

有限要素法・離散化最適化手法による板成形最適設計システムの開発

(良成形能を有する板材結晶集合組織探索)

大阪工業大学 工学部 機械工学科
教授 仲町 英治

(平成9年度研究開発助成 AF-97003)

1. 研究の目的と背景

高機能材料創成のためのコンピュータシミュレーション技術は近年著しい進歩を示している。材料/加工/構造の統合的最適化設計システムの構築は現代的課題である。著者らは結晶微視形態と材料特性の計測を行うことで、結晶塑性材料モデル¹⁾を用いた弾/結晶粘塑性有限要素法²⁾を開発している。多くの工業材料は多数の結晶粒の集合体であるが、その方位は結晶粒ごとに異なる。このような多結晶材料でも、製造工程において結晶粒の配向の統計的偏り、すなわち優先方位が発生し、集合組織^{3), 4)}を有することが知られている。多結晶にも集合組織の発達程度に応じて単結晶の異方性が受け継がれる。そこで、この異方性を活用して素材の特性を最大限に発揮させる、あるいはその悪影響を軽減させるための集合組織設計技術は機能材料開発のための重要な課題と考える。そこで有限要素法と離散化最適化手法を融合した板材料創成設計システムの開発を行い、高成形能を有するアルミ合金の集合組織設計に適用した結果を示す。アルミ合金の集合組織設計を行い、システムの有効性を検討した結果を示す。

2. 弾/結晶粘塑性構成式の導出

すべり系 (a) において、結晶で定義されるすべり面に対する単位法線ベクトルを \mathbf{m}^a 、すべり方向の単位ベクトルを \mathbf{s}^a とする。これらのベクトルは変形に伴い回転する。そこで、変形後のベクトルを \mathbf{m}^{*a} 、 \mathbf{s}^{*a} とすると、変形速度勾配テンソル \mathbf{L} 、変形速度テンソル \mathbf{d} および連続体スピテンソル \mathbf{w} は次式のように表される。

$$\mathbf{L} = \mathbf{d} + \mathbf{w} \quad (1)$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^* + \mathbf{d}^p, \mathbf{w} = \mathbf{w}^* + \mathbf{w}^p \quad (2)$$

$$\mathbf{L}^p = \mathbf{d}^p + \mathbf{w}^p = \sum_a \dot{\gamma}^a \mathbf{s}^{*a} \mathbf{m}^{*a} \quad (3)$$

ここで、添字^{*}は格子の伸びと回転の成分、添字^pはすべりの成分、 $\dot{\gamma}^a$ はすべり系 (a) のせん断ひずみ速度をそれぞれ表す。

変形速度テンソルの塑性部分 \mathbf{d}^p およびスピテンソルの塑性部分 \mathbf{w}^p は次式のようになる。

$$\mathbf{d}^p = \sum_a \mathbf{P}^a \dot{\gamma}^a, \mathbf{w}^p = \sum_a \mathbf{W}^a \dot{\gamma}^a \quad (4)$$

ここで

$$2\mathbf{P}^a = \mathbf{s}^{*a} \mathbf{m}^{*a} + \mathbf{m}^{*a} \mathbf{s}^{*a} \quad (5)$$

$$2\mathbf{W}^a = \mathbf{s}^{*a} \mathbf{m}^{*a} - \mathbf{m}^{*a} \mathbf{s}^{*a}$$

結晶のすべり変形によって弾性構成関係式は影響を受けないとすると、速度形の構成式は次式のようになる。

$$\hat{\mathbf{S}}^* = \mathbf{D}^* : \mathbf{d}^* \quad (6)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{S}}^*$ は客観性を持つ Kirchhoff 応力の共回転速度である。連続体スピテンソル \mathbf{w} を用いて得られる Jaumann 速度 $\hat{\mathbf{S}}$ を採用した速度形構成式はつぎのように求めることができる。

$$\hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{S}}^* - \sum_{a=1}^N \beta^a \dot{\gamma}^a = \mathbf{D}^* : \mathbf{d} - \sum_{a=1}^N \mathbf{R}^a \dot{\gamma}^a \quad (7)$$

ここで

$$\mathbf{R}^a = \mathbf{D}^* : \mathbf{P}^a + \beta^a \dot{\beta}^a = \mathbf{W}^a \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{W}^a \quad (8)$$

さらに、Cauchy 応力の速度 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ は次式のようになる。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\mathbf{S}} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{S}} + \mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{w} \quad (9)$$

結晶のすべり系 (a) におけるせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}^a$ を求めるためにつぎに示す粘塑性構成式を採用する⁵⁾。

$$\dot{\gamma}^a = \dot{a} \left[\frac{\tau^a}{g^a} \right] \left[\frac{\tau^a}{g^a} \right]^{1/m} \quad (10)$$

$$\tau^a = s^{*a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{m}^{*a} = \mathbf{P}^a : \boldsymbol{\sigma} \quad (11)$$

ここで、 τ^a はすべり系 (a) の分解せん断応力、 g^a はすべり系 (a) の基準せん断応力、 \dot{a} は基準せん断ひずみ速度、 m はひずみ速度感度指数である。せん断ひずみが零の時 g^a は臨界分解せん断応力 τ_0 となるが、一般に g^a はつぎに示す硬化発展の速度 \dot{g}^a を積分することで求めることができる。

$$\dot{g}^a = \sum_{b=1}^N h_{ab} |\dot{\gamma}^b| \quad (12)$$

ここで、 h_{ab} はすべり系 (b) がすべり系 (a) の硬化に及ぼす影響因子、 N はすべり系の数である。 h_{ab} は γ の関数であり次式を用いる。

$$h_{ab} = h(\gamma) q_{ab} \quad (13)$$

$$h(\gamma) = h_0 n C \{C(\gamma_0 + \gamma)\}^{n-1} \quad (14)$$

ここで、 h_0 は初期硬化率、 C は硬化係数、 n は硬化指数、 γ_0 は初期せん断ひずみ、 q_{ab} は潜在硬化の大きさを表すパラメータを示す。

さらに、任意のすべり系での基準せん断応力を g とし、すべり仕事に起因する温度上昇による熱軟化を考慮した場合の基準せん断応力 g_s とすると、つぎの関係が成立すると仮定した。

$$g_s = g(1 - \eta\theta) \quad (15)$$

ここで、 η は軟化係数、 θ は温度上昇を示す²⁾。

3. 最適化手法

3.1 シンプレックス法⁶⁾

本研究では、目的関数が設計変数によって陽に表すことができない問題に対して適用される離散化最適化手法のひとつであるシンプレックス法を用いる。シンプレックス法は n 次の設計変数空間上の $n+1$ 個の点での目的関数 ϕ の比較によって探索を行う手法である。設計変数空間の $n+1$ 個の独立な点を頂点とする凸包をシンプレックスといい、シンプレックスの頂点で ϕ が最大となる頂点を X_h 、2 番目に大きな頂点を X_s 、最小となる頂点を X_l とする。さらに、 X_h 以外の頂点から生成される重心を \bar{X} とする。以上より、次のような基本手続きを定義する。

1. 鏡映: $X_r = (1+r)\bar{X} - rX_h, r > 0$
2. 拡張: $X_e = tX_r + (1-t)\bar{X}, t > 0$
3. 収縮: $X_c = sX_h + (1-s)\bar{X}, s \in (0,1)$
4. 縮小: $X_{new}^i = (X_i + X_{old}^i)/2, i = 1, 2, \dots, n+1$

通常、 $r=1, s=0.5, t=2$ を用いる。Fig.1 には基本手続きの模式図を示す。

以上の基本手続きを基にして探索を行う。収束判定は次式に示すように、シンプレックスの各頂点での目的関数値の標準偏差値を用いることにした。

$$\sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} (\phi(x^i) - \bar{\phi})^2} \leq \epsilon \quad (16)$$

$$\bar{\phi} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \phi(x^i)$$

ここで、 ϵ は収束判定値である。

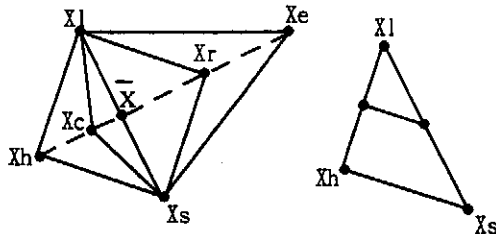


Fig.1 Operations of simplex

3.2 ハイブリッド法⁷⁾

複数の局小解を持つ場合の最小解探索に対して確実かつ効率的な探索法である格子探索法とシンプレックス法を融合させたハイブリッド法を適用する。つまり、格子探索法により目的関数曲面の概要を知った上で、各局小解付近に初期シンプレックスを設定し、探索を行う手法である。

4. 最適化問題の定義

Fig.2 に示す LDH 試験を採用し、有限要素解析により最小板厚ひずみを求め、その値を成形能を表す評価基準値とした。つまり、最小板厚ひずみの絶対値が小さいほど成形性が高いと判定した。また、解析で用いたアルミ合金の材料特性値を Table 1 に示

した。ここでは、長嶋らのアルミ板材料の集合組織（結晶方位分布）に関する研究成果および著者らによる実験計測結果⁸⁾を参考にして、3つの主要な優先方位を選択した。つまり、Fig.3 に示す板材圧延集合組織である Brass 型 (B 方位) および Copper 型 (C 方位)、さらに再結晶集合組織である Cube 型 (W 方位) である。設計変数として、これらの優先方位（オイラー角によって定義）からの分散角度を採用した。それぞれの方位を持つ単結晶板材料の LDH 試験での板厚ひずみ分布解析結果を Fig.4 に示す。設計変数である分散角度は、B, C および W 方位に対して α, β および γ で表し、その範囲は $0^\circ \sim 10^\circ$ とした。有限要素としては、8 節点アイソパラメトリック・選択低減積分要素を採用し、各積分点に設定した分散角度の範囲内で一様に分布するように結晶方位を割り当てた。Fig.2 に示すように長方形板の $1/4$ 領域を 1125 有限要素に分割した。ここでは、球頭ポンチを 20mm 進行させた時の板厚減少率を評価指数（目的関数）とする。本最適化では、3 設計変数 α, β, γ の組み合わせによって得られる結晶方位分布を持つ有限要素モデルの LDH 試験解析を行う。つぎに、解析によって得られた最小板厚ひずみが最小になる、つまり成形能が最良である結晶方位分布の組み合わせ (α, β, γ) を離散化最適化手法によって求める。本研究は、板材集合組織の最適設計手法の開発と言える。

LDH 試験の有限要素解析から得られる最小板厚ひずみの絶対値を目的関数として定義するとつぎのようになる。

$$\phi(\alpha, \beta, \gamma) = |\epsilon_{\min}| \quad (17)$$

ここで、 ϵ_{\min} は最小板厚ひずみを表す。

以上より、本研究での最適化は次の制約条件下で最小板厚ひずみの絶対値を最小にする問題と定義できる。

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \phi(\alpha, \beta, \gamma) \\ & \text{subject to } 0 \leq \alpha \leq 10, 0 \leq \beta \leq 10, \\ & \quad 0 \leq \gamma \leq 10 \end{aligned} \quad (18)$$

Table 1 Material properties parameter

Young's modulus	E=69GPa
Poisson's ratio	$\nu=0.33$
critical resolve shear stress	$\tau_0=50.0\text{MPa}$
initial value of hardening coefficient	$h_0=140.0\text{MPa}$
reference shear strain rate	$\dot{\alpha}=0.5/\text{s}$
strain rate sensitivity	$m=0.03$
specific heat of the material	$c=9.6 \times 10^6(\text{mm})^2/(\text{s}^2\text{C}^{-1})$
density	$\rho=2.7 \times 10^{-7}\text{MPa}/(\text{mm}/\text{s})^2$
hardening coefficient	C=0.327
hardening exponent	n=0.35
thermal softening coefficient	$\gamma=0.02$
initial shear strain	$\gamma_0=0.002$

5. 研究成果

初めに, Fig.5 に示すように格子探索法により 3 次元目的関数分布を求めた. 図は $\gamma=0, 2, 4, 6, 8$ および 10 の断面における等高線図を示す. 格子探索法では, 設計変数の格子間隔を 2° として合計 216 の格子点における目的関数値を求めた. 図より目的関数値の分布に偏りが見られ, Brass 方位分散角 α が $7\sim 10^\circ$, Copper 方位分散角 β が $0\sim 3^\circ$ 付近に複数の局小解が存在することがわかる. つぎに, シンプレックス法を適用し, 最適解探索を行った.

Fig.6 に探索初期に設定したシンプレックスおよび収束点を示した. 許容領域全域を覆うようにシンプレックスを設定したところ, 5 つの局小解に収束した. 格子探索法で予想されたように, α が $7\sim 10^\circ$, β が $0\sim 3^\circ$ の領域に収束していることがわかる. 格子探索法は解の分布状態しか把握できないのに対し, シンプレックス法は解の収束点を知ることができる. しかし, 全領域を探索するためには多くの計算回数が必要となる. さらに大域的局小解, つまり最小解を得る保証はない. そこで, 計算回数を減らす目的でハイブリッド法を適用した.

Fig.7 に格子探索法から得られた局小解領域に関する情報を参考にして設定した初期シンプレックスおよび収束点を示す. Table 2 に各最適化手法における局小解の値と設計変数値および計算回数を示した.

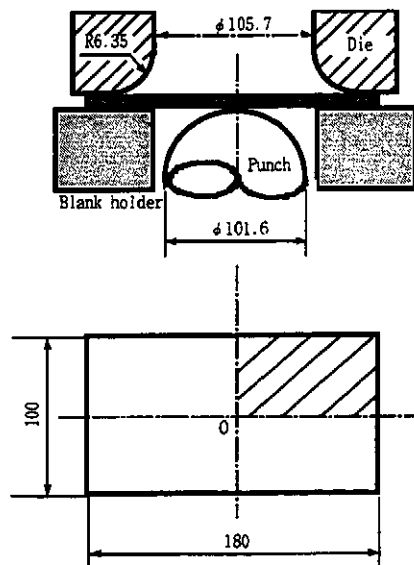


Fig.2 Sheet and tool geometry of LDH test

The sheet thickness is 0.92mm and 1125,8-node SRI solid elements are employed. The punch is linearly accelerated to a maximum speed 20m/s within 10mm

punch travel, and this speed is maintained throughout the remaining incremental calculation steps.

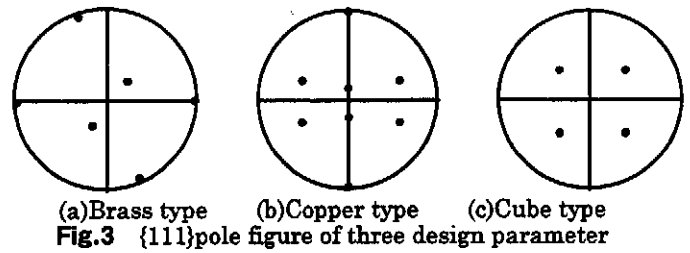


Fig.3 {111} pole figure of three design parameter

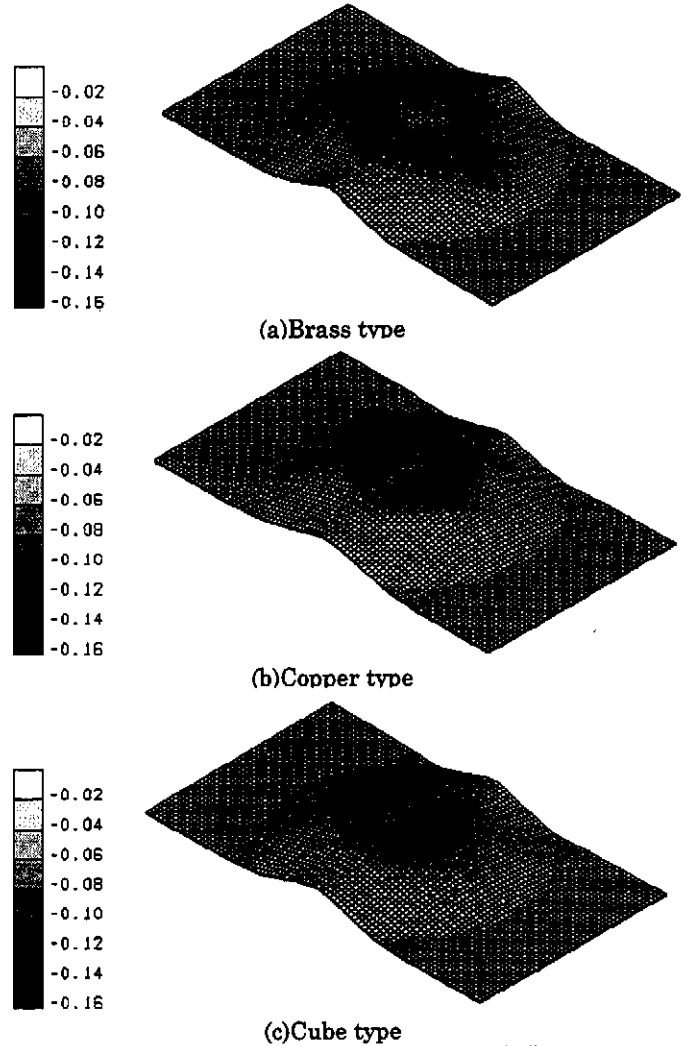


Fig.4 Thickness strain distributions of LDH tests at 20mm punch travel. (single crystals)

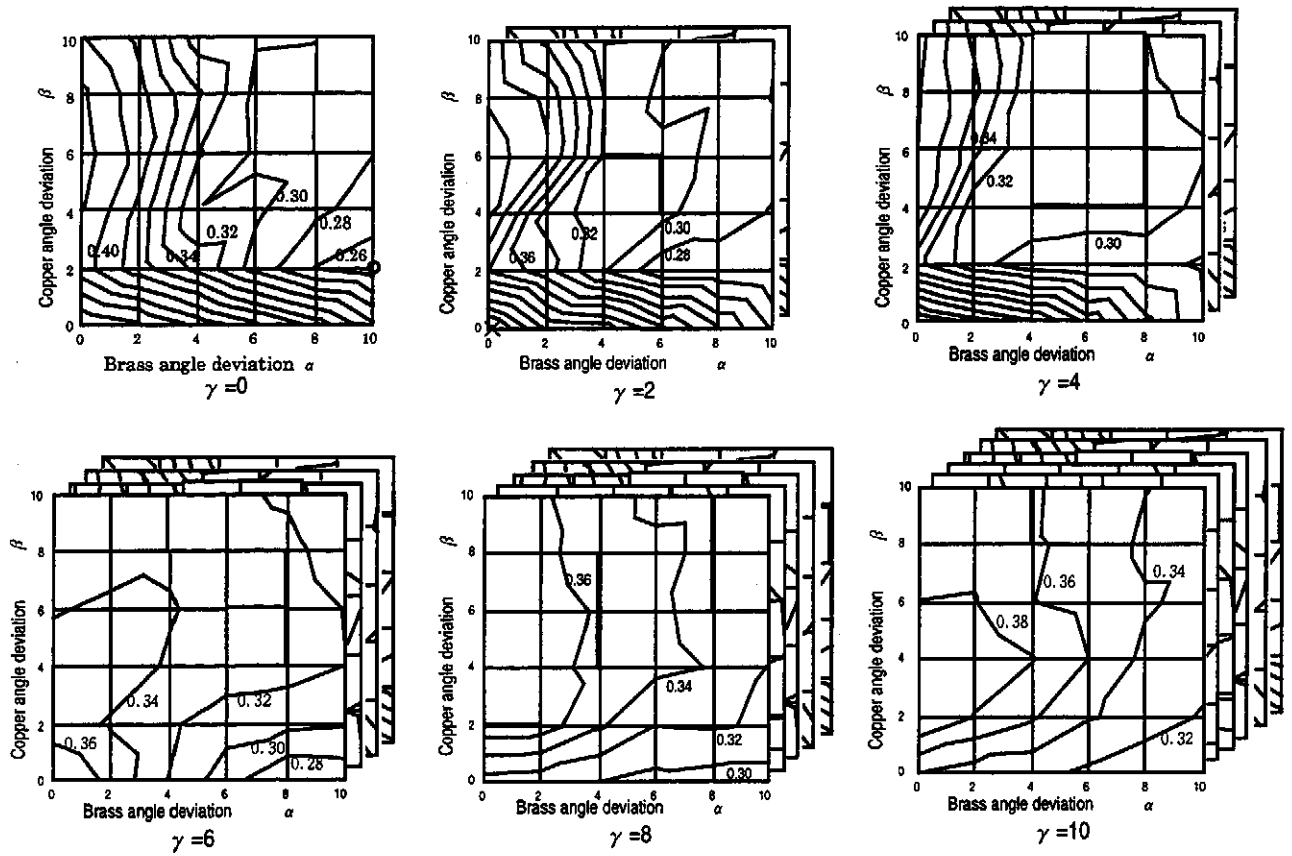


Fig.5 Grid search method (γ : Cube angle deviation)

○ $|\varepsilon_{\min}|_{best} = 0.247$ at $(\alpha=10, \beta=2, \gamma=0)$ and $\times |\varepsilon_{\min}|_{worst} = 0.508$ at $(\alpha=0, \beta=0, \gamma=2)$

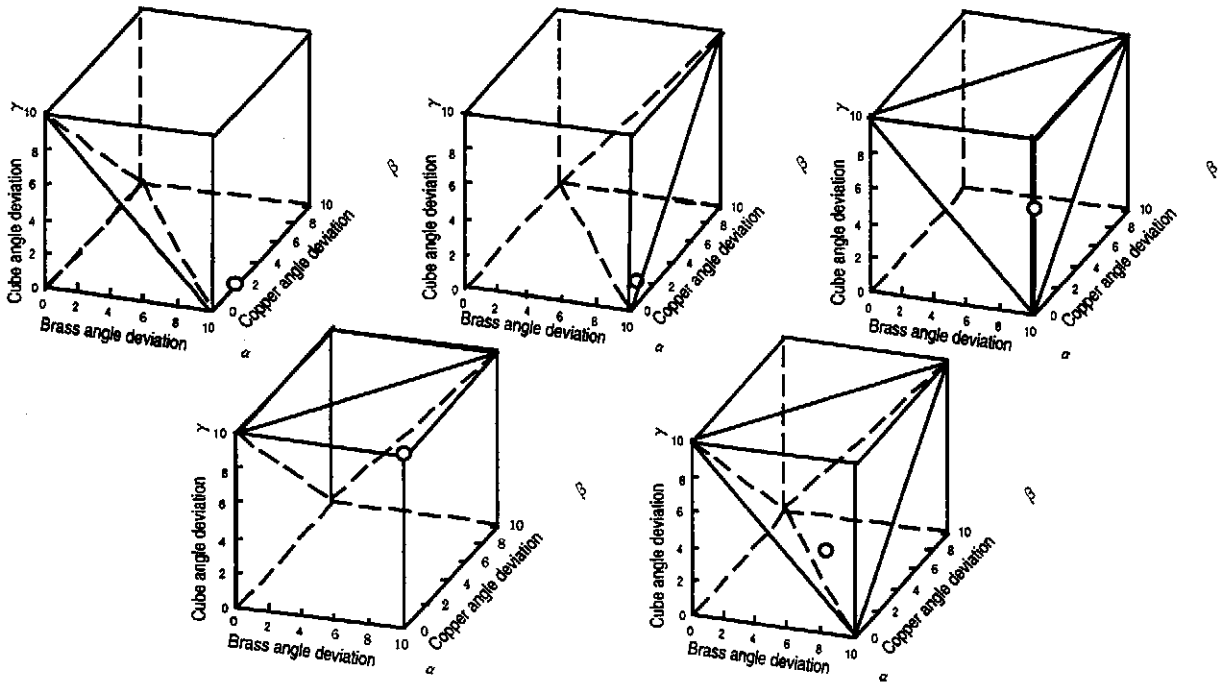


Fig.6 Simplex method

The first simplex and convergence point ○ are shown.

今回の最適化計算では、格子点近傍 ($\alpha=10, \beta=2, \gamma=0$) において最小値を示したために、精度および計算回数で定義される効率は格子探索法が最良となった。しかし、格子点上に最小解がない場合の効率的な探索法としてはハイブリッド法が最良な手法と考えられる。

また、Fig.8 に今回の有限要素解析で得られた最良解での板厚ひずみ分布および変形前後の{111}極点図の変化を示す。Fig.9 に最悪解でのそれを示した。最良解の条件の方が結晶の回転が少ないことが分かる。つまり、局所的なひずみ集中は顕著でなく、滑らかなひずみ分布を示すことから結晶方位の回転が少ないと考えられる。最悪解では中央部へのひずみ集中が著しいが、最良解では外側に分散しひずみ集中が緩和されていることが分かる。集合組織の分布状態により、板厚ひずみの分布状態も変化し、ひずみ集中の緩和、つまり成形能の向上が可能となることが確認できた。

Table 2 Values at minimum points

	L	C(α, β, γ)	T
Grid search method	0.247	(10,2,0,0)	216
Simplex method	0.248	(10,2,1,0.1)	397
	0.252	(9.3,2,0,0.1)	
	0.268	(9.9,0,0,6.0)	
	0.303	(10,0,0,10)	
	0.273	(6.7,2,0,2.6)	
Hybrid method	0.247	(10,2,0,0)	310

L:Local minimum value of thickness strain
C:Convergence point at design parameter values
T:the number of FE calculations

6. 結 言

3つの代表的な集合組織の組み合わせを基にして結晶方位分布モデルを作成し、優先方位からの分散角度を設計変数とすることで最良な成形能を有する結晶方位分布状態を探索した。アルミ合金板材に適用した結果から、本最適材料設計手法が板材の集合組織設計のための有効な手法となることが分かった。

7. 謝 辞

本研究は天田金属加工機会技術振興財団の研究開発助成 (AF97003) によって行われたことを付記し、財団および関係各位に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 富田佳宏：数値弾塑性力学，(1990)，185，養賢堂。
- 2) Eiji Nakamachi and Xianghuai Dong：Engineering Computations, 13-2/3/4 (1996)，308。
- 3) 長嶋晋一：集合組織，(1984)，丸善。
- 4) 伊藤邦夫：軽金属，43-5(1993)，285。
- 5) Peirce D., Asaro R.J. and Needleman A.：Acta Metall.Mater., 31 (1983)，1951。
- 6) 今野浩・山下浩：非線形計画法，(1978)，284，日科技連。
- 7) 片山徳生・仲町英治・中野健史：日本機械学会論文集中(A編)，61-590 (1995)，1。
- 8) 森本秀夫・仲町英治：平成8年度塑性加工春季講演会講演論文集，(1996)，36。

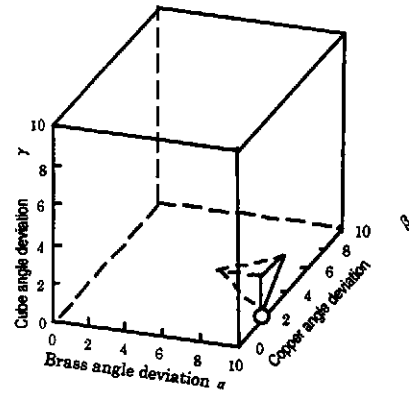
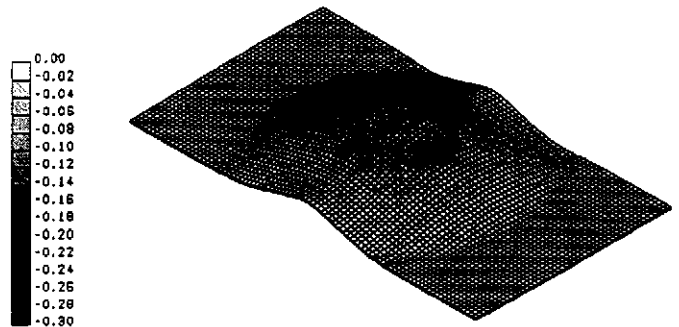
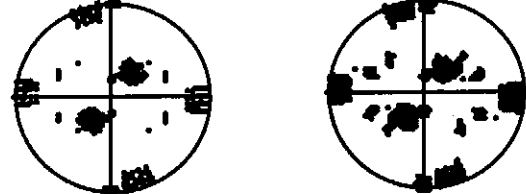


Fig.7 Hybrid method

The first simplex and convergence point \circ are shown.



(a) Thickness strain distributions

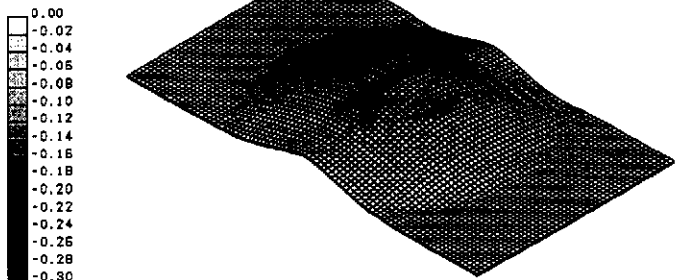


before deformation after deformation

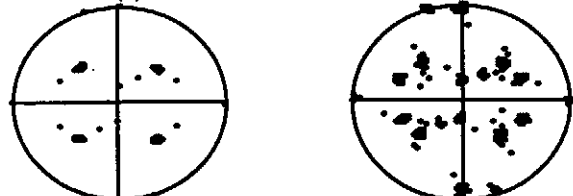
(b) {111} pole figure

Fig.8 Best condition

$\epsilon_{min} = -0.247$ ($\alpha=10, \beta=2, \gamma=0$)



(a) Thickness strain distributions



before deformation after deformation

(b) {111} pole figure

Fig.9 Worst condition

$\epsilon_{min} = -0.508$ ($\alpha=0, \beta=0, \gamma=2$)