

FEMによるせん断加工の数値シミュレーションプログラムの開発

大同工業大学 機械工学科
助教授 小森和武
(平成8年度研究開発助成 AF-96015)

キーワード:せん断加工, 数値シミュレーション, 有限要素法

1. 研究の目的と背景

著者は通常の FEM のプログラムをもとに, 材料破壊後のき裂の進展挙動を解析できるプログラムを開発した。そして, 引抜き加工時のシェブロンクラック¹⁾及びせん断加工²⁾の数値シミュレーションを行い, そのプログラムの有効性を示した。ところで, これらのシミュレーションではポイド率がある値になった時に材料が破壊するという破壊条件が用いられた。しかし, この破壊条件の物理的意味は必ずしも明確ではない。そこで, より物理的意味の明確な破壊条件を用いる必要がある。

そこで既報³⁾では, Thomason のモデル⁴⁾をもとにして塑性加工の解析に用いることができる新たなモデルを提案した。そして, 提案したモデルを先に開発した材料破壊後のき裂の進展挙動を解析できる FEM プログラムに組み込んだ。さらに, 引抜き加工の数値シミュレーションを行い, 引抜き方向に周期的に内部割れが発生することを確認した。

さて, 提案したモデルの妥当性を明らかにするためには, そのモデルを用いて様々な延性破壊挙動の解析を行い, 解析結果と実験結果を比較する必要がある。そこで本論文では, そのモデルを用いて, せん断加工の数値シミュレーションを行う。そして, 解析結果と実験結果を比較して, 提案したモデルの妥当性を確認する。

2. 解析方法

2.1 概要

解析の流れは既報³⁾に示されている。本論文では, 各ステップにおける工具の変位増分の仮定から破壊発生の有無の判定までの解析法を詳細に説明する。まず, その解析法の概要を以下に示す。

- ①工具の変位増分を仮定する。
- ②剛塑性 FEM により,
ポイド率速度 f 及び速度勾配 $\partial v/\partial x$ を計算する。
- ③ポイド率 f 及び平均変形勾配 $\partial x/\partial X$ を計算する。
- ④ポイド配置及びポイド形状を計算する。
- ⑤外力仕事率に対する内部仕事率の比 E を計算する。
- ⑥破壊発生の有無を判定する。

次に, その解析法の詳細を次節以降に示す。

2.2 平均変形勾配, ポイド配置及びポイド形状

全ポイド率は次の二つのポイド率よりなる。すなわち, せん断加工前に存在するポイドによるポイド率とせん断加工により発生したポイドによるポイド率である。前者のポイドによるポイド配置及びポイド形状は後者のポイドによるそれらと大きく異なる。そこで本論文では, 後者のポイドが前者のポイドに比べて非常に多く, 前者のポイドを無視できると仮定する。すなわち, 全ポイドがせん断加工により発生したポイドであると仮定する。その場合, 次の仮定がなされる。

- ・ポイド配置は, 正六角形格子の交点の配置に等しい。
- ・ポイド発生時のポイド形状は, 正方形である。
- ・ポイド発生後ある時点のポイド形状は, ポイド発生時に材料に埋め込まれた正方形のその時点の形状に等しい。すなわち, ポイド形状は平行四辺形である。

FEM による解析では, 解析は多数のステップからなる。そして, 各ステップ中にポイドが発生する。そのため, 以上の仮定から得られるポイド形状は唯一ではない。様々な形状のポイドが存在する材料の破壊条件を求めることは容易ではない。そこで, 本論文では様々な形状のポイドを重み付きで平均して唯一の形状のポイドを求める。そして, その平均的な形状のポイドが存在する材料の破壊条件を求める。

さて, 既報³⁾の多パス引抜ききの解析で採用したポイド形状を本論文で採用することを考える。ここで, 既報の1パスを本論文の1ステップに対応させる。

まず, $f^{(0)}$ を第1ステップ中に発生したポイドの第 j ステップ後のポイド率と定義する。第 n ステップ後の全ポイド率は $f^{(n)}_{(0)} + f^{(n)}_{(1)} + \dots + f^{(n)}_{(n)}$ である。ここで, $f^{(n)}_{(0)}$ はせん断前に存在するポイドの第 n ステップ後のポイド率である。

さて, 第 n ステップ後のポイド率 $f^{(n)}_{(0)}, f^{(n)}_{(1)}, \dots, f^{(n)}_{(n)}$ が既知であると仮定する。これらのポイド率から第 $n+1$ ステップ後のポイド率 $f^{(n+1)}_{(0)}, f^{(n+1)}_{(1)}, \dots, f^{(n+1)}_{(n)}, f^{(n+1)}_{(n+1)}$ を求める。まず, 第 $n+1$ ステップの解析から, ステップ後の全ポイド率 $f^{(n+1)}_{(0)} + f^{(n+1)}_{(1)} + \dots + f^{(n+1)}_{(n)} + f^{(n+1)}_{(n+1)}$ 及びステップ中に発生したポイドのポイド率 $f^{(n+1)}_{(n+1)}$ が得られる。次に, 第 $n+1$ ステップ中のポイドの成長率が, ポイドが発生したステップに依存しないと仮定する。これより, 次式から第 $n+1$ ステップ後のポイド率が得られる。

$$f^{(n+1)}_{(i)} = \frac{f^{(n+1)}_{(i)} + f^{(n+1)}_{(i+1)} + \dots + f^{(n+1)}_{(i+n)}}{f^{(n)}_{(i)} + f^{(n)}_{(i+1)} + \dots + f^{(n)}_{(i+n)}} \quad (i=0 \sim n) \quad (1)$$

次に、 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(i)}$ を第*i*ステップ後に材料に埋め込まれた正方形の第*j*ステップ後の変形勾配と定義する。また、 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(i)}$ を各ステップ後に材料に埋め込まれた正方形の第*n*ステップ後の平均変形勾配と定義する。そして、それを次式で求める。

$$\frac{(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(n)}}{(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(i)}} = \frac{\sum_{i=0}^n f^{(i)}_{(i)} (\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}})^{(i)}_{(i)}}{\sum_{i=0}^n f^{(i)}_{(i)}} \quad (2)$$

この平均変形勾配より、第*n*ステップ後の平均的なボイド形状が得られる。

さて、既報の引抜きの解析におけるパス数は10程度である。一方、本論文のせん断の解析におけるステップ数は1000程度である。すなわち本論文では、 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(i)}$ を計算機に記憶させるために、膨大な計算機の記憶容量が必要になる。すなわち、それを行うことは現実的でない。

そこで、本論文では次の方法を提案する。第*n-1*ステップ後の平均変形勾配 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(n-1)}$ の第*n*ステップ後の変形勾配を $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(n)}_{(n-1)}$ と定義する。そして、第*n*ステップ後の平均変形勾配 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(n)}$ を次式で求める。

$$\frac{(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(n)}}{(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(i)}} = \frac{\sum_{i=0}^n f^{(i)}_{(i)} (\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}})^{(i)}_{(n-1)} + f^{(n)}_{(n)} (\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}})^{(n)}_{(n)}}{\sum_{i=0}^n f^{(i)}_{(i)}} \quad (3)$$

すなわち、本論文で提案する方法では、 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(i)}$ を計算機に記憶させる必要がなく、膨大な計算機の記憶容量を必要としない。

2.3 外力及び内部仕事率、破壊発生有無判定

図1に隣接する二つのボイド及び速度場を示す。図(a)に隣接する二つのボイドを示す。そして、点線で示される速度

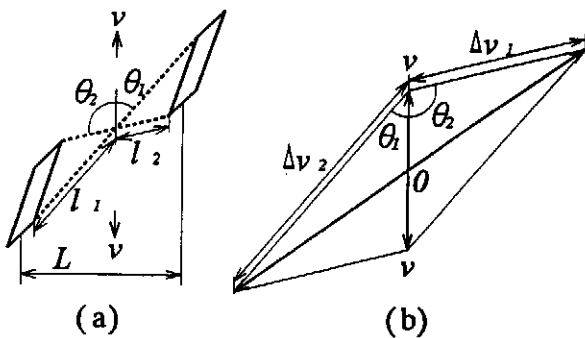


図1 隣接する二つのボイド及び速度場

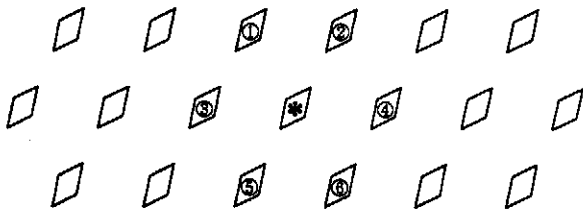


図2 ボイド配置

不連続面を考える。ここで、*v*:材料の最大主応力方向速度、 θ_1, θ_2 :材料の最大主応力方向と速度不連続面のなす角度、 $2l_1, 2l_2$:速度不連続面の長さ、*L*:隣接するボイドの間隔である。図(b)に材料の変形を表すホドグラフで表示された速度場を示す。ここで、 $\Delta v_1, \Delta v_2$:速度の不連続量である。

まず、速度不連続面で消費される仕事率すなわち内部仕事率は、

$$k \cdot \Delta v_1 \cdot 2l_2 + k \cdot \Delta v_2 \cdot 2l_1 = 4kv \frac{l_1 \sin \theta_2 + l_2 \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (4)$$

一方、外力による仕事率は $L \cdot 2k \cdot 2v$ である。外力仕事率と内部仕事率が等しいとき破壊が起きると考えるため、破壊条件は、

$$L = \frac{l_1 \sin \theta_2 + l_2 \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (5)$$

さて、図(a)ではボイド長辺の端同士を結ぶ線を速度不連続面と仮定している。ここで、式(4)より計算される内部仕事率よりもボイド長辺の非端同士を結ぶ線を速度不連続面と仮定して計算される内部仕事率のほうが小さい場合がある。その場合、前者の内部仕事率の代わりに後者の内部仕事率を使用する。なお、後者の内部仕事率の求め方は既報³⁾に示されている。

図2にボイド配置を示す。図中の*印のボイドに注目する。このボイドは①から⑥のボイドと隣接するため、このボイドとこれらのボイドの間で破壊発生の有無を判定しなければならない。しかし対称性より、*印のボイドと①から③のボイドの間で破壊発生の有無を判定すればよい。

そこで、以下の方法により破壊発生の有無を判定する。まず、外力仕事率に対する内部仕事率の比を*E*と定義する。すなわち、

$$E = \frac{l_1 \sin \theta_2 + l_2 \sin \theta_1}{L \sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (6)$$

そして、 E_{01} :*印のボイドと①のボイドの間の*E*、 E_{02} :*印のボイドと②のボイドの間の*E*、 E_{03} :*印のボイドと③のボイドの間の*E*とする。 $E_{01} \leq 1, E_{02} \leq 1, E_{03} \leq 1$ となることは非常にまれである。そこで、次式が満足された時、破壊発生と判定する。

$$\begin{aligned} (E_{01} + E_{02})/2 &= 1 \quad (\text{in case } \max(E_{01}, E_{02}, E_{03}) = E_{01}) \\ (E_{01} + E_{03})/2 &= 1 \quad (\text{in case } \max(E_{01}, E_{02}, E_{03}) = E_{01}) \\ (E_{02} + E_{03})/2 &= 1 \quad (\text{in case } \max(E_{01}, E_{02}, E_{03}) = E_{02}) \end{aligned} \quad (7)$$

3. 解析結果

3.1 打抜きの実験条件及び実験手順

銅の打抜きの実験を行った。図3に座標軸と記号を示す。まず、材料の引張試験を行い応力とひずみの関係を求めて、それを次式で近似する。

$$\sigma = 410(\epsilon + 0.01)^{0.23} \quad (\text{MPa}) \quad (8)$$

次に、ポンチ外径 $2r_p = 20\text{mm}$ 、ダイス内径 $2r_d = 20.6\text{mm}$ 、 2.10mm 、 21.4mm で打抜きの実験を行った。ただし、初期材料板厚 $t = 10\text{mm}$ である。すなわち、クリアランス $(r_p - r_d)/t = 0.03$,

0.05, 0.07である。なお、ポンチ速度は約0.05mm/s, 板押え圧力は約5MPaであった。ここで、解析では板押えを考慮していない。

また実験では、ポンチ軸を含む断面内の材料のひずみ分布を求めた。すなわちまず、ある縦断面に間隔が0.145mmの正方格子を焼き付けた二枚の材料を準備した。次に、それらの縦断面を互いに密着させて、それらの材料を互いに固定した。そして、それらの縦断面をポンチ軸を含む断面に一致させて、打抜きの実験を開始した。次に、打抜きの実験を途中で中止した後、それらの縦断面を互いに分離して、CCDカメラを用いて撮影した。そして再び、それらの縦断面を互いに密着させて、打抜きの実験を再開した。それらの縦断面を互いに密着させてから CCDカメラを用いて撮影するまでの手順を数回繰り返した。

3.2 打抜きの解析条件

実験の加工条件と同じ加工条件で打抜きの解析を行う。図3に初期要素分割を示す。まず、ポイド率の変化を表す発展方程式を次式で仮定する。この発展方程式は、既報³⁾で使用されている。

$$f=(1-f)\varepsilon_{xx}+A\left\langle\frac{\sigma_{xx}}{\sigma}-B\right\rangle^{\frac{1}{n}} \quad (9)$$

ここで、A及びBは材料に依存する定数である。また、xが正の時 $\langle x \rangle = x$ であり、xが負の時 $\langle x \rangle = 0$ である。式(9)の右辺第一項はポイドの成長を表し、右辺第二項はポイドの発生を表す。すなわち、右辺第二項は静水圧応力がある値以上の時ポイドが発生することを示す。

次に、解析結果が実験結果と大きく異ならないように、A及びBを次式のように仮定する。

$$A=0.6, B=0.5 \quad (10)$$

さらに、初期ポイド率を0.1%と仮定する。また、材料とポンチ及び材料とダイスがすべり接触すると考える。そして、材料とポンチの間及び材料とダイスの間の摩擦がクーロンの法則に従うと考え、摩擦係数を0.1と仮定する。また、その他の解析法の詳細は既報¹⁾²⁾で説明されている。なお、破断面同士の間及び破断面同士間の摩擦を考慮していない。

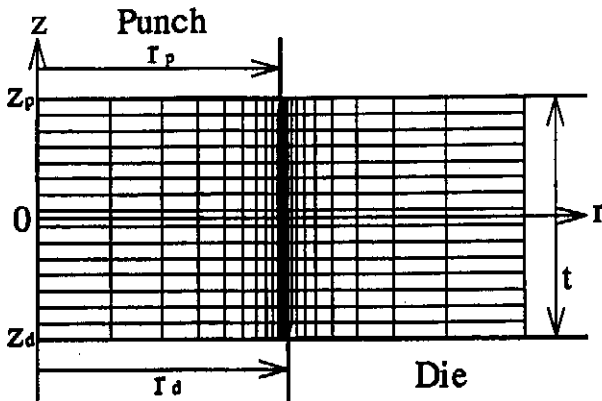


図3 座標軸と記号及び初期要素分割

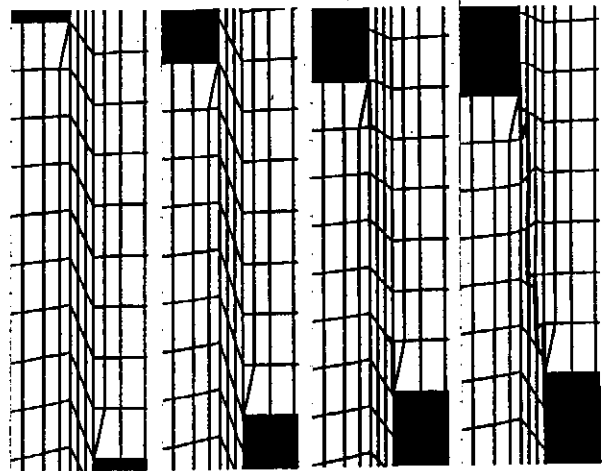
3.3 解析結果と実験結果の比較

図4にクリアランスが3%の場合のクリアランス内部の有限要素分割を示す。ここで、ポンチストロークをsで表す。また、太線は分離された辺を表す。まず図示しないが、ダイス角部でき裂が発生する。次に、ポンチ角部でき裂が発生する。そして、それらのき裂が進展して、材料が破断する。

図5にクリアランスが3%の場合のクリアランス内部の縦断面写真を示す。まず、図(a)に示すようにダイス角部でき裂が発生する。そして、そのき裂が進展して、材料が破断する。

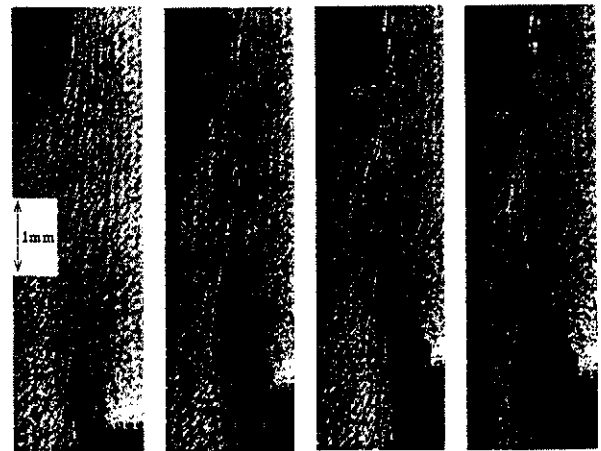
図6にクリアランスが5%の場合のクリアランス内部の有限要素分割を示す。まず、ダイス角部でき裂が発生する。次に図示しないが、ポンチ角部でき裂が発生する。そして、それらのき裂が進展して、材料が破断する。

図7にクリアランスが5%の場合のクリアランス内部の縦断面写真を示す。まず、図(a)に示すようにダイス角部でき裂が発生する。そして、そのき裂が進展して、材料が破断する。



(a)s/t=0.430 (b)s/t=0.540 (c)s/t=0.595 (d)s/t=0.636

図4 クリアランス内部の有限要素分割((r₁-r₂)/t=0.03)



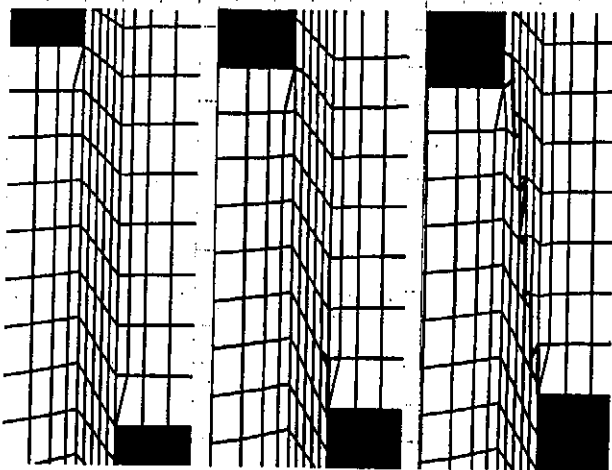
(a)s/t=0.43 (b)s/t=0.54 (c)s/t=0.59 (d)s/t=0.63

図5 クリアランス内部の縦断面写真((r₁-r₂)/t=0.03)

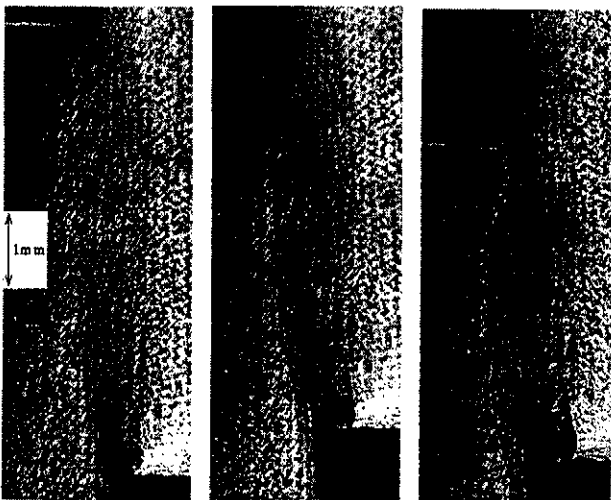
図4から図7より次のことが言える。解析及び実験では、ダイス角部でき裂が最初に発生する。そして、解析より得られたき裂発生時のポンチストロークは実験より得られたそれよりも大きい。しかし、解析より得られた材料破断時のポンチストロークは実験より得られたそれと大きく違わない。

図8に $z=(z_p+z_d)/2$ 上の変形勾配 $\partial z/\partial R$ を示す。ここで、 z_p :ポンチ下面の z 座標、 z_d :ダイス上面の z 座標、 R :変形前の r 座標である。この変形勾配はせん断変形を表す。解析結果を実線で、実験結果を点線で示す。解析及び実験より得られた変形勾配は、クリアランス内部で大きく、ポンチストロークの増加と共に増加する。また、解析より得られた変形勾配は実験より得られたそれよりも幾分大きい。

図9に打抜き品及び打抜き穴の写真を示す。また、図10に打抜き品及び打抜き穴の要素分割を示す。解析では材料を離散化しているため、解析より得られた破断面形状は実験より得られたそれよりも多少凸凹である。しかし、解析より得られた材料形状は実験より得られたそれと概ね一致する。



(a) $s/t=0.500$ (b) $s/t=0.553$ (c) $s/t=0.599$
 図6 クリアランス内部の有限要素分割($(r_d-r_p)/t=0.05$)



(a) $s/t=0.46$ (b) $s/t=0.51$ (c) $s/t=0.56$
 図7 クリアランス内部の縦断面写真($(r_d-r_p)/t=0.05$)

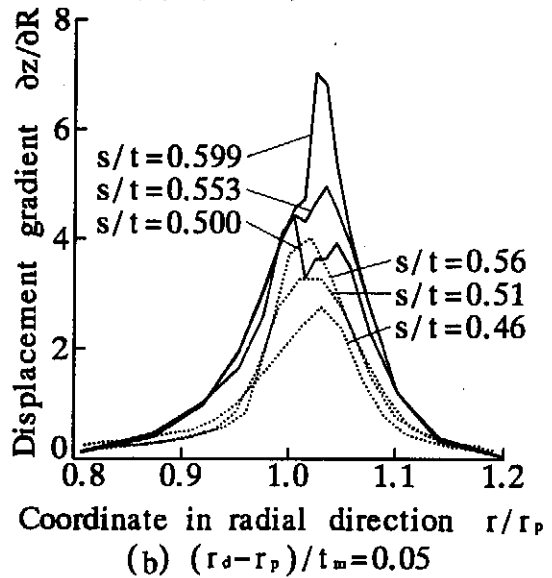
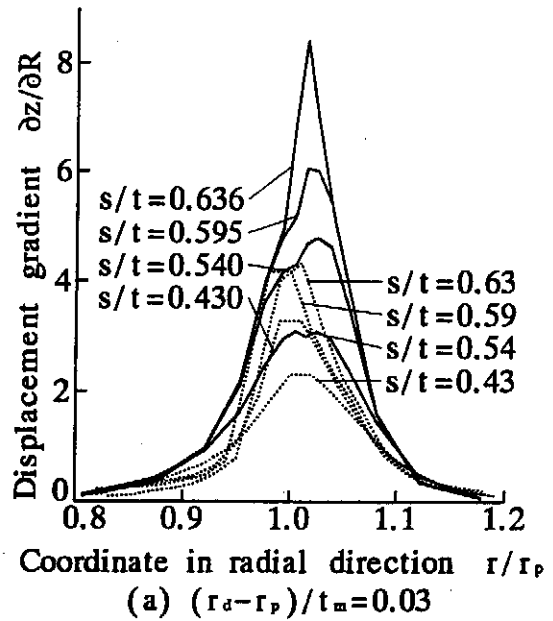
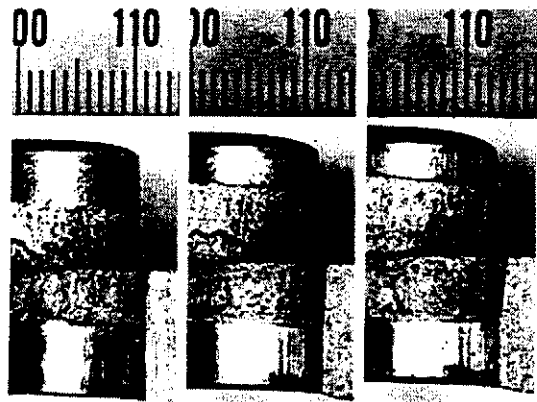


図8 $z=(z_p+z_d)/2$ 上の変形勾配 $\partial z/\partial R$



(a) $(r_d-r_p)/t=0.03$ (b) $(r_d-r_p)/t=0.05$ (c) $(r_d-r_p)/t=0.07$
 図9 打抜き品及び打抜き穴の写真

図11にポンチストロークと荷重の関係を示す。ポンチストロークの増加と共に、解析及び実験より得られた荷重はまず増加して最大値になり、その後減少してゼロになる。実験より得られた荷重は、ポンチストロークの増加と共に単調に減少する。一方、解析では材料を離散化しているため、解析より得られた荷重は、ポンチストロークの増加と共に階段状に減少する。しかし、解析結果は実験結果と概ね一致する。

以上より次のことが言える。解析結果と実験結果は定性的によく一致する、また定量的に概ね一致する。これより、前章で提案した微視的モデルによる材料破壊の評価方法の妥当

性が確認された。

なお、既報³⁾では、式(10)の代わりに次式を使用した。

$$A=0.2, B=0.7 \quad (11)$$

ここで、既報及び本論文で使用した材料は銅である。

本研究の目的は、あらゆる様式の塑性加工に使用できる発展方程式、すなわち式(9)を提案することである。もし式(9)が適切ならば、式(10)と式(11)は一致する。しかし、式(10)と式(11)は異なる。すなわち、あらゆる様式の塑性加工に使用できる発展方程式を提案することは、今後の課題である。

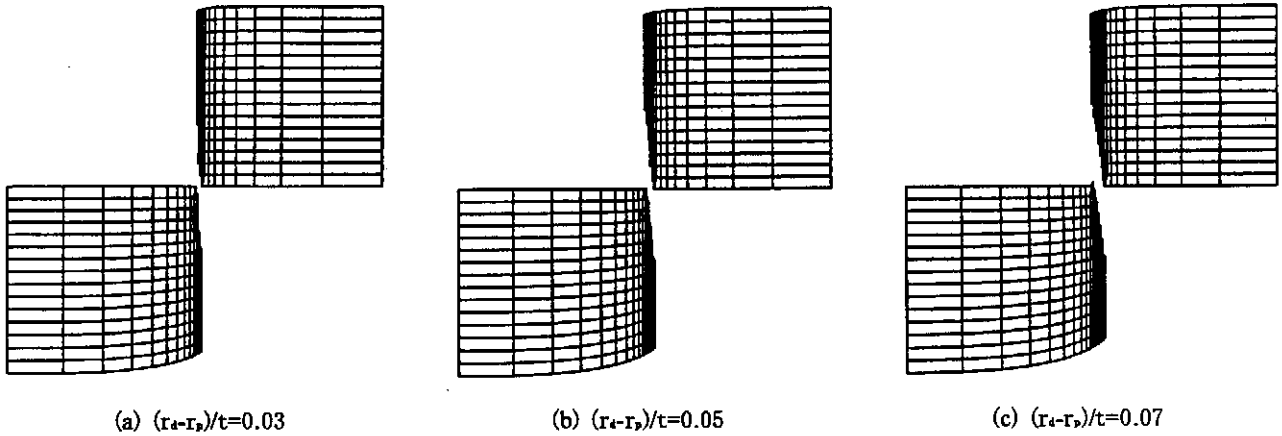


図10 打抜き品及び打抜き穴の要素分割

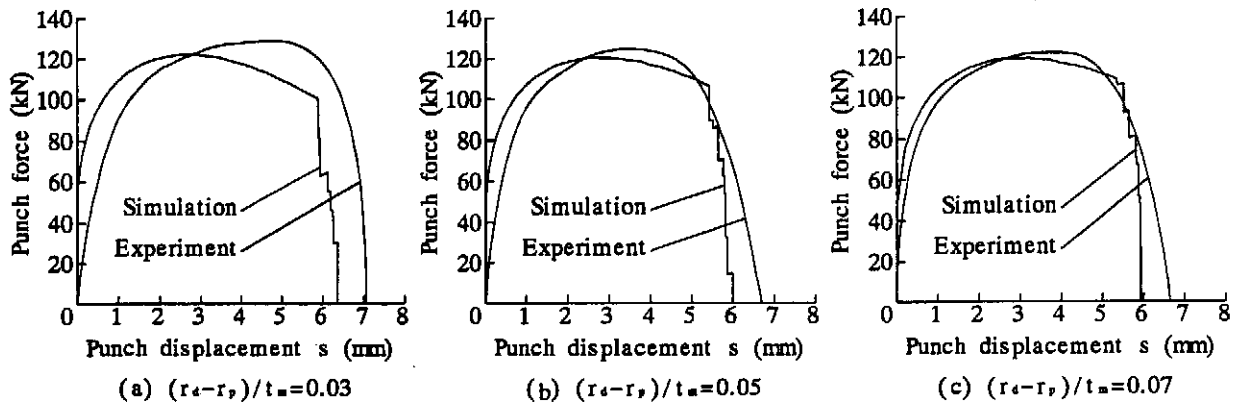


図11 ポンチストロークと荷重の関係

4. 結言

塑性加工の解析に用いることが可能な、延性破壊を評価する微視的モデルを提案した。そして、このモデルを材料破壊後のき裂の進展挙動を解析できる FEM プログラムに組み込んで、せん断加工の解析を行った。

得られた結果を以下に要約する。

- (1) 微視的モデルによる延性破壊の評価方法を提案した。特に、多くのステップを必要とする増分解析で有効な解析法を示した。
- (2) 様々なクリアランス(ポンチとダイスの隙間)においてせん断加工の解析及び実験を行った。そして、解析より得られた、

き裂の進展挙動、せん断変形を表す変形勾配、打抜き品及び打抜き穴形状、そしてポンチストロークと荷重の関係が、実験より得られたそれらとほぼ一致した。

以上より、提案したモデルの妥当性が明らかになった。

参考文献

- 1) 小森和武：塑性と加工，37-426(1996)，755-760。
- 2) 小森和武：塑性と加工，38-433(1997)，129-134。
- 3) 小森和武：塑性と加工，39-452(1998)，949-953。
- 4) Thomason, P.F.: J. Inst. Met., 96(1968), 360-365。