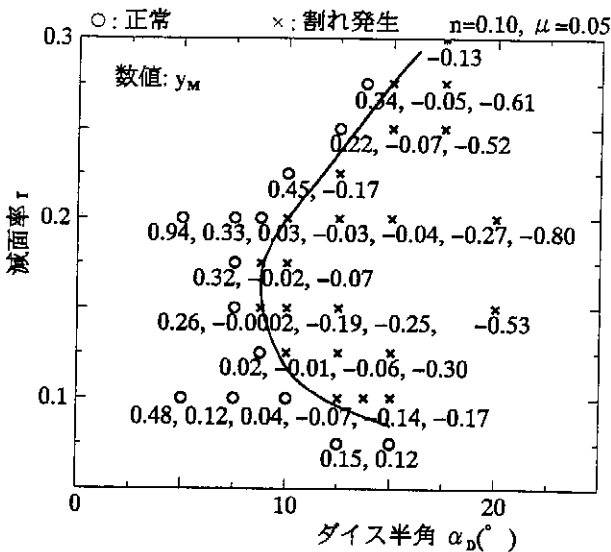


図8 押し出し加工の割れ発生評価

らが不一致であるときには、 $y=0$ を満足する点と $z=0$ を満足する点が食い違っていることであるので、 y と z の符号が異なるところでは $\epsilon_s < 0$ の塑性変形、 $y=0$ の点で $z > 0$ であれば $\epsilon_s = \infty$ の衝撃的な塑性負荷が誘発されることになる。B型の過程では、図5において s_i 曲線が広い範囲で重なっているが、その右端の点 x と図7の $y=0$ を満足する右側の点 x はほぼ同じ位置にある。C型の過程においても、これらの対応点がほとんど一致しているのが見られる。これら対応点が一致していることは、ここで提唱した予測法が合理的な手法であることを検証

していると見ることができる。

図7に示したような y の x に関する経過から、この分布における y の最小値 y_M を求めることができる。これがより大きな負値であるほど、塑性不安定発生の危険性の大きいことを表わしている。 $y_M=0$ である場合には、これを満足する点で、厳密に $z=0$ を満足している。したがって、この最小値 y_M は、 $y_M \leq 0$ であれば割れ発生を予測し、 $y_M > 0$ であれば安全側にあることを、さらに $y_M = 1$ であれば全く割れ発生の危険性のないことを表わす評価量となっている。そこで、種々の加工条件(減面率、ダイス半角、加工硬化指数など)の下でこの y_M を算出し、これをもって中心割れ発生を評価することにした。評価量 y_M の分布を図8に示す。縦軸、横軸の交点で加工条件を示し、中心割れ発生の有無を×、○で表わしている。これらの記号の脇に記入している数値は y_M の値である。各加工条件において求められた、これらの y_M を用いて $y_M=0$ に対応する加工条件を予測することができる。これは、割れが発生する加工とその危険のない加工の境界線を表わし、図8では実線で示している。これを割れ境界線と呼ぶ。

加工硬化指数 n を種々変えて算出した割れ境界線を図9に示す。それぞれの境界線より右側で割れ発生を予測している。 n 値の増大に伴って安全域の広がっているのが伺える。 $n=0.06$ 、 $n=0.10$ では、境界線が鼻形に曲がり、減面率の低下に伴って割れ発生の危険域が減少する傾向を示している。減面率が小さくなると、押し出し加工における変形域は素材表層部に集中するようになり、中心にまで塑性変形が及ばなくなる。このときには、割れの発生は起こり得ないので、このような予測は合理的であると考えられる。これまで、解析的にこのような予測を示した研究は、筆者らの研究を除いて見当たらない⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾。中心割れに関してZimmermanらが豊富な実験結果を残している⁽⁵⁾。これと解析結果、図9との比較を図10に示す。割れ発生の記号×、○の脇に記入している数値は n 値であり、その横に付された記号G、Bは、解析値の予測と実験値の一致の良し悪しを区別している。全体として記号Gが多く見られる。この種の、公表された実験値は少なく、本解析による割れ予測性を十分に評価するところまでは検討できなかったが、予測の可能性のあることが示されたと言える。

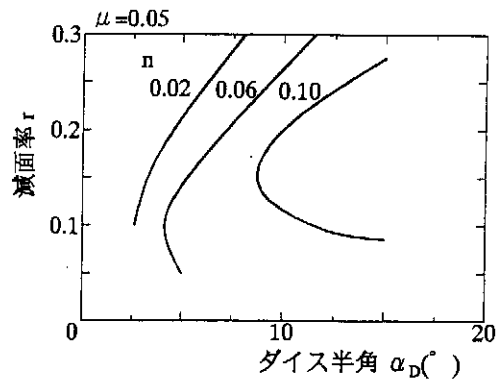


図9 割れ発生境界

4. 結言

本研究で適用した塑性不安定規準を概説し、多価解において満足しなければならない基本条件に基づき中心割れ発生の予測を試みた。必要条件の一つは、公称応力速度空間 s_i の状態点が Z 平面上に位置することであり、他は、限界ひずみとの比較である。後者に関して評価量 y_M を導入した。

剛塑性材料の定常的な押し出し加工における割れ発生問題の検討において素材要素の状態変化を s_i 空間で調べ、中心割れの発生可能性を論じた。割れ発生に関する評価量 y_M は、 $y_M \leq 0$ のとき割れ発生を予測した。ダイス半角を横軸に、減面率を縦軸に評価量 y_M の分布を調べ、割れ限界線を求めた。この結果を Zimmerman らの実験結果と比較し、これらに全体として良い相関が見られた。

謝 辞

最後になりましたが、本研究を遂行するにあたり、研究助成を賜った天田金属加工機械技術振興財団に深く感謝いたします。この研究成果は

- 1) Moritoki, H. and Okuyama, E.: "Prediction of Central Bursting in Extrusion", *Journal of Materials Processing Technology*, **80-81** (1998), 579-584.
- 2) 守時 一, 伊藤 秋一, 佐川 武俊, 奥山 栄樹: 「押し出し加工における中心割れ発生の多価規準による予測」, *機論 A*, **65-636** (1999-8), 掲載決定
で公表させていただいております。

文 献

- (1) 守時 一, 奥山 栄樹, *機論 A*, **64-617** (1998), 193-199.
- (2) 守時 一, 奥山 栄樹, *機論 A*, **64-625** (1998), 2374-2381.
- (3) 守時 一, *機論(A)*, **56-531** (1990), 2333-2338.
- (4) Moritoki, H., *Int. J. Plasticity*, **7** (1991), 713-731.
- (5) Avitzur, B., *Trans. ASME, Ser. B*, **90** (1968), 79-91.
- (6) Oh, S. I., Chen, C. C. and Kobayashi, S., *Trans. ASME, Ser. B*, **101** (1979), 36-44.
- (7) Ayada, M., Higashino, T. and Mori, K., (Lange, K. 編), *Advanced Technology of Plasticity*, **1** (1987), 553-558.
- (8) Zimmerman, Z. and Avitzur, B., *Lehigh University Report*, 1967.

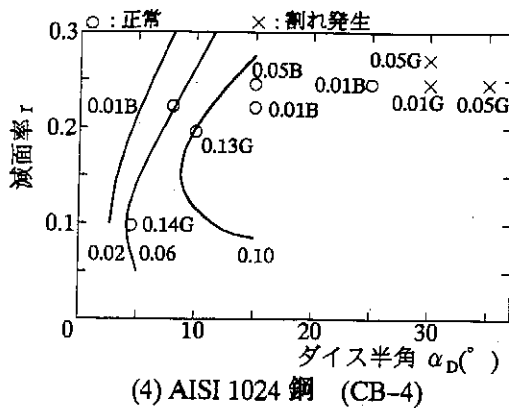
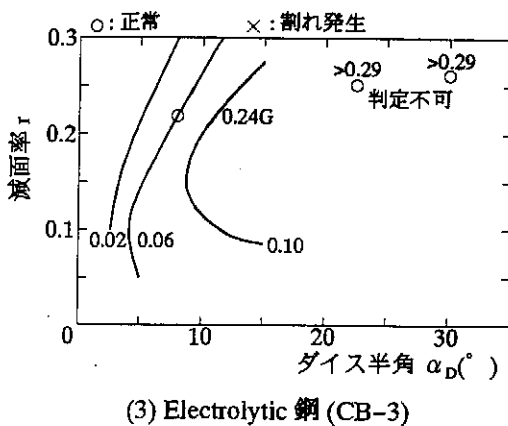
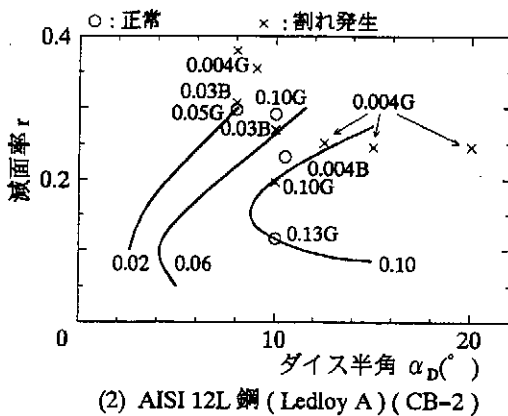
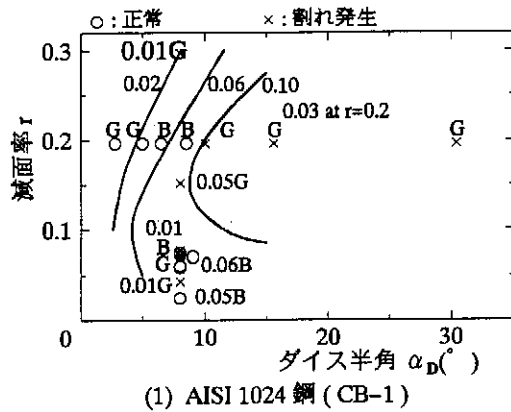


図 10 実験結果との比較