

# 金属基傾斜機能材料の塑性加工限界に関する研究

鹿児島大学工学部 機械工学科

岡田 裕

(平成8年度奨励研究助成 AF-96032)

## 1. 研究の目的と背景

傾斜機能材料 (Functionally Graded Material) のコンセプトは日本で提案され、注目を集めている<sup>(1)</sup>。傾斜機能材料は材料内部での性質が連続的に変化し、一つの材料中で2つ以上の機能を実現したり、線膨張係数が連続的に変化するために熱応力の緩和が可能になる等<sup>(1)</sup>の優れた特徴を持つ。しかし、その製造・加工や材料設計のための材料の機械的性質や変形挙動の予測手法は完全には確立されておらず、その開発が急がれる。また、様々な種類の傾斜機能材料が存在する<sup>(1)</sup>が、本研究では、本質的に粒子強化型金属基複合材料であるが材料内でその組成が連続的に変化するものを取り上げ、塑性加工を想定した大変形時の変形場予測手法の開発を目的とする。そこで、巨視的変形と微視的変形場 (強化粒子と金属母相の力学的相互作用) の関係を詳細に解析できる数値解析手法の開発を試みた。

本研究では複合材料の巨視的変形と微視的変形場を関連づける有力な手法である有限要素法をベースとする均質化法<sup>(2,3)</sup>や単位セル解析<sup>(4)</sup>により材料微視構造よりその巨視的性質を推定する。古典的なマイクロメカニクスアプローチ (例えば、Self-Consistent 法や Mori-Tanaka 法)<sup>(5)</sup>では、その理論展開の中で無限媒体に対する弾性基本解から導かれる Eshelby テンソルを利用するために、複合材料中の第2相材料の形状を楕円体として近似するなどの制約がある。さらに、それらの手法は微小変形理論に基づくので、有限ひずみ塑性変形を含むような場合において詳細な変形場の解析を行うことは原理的に困難である。それらの制約の無い有限要素法をベースとする均質化法<sup>(2,3)</sup>を用い、有限ひずみ塑性変形を受ける複合材料の巨視的変形と微視的変形の間を求め手法を開発し、金属基傾斜機能材料解析の一助とすることとした。

均質化法は元来、複合材料などが周期的な微視構造 (図1) を持つ場合に適用されるが、ここでは単位セル解析の一つとして取り扱い材料組成に傾斜がある場合にも、適用可能と考え、研究を行うこととした。均質化法の非線形問題への拡張は、弓削ら<sup>(6)</sup>によってなされているが、形状非線形性を取り扱いに難があるので、改良を加えた。また、傾斜機能材料を組成傾斜を持つ粒子強化型金属基複合材料としてモデル化し、単位セルモデル解析により導かれた、巨視的な応力-ひずみ関係に基づき巨視的な大変形解析を行う試みも行った。

## 2. 均質化法の大変形弾塑性問題への拡張

### 2.1 均質化法解析の概要

近年、均質化法を応用した構造最適化解析や複合材料の力学解析が盛んに行われている<sup>2, 3, 6-11)</sup>。均質化法は固体の巨視的な機械的性質を、その微視的構造の周期性を利用して導くことに用いられる。均質化法を幾何学的非線形性・材料非線形性 (特に弾塑性材料) 問題へ拡張することが本研究の目的の一つである。しかし、均質化法は微小変形弾塑性力学に基づき定式化が行われてきたため (例えば文献<sup>(3)</sup>)、大変形問題への拡張に際しては、その周期性の仮定に対して注意を払う必要がある。例えば、図1に示す周期的微視構造を持つ固体の巨視的な一様変形を考える。変形前の形状の微視構造は  $X_A$  と  $Y_A$  ( $A=1,2,3$ ) の方向に周期的であるが、変形後の形状ではその周期性が保たれていない。このように微小変形理論を用いた定式化を、そのまま有限変形の場合に適用しようとする不都合が発生する。本研究では、大変形問題での均質化法の定式化を弾塑性解析でよく用いられる、Up-Dated Lagrange 標記により行った。以下の定式化は本研究の成果として、岡田ら<sup>(12)</sup>で発表済みであるので、その概要だけを以下に表す。

### 2.2 速度型有限変形問題の定式化

Up-Dated Lagrange 標記においては、現在配置を基準配置として、速度形の定式化を行うことにより問題を線形化する (例えば文献<sup>(13)</sup>等)。Up-Dated Lagrange 標記を用いた大変形問題では、(変形後の) 現在配置を基準とする第1種 Piola-Kirchhoff 応力速度を使用して仮想仕事の原理を表わす。

$$\int_B \dot{T}_{ij} \frac{\partial \delta v_i}{\partial x_j} dB = \int_{\partial B_i} n_i \dot{T}_{ij} \delta v_j d(\partial B_i) + \int_B f_i \delta v_i dB \quad (1)$$

ここで、 $\dot{T}_{ij}$  は現在配置を基準とする第1種 Piola-Kirchhoff 応力速度、 $\delta v_i$  は材料点の速度  $v_i$  の変分、

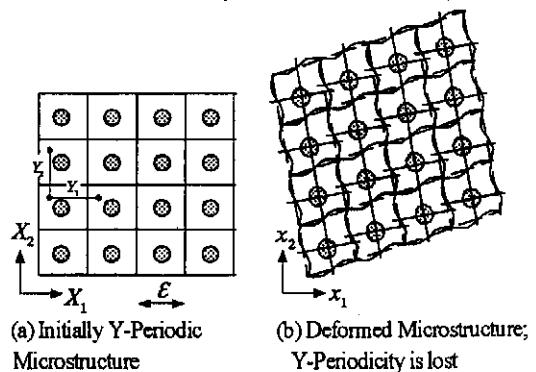


Fig. 1 Microstructure before and after the deformation

$f_i$  は材料の単位体積あたりに働く物体力の時間微分を表わす。また、 $\partial B_i$  は物体  $B$  の表面で外力が働いている部分を表わす。応力-ひずみ関係は速度型構成則により応力速度  $\dot{\tau}_{ij}$  とひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_{kl}$  の関係で表わされる。

$$\dot{\tau}_{ij}^J = E_{ijk\ell}^{\mathcal{P}} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (2)$$

ここで、 $\dot{\tau}_{ij}^J$  は Kirchhoff 応力の Jaumann 速度であり、 $E_{ijk\ell}^{\mathcal{P}}$  は速度形の構成方程式を表わす 4階テンソルである。ただし、 $J_2$ -Flow Theory など、用いる構成方程式によりその詳細は異なる。さらに、Kirchhoff 応力の Jaumann 速度と Kirchhoff 応力速度、Kirchhoff 応力速度と第 1 種 Piola-Kirchhoff 応力速度の関係などを用いて線形化し、速度型仮想仕事の原理を次式で表すことができる。

$$\int_B Q_{ijk\ell} \frac{\partial v_k}{\partial x_\ell} \frac{\partial \delta v_i}{\partial x_j} dB = \int_{\partial B} n_i \dot{\tau}_{ij} \delta v_j d(\partial B_i) + \int_B f_i \delta v_i dB \quad (3)$$

### 2・3 大変形均質化法の定式化

図 1 (b) に示すように、有限変形後の微視構造は  $x_i$  方向に周期的でない。周期性を厳密に満足するためには、変形前の形状を基準とする Total Lagrange 標記を使用することも考えられる。しかし、弾塑性構成方程式の多くは現在配置における Jaumann 応力速度とひずみ速度の関係で記述され、これには Up-Dated Lagrange 標記が適している。そこで、Up-Dated Lagrange 標記の定式化の中で、微視構造の周期性については変形前の形状を参照することとする。よって、Up-dated Lagrange 標記の大変形問題において、速度などの物理量を次の形で表わし、変形前の微視構造に対する周期性を表現する。

$$\phi = \phi(x_i, Y_A) = \phi\left(x_i, \frac{X_A}{\varepsilon}\right) \quad (4)$$

それらの物理量は、現在配置における材料点の位置  $x_i$  と変形前の微視構造内での位置  $Y_A$  の関数である。 $\varepsilon$  は微視構造のサイズを表し、座標  $x_i$  に関する導関数は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} &= \frac{\partial \phi}{\partial x_i} + \frac{\partial Y_A}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial Y_A} \\ &= \frac{\partial \phi}{\partial x_i} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial X_A}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial X_A} = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} + \frac{1}{\varepsilon} F_{Ai}^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial X_A} \end{aligned} \quad (5)$$

さらに、変位  $u_i$  と速度  $v_i$  を、巨視的な座標  $x_i$  と、微視的な座標  $Y_A$  の関数であるとし、 $\varepsilon$  に関する漸近展開を

用いて表す。

$$u_i = u_i(x_i, Y_A) = u_i^0(x_i, Y_A) + \varepsilon u_i^1(x_i, Y_A) + \varepsilon^2 u_i^2(x_i, Y_A) + O(\varepsilon^3) \quad (6)$$

$$v_i = v_i(x_i, Y_A) = v_i^0(x_i, Y_A) + \varepsilon v_i^1(x_i, Y_A) + \varepsilon^2 v_i^2(x_i, Y_A) + O(\varepsilon^3) \quad (7)$$

式 (6), (7) を式 (5) の微分演算を利用しながら式 (3) に代入し、 $\varepsilon \rightarrow 0$  における有界条件を課せば、 $\frac{1}{\varepsilon^2}$  と  $\frac{1}{\varepsilon}$  に関する項がそれぞれ独立にゼロになることが必要である。よって、 $\frac{1}{\varepsilon^2}$  に関する項より、

$$\int_B Q_{ijk\ell} (F_{A\ell}^{-1})^0 (F_{Bj}^{-1})^0 \frac{\partial v_k^0}{\partial Y_A} \frac{\partial \delta v_i}{\partial Y_B} dB = 0 \quad (8)$$

を得る。式 (8) が成り立つためには、 $v_i^0 = v_i^0(x_j)$  でなければならない。すなわち、 $v_i^0(x_j)$  は巨視的変形場を表す。また、 $\frac{1}{\varepsilon}$  に関する項より次式を得る。

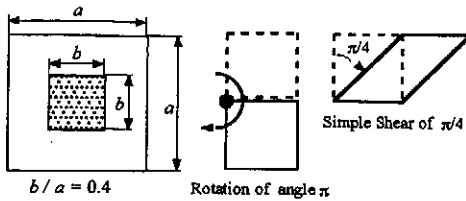
$$\int_B Q_{ijk\ell} \left[ \left\{ \frac{\partial v_k^0}{\partial x_\ell} + (F_{A\ell}^{-1})^0 \frac{\partial v_k^1}{\partial Y_A} \right\} (F_{Bj}^{-1})^0 \frac{\partial \delta v_i}{\partial Y_B} \right] dB = 0 \quad (9)$$

式 (9) を変形し、積分領域を変形前の配置におけるユニットセル  $U_0$  に変換すれば、巨視的な変形場  $v_i^0$  と微視的変形場  $v_i^1$  を関係づける式を導くことができる。

$$\begin{aligned} \int_{U_0} \left\{ Q_{ijk\ell} (F_{A\ell}^{-1})^0 (F_{Bj}^{-1})^0 \right\} \frac{\partial v_k^1}{\partial Y_A} \frac{\partial \delta v_i}{\partial X_B} \det[F_C^0] dU_0 \\ - \int_{U_0} \left\{ Q_{ijk\ell} (F_{A\ell}^{-1})^0 (F_{Bj}^{-1})^0 \right\} \frac{\partial \delta v_i}{\partial X_B} \det[F_C^0] dU_0 \right) \frac{\partial v_k^0}{\partial X_A} \end{aligned} \quad (10)$$

### 2・4 数値解析による妥当性の検証

二次元平面ひずみ状態で大変形を受けるユニットセルの解析例を図 2 に示す。このユニットセルは同じく図 2 中に示すような 2 種類の材料からなり、 $J_2$ -Flow Theory に従う弾塑性固体がより固い弾性体を取り囲む場合である。用いた計算アルゴリズムは、図 3 に示すような 2 種類の解析を平行し、繰り返すものである。巨視的な変形場を仮定しユニットセルの微視的変形挙動を解析するために、式 (10) を用いて微視的変形場の仮定した巨視的変形量  $v_i^0$  からのずれ  $v_i^1$  を求める (均質化法による解析)。さらに、ユニットセル外周上での変位増分  $(v_i^0 + \varepsilon v_i^1) \Delta t$  を、大変形有限要素法解析の変位境界条件として与えた。これは高野ら<sup>(9)</sup> と



Material Properties (hard inclusion)				
	Young's Modulus	Poisson's Ratio	Yield Stress	Strain Hardening Ratio
Shaded area	1000000	0.3	Infinity	N/A
Surrounding	10000	0.3	10	1

Fig. 2 Problems to be analyzed; Macroscopic Rigid Rotation of  $\pi$  and Simple Shear of  $\pi/4$

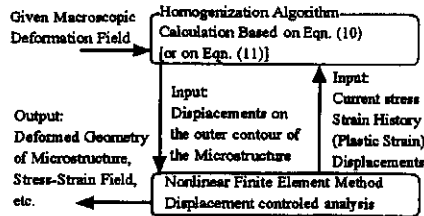


Fig. 3 Numerical algorithm adopted for the homogenization analysis..

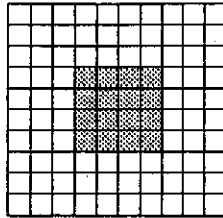
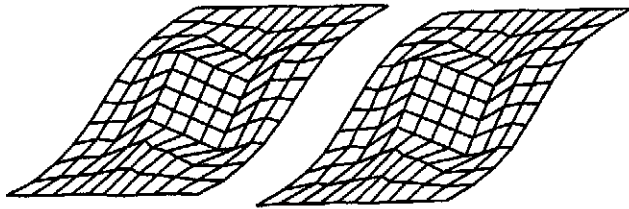
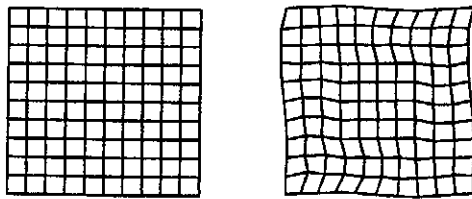


Fig. 4 Finite Element Mesh for the Simple Analyses.



(a) Present formulation (b) Using eq. (11)

Fig. 5 Deformed geometry of the unit cell under Macroscopic pure shear of  $\pi/4$ .



(a) Present formulation (b) Using eq. (11)

Fig. 6 Deformed geometry of the unit cell under macroscopic rigid rotation of angle  $\pi$ .

類似のものである。ここでは、それぞれの解析を1000回のステップに分割して行った。

大変形の結果としての非線形性が極端に現われる例として、巨視的な単純せん断を与えた場合と、剛体回転を与えた場合の解析を行い、周期性の仮定を厳密には満足しない、

$$\int_U Q_{ijkl} \frac{\partial v_i}{\partial y_l} \frac{\partial v_j}{\partial y_k} dU = - \left( \int_U Q_{ijkl} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dU \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_l} \quad (11)$$

$$(y_i = x_i / \varepsilon)$$

として微視的変形を計算した寺田ら<sup>(8)</sup>の定式化による場合と比較を行った。微視構造の有限要素分割を図4に示すが、使用した要素は平面ひずみ4節点選択低減積分要素(例えば、文献<sup>(12)</sup>)である。図4の有限要素分割では斜線により材料の違いを表わしている。図5に巨視的な単純せん断を与えた場合の微視構造の変形状態を示す。図5(a), (b)はそれぞれ、周期性の仮定を厳密に満足する場合としない場合である。この解析では変形状態に著しい違いは見られなかった。しかし、巨視的な剛体回転を与えた場合では、厳密な定式化を行わなかった場合に著しい解析精度の低下が見られる。図6(a)に示す本研究で提案する厳密に周期性の仮定を満足する手法を用いた場合、微視構造も剛体回転するだけである。これに対し、厳密な周期性が満足されない場合は、剛体回転を与えたにもかかわらず、それ以外の変形モードが発生している。この原因は、周期性の仮定を満足しないために発生する微視構造の変形モードが加わったためと考えられる。よって、本報の定式化が大変形問題(特に大回転を含む場合)に有効であると言える。

### 3. 平面ひずみ試験解析

#### 3.1 解析対象とする傾斜機能材料

遠心鑄造法により、材料の組成が連続的に変化する金属基傾斜機能材料が製作されている(福井ら<sup>(14, 15)</sup>)。遠心鑄造法で製作された傾斜機能材料の特徴は、図7に示すように、製作されるリング状の材料に対して半径方向に材料組成が連続的に変化し、円周方向には一様になることである。さらに、リングを切断した後、高温下で圧縮することにより、同じく図7に示すような一方に一様で他方向に連続的な材料組成の傾斜を持つ材料を得ることができる。母相中に第2相材料が混在し、一方に第2相材料の混合率が連続的に増加もしくは減少するような材料である。

#### 3.2 RVE法によるモデリングと有限要素法解析の結果

SiC-Al材料システムでは、材料の微視的な構造が比較的明確であるので、Representative Volume Element (RVE)法がしばしば用いられている<sup>(例えば4)</sup>。本研究においてもRVE法を用いて巨視的応力-ひずみ関係を求めた。球状粒子を仮定し、図8に示す粒子の配置を仮定することによりモデルを構築し、単位セル解析(一軸引張、圧縮)解析を行い、それより一軸の応力-ひずみ関係を求めた。また、単位セルに含まれるSiC粒子の体積率を変化させ、様々な体積率における応力-ひずみ関係を推定した。

解析対象とする傾斜機能材料試験片はその圧縮軸方向に添ってSiC粒子の体積率が変化するので、応力-ひずみ関係も場所毎に異なる。そこで、安藤<sup>(16)</sup>に与えられているSiC粒子体積率の変化に従い、場所毎に異なる応力-ひずみ関係を用いて巨視的な変形解析を平面ひずみ圧縮試験問題(図

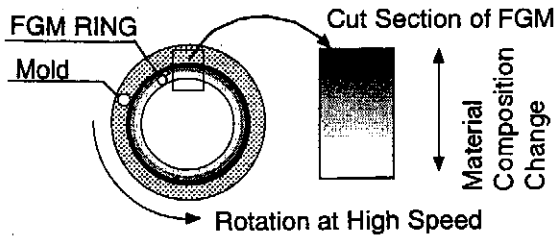


Fig. 7 An Illustration of Functionally Graded Material Manufactured by a Centrifugal Casting Method

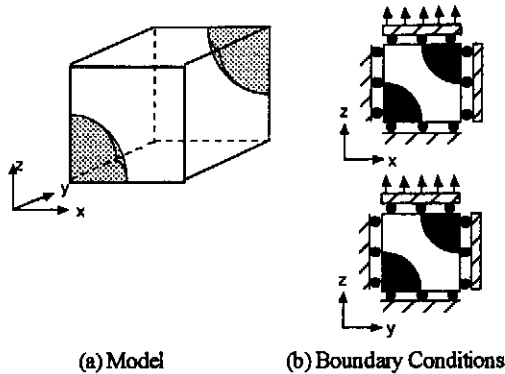


Fig. 8 Microstructural Model for SiC-Al FGM

9) に対して、有限要素法により行った。その解析結果を平面ひずみ圧縮試験実験結果<sup>(16)</sup>と比較し、解析の妥当性を検証した。

図8のモデルを用いて求めた、各 SiC 粒子体積率における応力-ひずみ関係を使用して行った巨視的有限要素法解析の結果は、変形の様相が実験と一致した(図10)。しかし、単位セルモデルの構築には、様々なパターンがあり、剛性を過大評価する場合も見られた。このことは、適切な単位セルモデルを構築する必要性と、適切に設定すれば、妥当な応力-ひずみ関係が得られるであろうことを意味する。

#### 4. 結言

本研究では、傾斜機能材料や一般的な粒子強化型複合材料の有限要素法解析に関する研究を行った。本研究の目指す目標は、金属基複合材料の大変形時における巨視的-微視的材料挙動の予測により、塑性変形時における材料の内部損傷の発達の予測を可能にすることである。本研究では、微視的解析手法として、単位セルモデルを取り上げ、その理論的問題点の解決と応用を試みた。

本研究の成果として、従来、微小変形解析に対してだけ適用可能であった均質化法が大変形解析に対しても可能となった。また、微視的な単位セル解析により材料の巨視的性質を推定し、それに基づき巨視的変形挙動を予測することの有効性も示すことができた。しかしながら、本研究で用いたアプローチは微視的解析⇒巨視的解析、という一方通行的なものであり、今後は巨視的⇔微視的といった双方向的な解析手法の確立が望まれる。さらに、材料損傷の定量的な評価等の課題も山積みであり、今後の課題としたい。

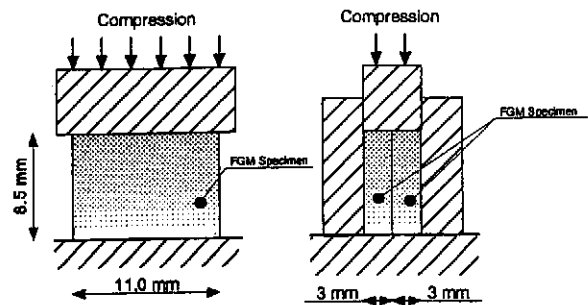


Fig. 9 Schematics of Plane Strain Compression Test/Analysis

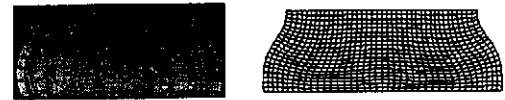


Fig. 10 Deformation of a Plane Strain Compression Specimen and Its FE Analysis, using the Material Data Obtained by the Unit Cell Analysis.

#### 謝辞

本研究の遂行にあたり、ご助言、ご協力をいただいた鹿児島大学工学部機械工学科 福井泰好教授、熊澤典良助手、丸山拓也氏(現・石川島播磨重工業、鹿児島大学大学院工学研究科機械工学専攻平成10年修了)に謹んでお礼を申し上げます。

#### 参考文献

- (1) 機構論 (M&M 材料力学部門講演会 98-5, (1998)), 79-100.
- (2) Bendosøe, M.P., and Kikuchi, N., *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 71, (1988), pp. 197-224
- (3) Guedes, M.J. and Kikuchi, N. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 83, (1990), pp. 143-198
- (4) 買買提明, 菊池, 平野, 機論 61-590, A (1995), 2272-2279
- (5) Mura, T., *Mechanics of defects in solid*, Martinus Nijhoff Publications, Hague/Boston/London, (1982).
- (6) 弓削, 菊池, 機論 62-600, A (1996), 1910-1917
- (7) 高野ほか2名, 機論 61-585, A (1995), 1038-1043
- (8) 寺田ほか2名, 機論 61-601, A (1995), 2199-2205
- (9) 寺田ほか2名, 機論 62-601, A (1996), 2072-2079
- (10) 高野ほか3名, 機論 62-595, A (1996), 859-864
- (11) 野口, 石原, 機論 No. 97-1, 234-235
- (12) 岡田, 福井, 熊澤, 丸山, 機論 64-618, A (1998), 450-456
- (13) 日本塑性加工学会編, 非線形有限要素法, コロナ社 (1994)
- (14) 福井, Paul BOWEN, 機論 60-577, A (1994), 2042-2047.
- (15) 福井, Paul BOWEN, 機論 60-577, A (1994), 2048-2053.
- (16) 安藤(福井), 鹿児島大学工学研究科機械工学専攻修士論文 (1993).