

薄板成形におけるひずみ測定システム

東京農工大学 工学部 機械システム工学科

教授 澤田 学夫

(平成7年度研究開発助成 AF-95005)

1. まえがき

塑性加工における材料破断やしわなどが発生する限界のひずみを予め知ることは、省資源、デザインなどの製品価値、及びプレス型の製作時間の短縮の観点から重要なことで、材料の変形限界は理論的にも材料学的見地からも国内外を問わず種々研究が進められている。このため、成形された製品の受けているひずみやゆがみなどの不良形状の程度を測定することが先決である。ところが従来行われていたひずみ測定法は、多數の格子点を工具顕微鏡で測定するとか、加工前の素形材に多數のサークルを印刷したり焼き付けておき、成形後変形したサークルの形を粘着テープなどによる手間のかかる、かつ精度の良くない方法で測定していた。これを改善する方法として、カメラを使った光学的に測定し、画像処理する方法もこの10数年試みられているが、光の取り扱いの難しさがあるため実用に至っていない。

そこで本研究では、光学的に物体を測定し画像処理を施す、従来試みられている方法を発展させた。すなわち、第1に新しいひずみ測定法を取り入れて実用的にすること、第2に精度を向上させる方法を開発することである。第3に、ひずみ測定法として多種類の方法を同一画像計測システムで計測し処理できることである。

2. 実験装置ならびに研究方法

実験装置は、イメージセンサカメラとしてビジョンカメラ（浜松フォトニクス（株）、C1000, 1024×1024pixel）と、パソコン用コンピュータ（日本電気（株）、PC-9801）及びエンジニアリングワークステーション（YHP、HP9000）である。C言語による画像処理プログラムを変更すれば種々の測定に利用できるので、以下に述べる4種類の研究を行った。

3. 平行直線格子の反射による面ひずみの簡易測定法

3-1 はじめに

自動車のボディーパネルをプレス成形する際に生じやすい面ひずみの検出は、油砥石を用いるか、作業者の官能検査によっている¹⁾。近年、自動車の外板の高級品指向で鮮映性の要求が高まっている

ことに伴って、3次元表面形状の光学的画像計測技術の開発が行われている。特殊な反射板の反射指向特性を利用し、逆反射スクリーンと呼ばれる高感度のうねりの検出装置が開発されている²⁾。また、サイズの微小な凹凸がある場合の検査にも、光源にあるパターンを試験片の面で反射させ、凹凸によるパターンのゆがみからμmオーダーの膨らみ高さを検出している³⁾。一方、変形前後の試験片に格子を投影し、その2つの反射像を重ねることにより、モアレ縞を発生させて、感度良く物体面の勾配を求める方法も報告されている⁴⁾。これらは高価で複雑な装置であったり、さらに面ひずみ量とその発生位置を求めるることは難しいようである。

ここでは、平行な直線格子を鏡面状の被測定表面に反射させ、その反射像から発生した面ひずみ（板の形状）を定量的に測定することができる簡易的方法をまとめた⁵⁾。生産現場では従来から使用されている方法であるが、まだ解析されてなく測定精度も報告されていないようである。本装置は格子の反射を測定するので面のゆがみ量を面の傾きで検出し、かつゆがみの位置を算出することができる。

3-2 解析方法

Fig. 1 に測定装置の概要を示す。

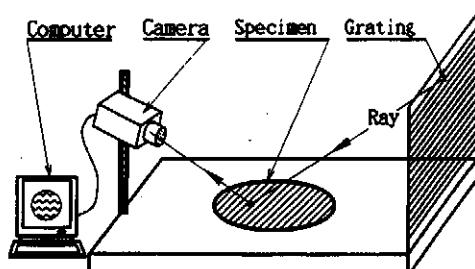


Fig. 1 System of Measurement.

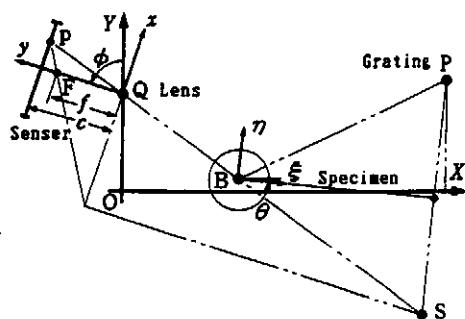


Fig. 2 Geometry of the optical system.

Fig. 2 は光学系を示しており、全体座標 X-Y のほか、試験片状の格子の反射点 B における $x-y$ 座標、及びカメラ主点における $x-y$ 座標を設定し、これらの座標間の関係を求めておく。次に試験片を鏡とする実像 p 点の鏡像 S 点との関係、及び S, B, Q 点が一直線上にある共線条件、及びカメラ内部における結像原理を用いて定式化する。⁹⁾

最初にカメラの位置と傾き角（外部評点要素）を最小自乗法によって求める。次に、この値を用いて試験片上の各点の位置とその点の面の傾きを求める。このように別のスケールを用いずに、格子のピッチをスケールとして測定するように定式化したことの特徴があり、従って測定法が容易になった。

ここでは、カメラの位置による測定分解能の変化を示した後、実際に円形素板（板厚 0.5mm、直径 280mm、材質 SUS430）を角筒ポンチによるエンボス加工した後の面ゆがみを測定し、Fig. 3 の結果を得た。比較のため、角筒式精密輪郭測定器（ミツトヨ製 FORMPAK-300）によって求めた。

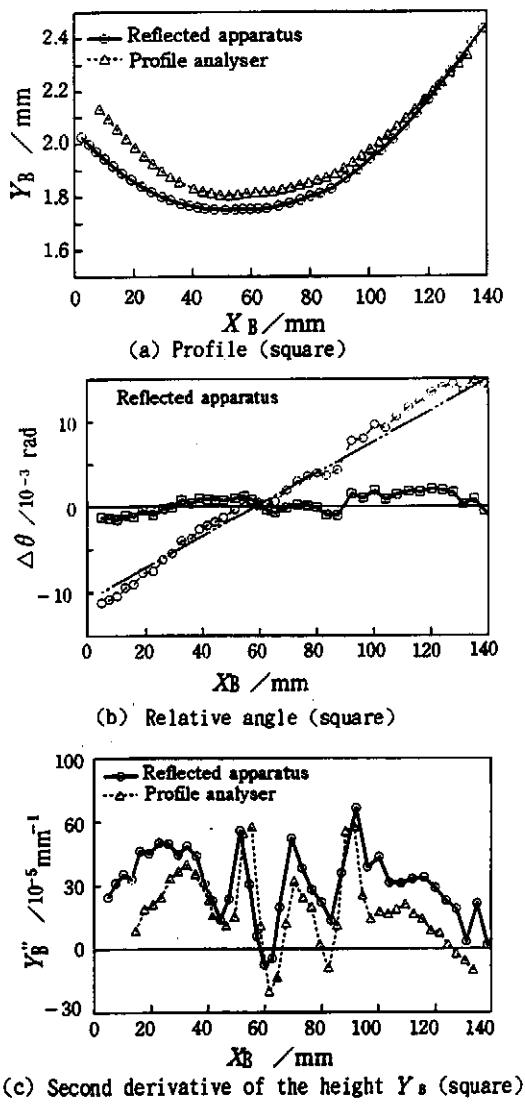


Fig. 3 Surface deflection of the flange embossed by the square punches.

Fig. 3(a) は、試験片の断面プロファイルを示し、Fig. 3(b) は試験片の水平面に対する傾き角の分布である。この傾き角の中には面の大きなうねりも含まれているので、それを除いた相対傾き角で面ひずみを表すと Fig. 3(c) となる。すなわち、2 点鎖線で示した斜線は、データを最小自乗法で直線近似したもので測定部分の大きな傾きを示す。この傾きと各地点の試験片との差がゆがみ量とみなされ、面ひずみと解釈できる。Fig. 3(d) は試験片の断面形状の 2 次微係数ほぼ曲率を示す。

これらの図について官能検査による面ひずみ評価値と対応させて検討する。官能検査の評価値が、 $\Delta Y_B > 0.1 \sim 0.5$ mm, $\Delta\theta > 4 \sim 10 \times 10^{-3}$ rad, Y_B の最大と最小の差 $\Delta Y_B' > 20 \sim 50 \times 10^{-5}$ mm⁻¹ のとき面ひずみが中程度としている。今回の実験から、 $\Delta Y_B'$ は四角筒ポンチの場合 70×10^{-5} mm⁻¹、面ひずみがあると容易に判定できる。相対傾き角 $\Delta\theta$ については、四角筒ポンチの場合は $\Delta\theta < 2 \times 10^{-3}$ rad であり判定が難しい。 ΔY_B については判定がさらに難しい。

3-3 おわりに

本報告では、面ひずみを測定する簡易的な方法を開発し、角度の分解能が 3×10^{-4} rad 以下と小さく、その有効性を示した。本測定結果によれば、面ひずみは曲率の変化の大きさによって良く表される。また本装置は、ゆがみの位置を求めるため、有限要素法による解析結果と対応させることができ、面ひずみの研究の発展が期待できる。

4. イメージセンサカメラによるプレス成形品の三次元形状・ひずみ測定とその解析

4-1 はじめに

塑性成形品の三次元形状とひずみの測定法が種々試みられ、Vogel ほか⁷⁾ はカメラを固定し、測定物を回転させて視差を発生させ、三角測量法によって成形品の測定を報告したが、測定精度については少々記述しているのみである。Luo ほか⁸⁾ は標点をつける代わりにスペックルパターンの面内の移動量を求め、カメラの画素上で ± 0.05 pixel の高精度で標点の特定をした。また橋梁の分野でも CCD ラインセンサーを用いて三次元測定し、測定の簡易化を目指している⁹⁾。

ここでは、卓上で測定できる程度の大きさの塑性加工品の粒子点の算出に航空写真測量法で用いているカメラの内部要素パラメータを取り入れた逐次計算法⁶⁾ を用い、これを一部改良した。次に数値モデルを用いて内部要素パラメータにより測定誤差が改善される状況を調べ、かつイメージセンサカメラを用いた際の粒子点の特定の精度向上方法について述べて実験結果について検討した。¹⁰⁾

4-2 測定方法

Fig. 4 に示すように空間座標系を XYZ、カメラ座

標系を xyz とし、感光面を $z=-c$ とする。ここでカメラ座標系を X, Y, Z 軸周りに ω, ϕ, κ だけそれぞれ負方向に回転させた状態で写真撮影を行ったとする。この時回転行列を用いると、対象物 $P(X, Y, Z)$ の傾いたカメラ座標系における座標 (x_p, y_p, z_p) の変換式が求められる。

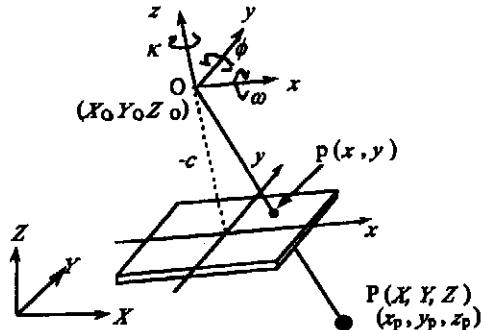


Fig. 4 Geometry of object and image.

画像を測定するに当たり、投影中心、写真像及び対象物が一直線上にあるという共線条件は、次のように求められる⁵⁾。ここで係数は、上記変換式の係数である。

$$x = -c \frac{a_{11}(X-X_0) + a_{12}(Y-Y_0) + a_{13}(Z-Z_0)}{a_{31}(X-X_0) + a_{32}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)} \quad (4)$$

$$y = -c \frac{a_{21}(X-X_0) + a_{22}(Y-Y_0) + a_{23}(Z-Z_0)}{a_{31}(X-X_0) + a_{32}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)}$$

最初に、式の中のカメラの位置と姿勢を示す外部標定要素 $X_0, Y_0, Z_0, w, \phi, \kappa$ を定める。次に測定精度向上のために、光軸の主点位置のずれ、歪曲収差による係数、感光面の曲がりなどの係数を求め、式(1)を補正する（内部評定要素）。測定に当たり、カメラを固定して測定物をある程度回転させて視差を作り、以上の式を用いて注目する各点の座標を求める。

4-3 測定誤差と測定結果

最初に測定誤差を検討すると、カメラの光軸との傾き角は小さいほど良く、視差を生ずる測定物の回転角は30~60度の範囲で良好であることがわかった。カメラの内部評定要素については、Table1のように焦点距離、主点のずれを加えると、測定値は大きく修正される。

Table 1 Improvement of measurement error by camera parameters. (unit : mm)

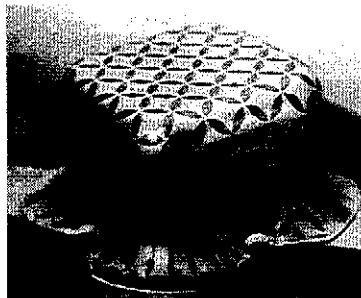
Camera parameters	Difference from true values
① Extrinsic parameters	0.273
② Addition of c to ①	1.51×10^{-2}
③ Addition of x_0, y_0 to ②	5.41×10^{-3}
④ Addition of lens distortion to ③	1.74×10^{-3}
⑤ Addition of curvature of film to ④	9.58×10^{-4}

また測定誤差は、基準点の測定精度よりも、カメラ

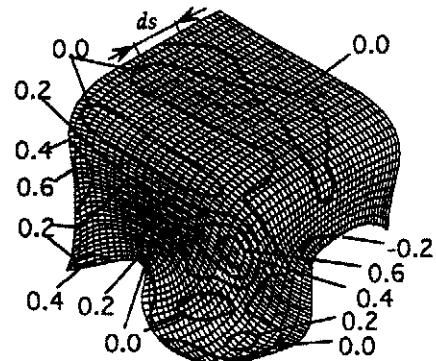
の感光面における白黒の境界線の分解能に依存し、従って実際の測定ではその画像上の位置の特定法に依存するので、その解決策を示した。測定例として、Table2に引張試験片の測定及び工具顕微鏡によるひずみを示す。Fig.5に四角筒容器の測定標識とひずみ分布を示す。

Table2 Results of the tensile test

	Between A and B	Strain (%)		
		Microscope	Camera	Difference
AS182-O	1, 2	10.0	10.0	-0.1
	2, 3	10.1	10.0	-0.2
	3, 4	10.2	10.8	0.6
SPCE	1, 2	15.8	16.2	0.4
	2, 3	15.9	15.1	-0.7
	3, 4	15.3	16.0	0.7



(a) Circles on the specimen.



(b) Strain distribution.

Fig. 5 Cup formed by rectangular punch.

4-4 おわりに

本報においては、カメラの外部・内部標定要素を求めた後、粒子点の三次元測定をする方法を示し、これら2つの標定要素を考えるとその測定精度が向上し、その状況を数値モデルを用いて明らかにした。得られた結果は次のようである。

- 1) カメラ内部標定により測定誤差が改善される状況を示した。すなわち画面距離と主点の位置のずれを考慮すると、それぞれ1桁づつ精度が向上する。
- 2) 測定誤差は基準点の測定精度よりも感光面における境界線の測定分解能、及びその位置の特定方法に依存する。
- 3) カメラの外部標定要素のみを考えた場合の1画

素の読み取り誤差による最大誤差を予測した。

実際の引張試験片の三次元測定で、誤差は $L=2680\text{mm}$ のとき最大で 0.169mm (1.69%) 以内、平均で 0.0992mm (0.992%)、またプレス成形品については最大で 0.143mm (1.43%) 以内、平均で 0.0597mm (0.597%) であった。

以上のように汎用のイメージセンサカメラを用いて比較的高い精度で三次元測定できる方法を示した。

5. 標識を用いたフーリエ位相相関法

5-1 はじめに

画像を用いた形状やひずみの測定では、一次微分法などで一度2値化した後、測定のための処理を行なっている。そのため試験片の光の状態を均一にしたり、2値化後雜音除去を行なったりしなければならない。本報告で用いるフーリエ変換法は図形情報を波形として用いるため、2値化作業がいらず、それに伴う誤差が軽減できる。フーリエ変換を用いた物体の識別において、青木・高橋¹¹⁾はせん断加工を受ける材料の変位を測定する方法として、フーリエ変換を応用し試験片の表面状態の一致から変位を求め、その分布を測定している。

そこで本報告では、フーリエ位相相関法をによって卓上で測定できる程度の大きさの塑性加工品を対象とした。最初に標識を付けた場合の標識の種類と類似度などについて述べた後、測定物を回転させて視差を発生させ、三角測量法によって三次元に変形した物体の形状を測定する¹²⁾。ここで試験片に標識を付ける理由としては、ある程度離れて測定するため測定箇所の位置の判別ができる、変形履歴を測定するための物体点、および三角測量法による三次元測定の際の対応点として標識が必要である。

5-2 フーリエ位相相関法

画像のフーリエ位相相関法は参考画像と観測画像の形状に関する特徴を利用して、識別を行なう手法である。

ここで観測画像 $f(x, y)$ 、参考画像 $h_i(x, y)$ のフーリエ変換画像 $F(\xi, \eta)$ 、 $H_i(\xi, \eta)$ を絶対値の分布 $|F(\xi, \eta)|$ 、 $|H_i(\xi, \eta)|$ および位相分布 $\phi_F(\xi, \eta)$ 、 $\phi_{H_i}(\xi, \eta)$ を用いて示すと次式となる。

$$F(\xi, \eta) = |F(\xi, \eta)| \exp[-j\phi_F(\xi, \eta)] \quad (2)$$

$$H_i(\xi, \eta) = |H_i(\xi, \eta)| \exp[-j\phi_{H_i}(\xi, \eta)]$$

ここで位相に関する項だけをフーリエ逆変換した画像は次式となり、これは画像形状の特徴を良く表す。

$$f^*(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{\exp[-j\phi_F(\xi, \eta)]\} \quad (3)$$

$$h_i^*(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{\exp[-j\phi_{H_i}(\xi, \eta)]\}$$

フーリエ位相相関法で用いる類似度 $g_i(x, y)$ は観

測画像 $f(x, y)$ と参考画像 $h_i(x, y)$ のフーリエ位相画像 $f^*(x, y)$ 、 $h_i^*(x, y)$ ($i=1, \dots, M$) の相互相関で示され、これをフーリエ面で考えると

$$\begin{aligned} g_i(x, y) &= \mathcal{F}^{-1}\{\exp[-j\phi_F(\xi, \eta)]\}[\exp[j\phi_{H_i}(\xi, \eta)]\} \quad (4) \\ &= \mathcal{F}^{-1}\{\exp[-j(\phi_F(\xi, \eta) - \phi_{H_i}(\xi, \eta))]\} \\ &\quad (i=1, \dots, M) \end{aligned}$$

と表される。この場合両方の画像が完全に一致している場合類似度 $g_i(x, y)$ は 1.0 となり、一致していない場合の類似度 $g_i(x, y)$ は 1.0 より小さくなる。

5-3 2値化画像における類似度

三角測量法によって物体の三次元形状を求めるためには、異なる 2 点におけるカメラで取り込んだ画面上においてその対応点を求めなければならぬ。そこで対応点を求めるための標識について位相相関法を用いてどのような特徴を示すかについて以下の数値解析を行なった。

(1) 標識の種類と類似度

Fig. 6 に示すような 2 種類のコンピュータ上で作成した 2 値化画像における雑音の影響について調べた。標識の画像サイズは 64×64 画素とし、標識 1 はサークルグリッドを、標識 2 は格子を模している。

Fig. 7 は白色雑音をランダムに付加したときの画像 $f(x, y)$ と、雑音の無い画像 $h_i(x, y)$ との類似度を式 (4) より求めた結果を示す。これより雑音が多くなるほど類似度は低下するが、特に標識 2 では少量の雑音で類似度が下がってしまう。ここでは雑音が多少あっても、また標識が以下に述べるように多少ゆがんでいても、同一の標識と認識できるという立場から、標識 1 の方が雑音に対して高い識別能力のある標識であるといえる。



Fig. 6 2 値化標識

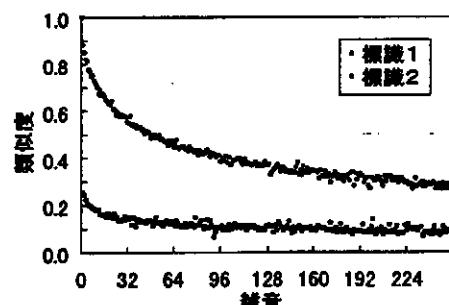


Fig. 7 標識の違いと類似度

(2) 画像サイズと類似度

物体の三次元形状を求める際、フーリエ変換する

画像サイズは小さければ小さいほど標識同士の間隔を狭くでき、測定点を数多く設定することができる。しかしながら画像サイズを小さくすればするほど波形を表現する周波数が少なくなり、波形を正確に表現できなくなってしまう。また物体を左右のカメラで撮影する際、必ず標識は傾いて観測される。そこでここでは参照画像、観測画像にFig.1の標識1を用いて、画像サイズおよび標識の傾きによる類似度の違いについて考察してゆく。

Fig.8は各画像サイズを変えたときの上記の雑音の影響を示した。Fig.9は各画像サイズの中の標識が傾いたことによる影響を示す。標識の大きさは画像サイズの $1/2$ とし、雑音の無い場合および傾いていない場合を参照画像とする。図より画像サイズ 8×8 は標識の角度が大きくなってしまって高い類似度を示すが、雑音によって類似度がかなり振動している。画像サイズが大きくなるほど雑音の影響は少なくなるが、Fig.9より標識が傾くことによって類似度が下がっている。

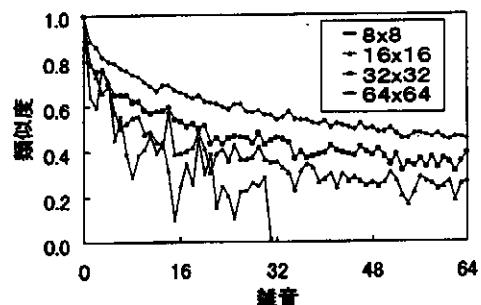


Fig. 8 標識のサイズ及び雑音による類似度

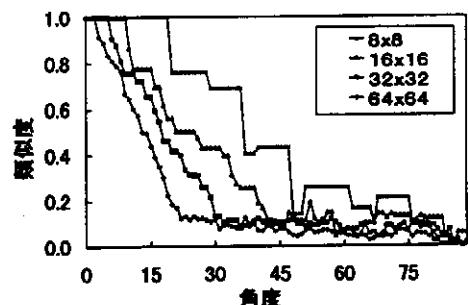


Fig. 9 標識のサイズ及び傾きによる類似度

5-4 実際の画像での類似度

イメージセンサカメラで実際に画像を取り込んだ場合、前述した2値化画像の場合と異なり、背景の部分の画像の影響も表れてくる。そのため変形していない同じ画像を比べても、必ずしも類似度が1.0になるとは限らない。

Fig.10は純横に変形させた画像を、イメージセンサカメラによって取り込み、その類似度を見たものである。図より標識が円の場合は変形率6%程度であれば、標識の識別はできるが、四角の場合は識別

が困難であることを示している。

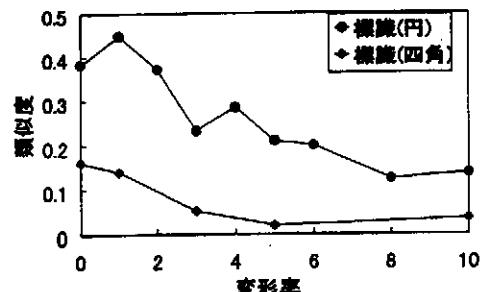


Fig. 10 実画像における変形率と類似度

5-5 三次元形状測定

直径120 mmの円形素板を円形ポンチで3 mm押し込んだ後の試験片をイメージセンサカメラで取り込んだ右画像、左画像をFig.11に示す。図の各点をフーリエ位相関法により求めた後、それらのデータを使って三次元座標値を求め¹¹⁾、その分布をFig.12に示す。

Fig.13は触針式の形状測定器を用いて、高さを測定したものと、フーリエ変換による結果を比較したものである。両者はほぼ一致しており、フーリエ変換を用いた形状測定の妥当性が確認できた。また両者の若干の違いはフーリエによって取り込んだ点と形状測定器で測定した点が一致していなかったためであると思われる。



左画像 右画像
Fig. 11 取り込まれた試験片

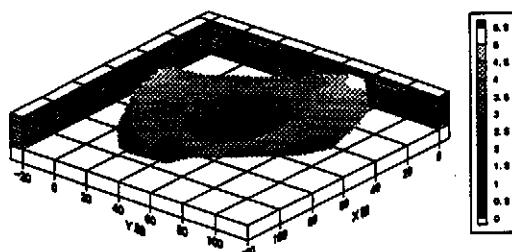


Fig. 12 取り込まれた試験片

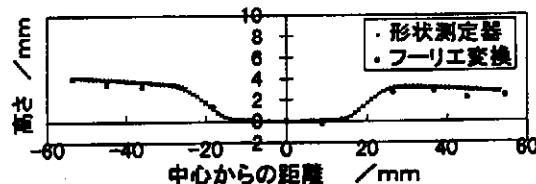


Fig. 13 ある断面における形状測定器との比較

5-6 おわりに

試験片に標識を付けて、フーリエ変換をする際の標識の種類は四角形よりも円形の標識の方がはるかに識別能力が高いことが示された。フーリエ位相相關法を用いることにより、煩わしい画像処理を回避することができ、物体の三次元形状測定の際の自動化に大きく前進したと思われる。

6. サークルグリッド法による成形限界ひずみの簡易的推定法

6-1 はじめに

塑性加工における成形限界は、しわやくびれの発生するひずみ、あるいは破断時のひずみで評価されているよう、種々のひずみの算出法がある。ここでは、材料の破断箇所よりその近傍におけるひずみを成形限界ひずみとみなし、それをイメージセンサによる画像処理によって求める方法を考案した。すなわち、破断箇所で切断されたサークルグリッドを補正して、破断に関係のないひずみを算出する。¹³⁾

6-2 解析法

試験片上のサークルグリッド情報をカメラで取り込んだ後、雑音除去、サークルの境界を検出する。次に今回作成したプログラム内容を述べる。

(1) 欠けた部分の判定法

破断した標識を補正するためには、イメージセンサカメラによって取り込まれた標識の離散化された境界線の座標を求め、その座標値を用いてサークルのどの部分が欠けているかを、次のように判定する。

関数 $y = f(x)$ のテーラー展開は

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{1}{2!}f''(a)h^2 + \dots + \frac{1}{(n-1)!}f^{(n-1)}(a)h^{n-1}$$

$$(1)$$

ここで $a = x_i$ とし、更に $f(x_i) = y_i$ として $y_{i+h}, y_{i-2h}, y_{i-h}, y_{i+3h}$ の 5 つの式を立て、4 つの微分係数を連立させて解いて y_{i+h} を $y_i, y_{i+h}, y_{i-2h}, y_{i-3h}, y_{i+3h}$ で示すと以下の式のようになる。 x_{i+h} も同様にして求めれる。

$$y_{i+h} = \frac{1}{46}(120y_i - 60y_{i-h} - 80y_{i-2h} + 90y_{i-3h} - 24y_{i-4h})$$

$$x_{i+h} = \frac{1}{46}(120x_i - 60x_{i-h} - 80x_{i-2h} + 90x_{i-3h} - 24x_{i-4h})$$

$$(2)$$

この式は Fig. 14 に示すように注目する点 P_i とその手前の 4 点から注目点の隣の点 Q_{i+h} を求め、実際の隣の点 P_{i+h} との差を求め、その値が予想した点と欠け離れた点であった場合の注目点 P_i を、欠けた点とする。

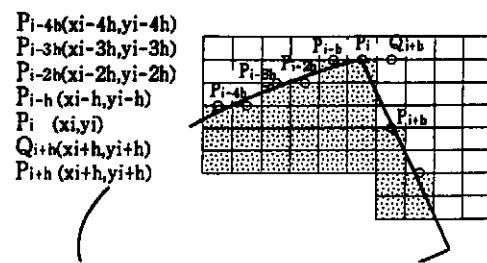


Fig. 14 サークルの欠けた部分の判定

(2) 逐次近似法による欠けた標識の補正方法

欠けた精円標識の補正方法は次のようにする (Fig. 15)。

- (1) 欠けた精円についてその境界線を求める、最小自乗法により精円近似を行う。
- (2) Newton 法によって、近似前の座標値と近似精円との最短距離を求め、欠けた部分の座標値を近似精円に近付けるように座標値を移動させる。
- (3) 移動させた座標値も含めて全ての座標値から精円近似をする。
- (4) 近似精円と、境界線座標値との最短距離が許容値以下であるかどうかを判定する。
- (5) 許容値以上であれば(3), (4)の補正操作を繰り返す。許容値以下であればその近似精円を求める補正精円とする。

このようにすると、補正による最終的な精円が順当に得られ、かつ破断箇所の画素数は、精円補正操作の繰り返し数を少なくする意味合いがある。

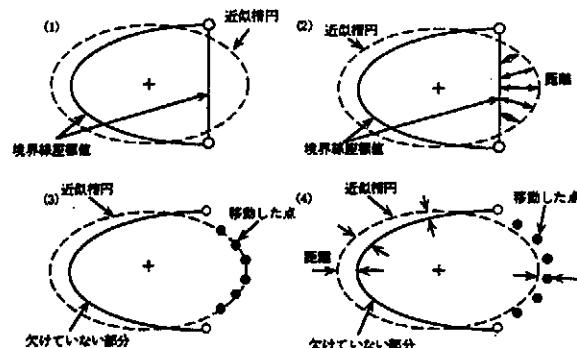


Fig. 15 欠けた標識の補正

6-3 実験結果

7-3 黄銅の 13 号試験片を用い、実際に破断させ、補正プログラムの妥当性を検証した。標識は直径 3mm のオーバーラップサークルを用いた。

結果を Fig. 16 に示す。ここで、厚さ方向のひずみは標識の中心部をマイクロメータによって実測して求めたものである。また、工具顕微鏡によってサークル径を測定し、その値から算出したひずみも同時に示す。顕微鏡による測定の結果で、破断部に掛かっているもの (標識(8, ①)) は破断部分近傍のひずみ分布から近似式を導きその式より予測した

値である。図には伸び・縮み・板厚方向のひずみを加えた体積ひずみを表示する。

標識番号8番～9番の画像処理(補正プログラム)による結果と、従来から用いられてきた顕微鏡による結果において、破断部を除いたひずみがよく一致していることから、画像処理による値は有用であると考えられる。

近似式による破断ひずみと、補正による値に差がみられる。これは写真を見てもわかるように、今回用いた試験片では局部的に変形されて破断しているため、破断部近傍ではひずみは局部的に大きいことが予想できる。体積ひずみを求めてみると、補正によるひずみの値が零となる。従って、補正によるひずみの方が一見妥当な値になる。

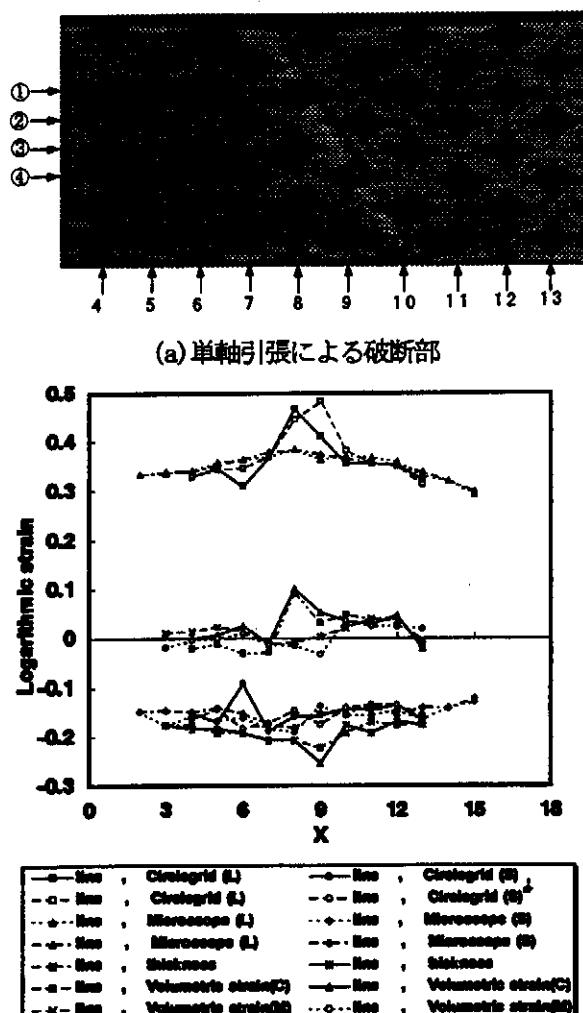


Fig. 16 引張試験片のひずみ

6-4 おわりに

破断個所をトリガーとして、簡易的成形限界ひず

みを求める方法を述べた。実際の測定にさいしぐれや破断個所などの、材料の局部的な凹凸のない滑らかな面を対象とするので、光の照度変化に影響されにくく、自動測定化のための一方法である。

7. あとがき

本報告において、標識をカメラでとらえて各種の塑性変形量を求める新しい方法を提案した。これらの方法が、一層自動化に向けて改良されることを目指したい。しかしながら、光学の取り扱いの難しさから、新しくフーリエ変換を用いた画像検出法を提案して、その状況を調べた。この方法は、従来の画像処理に比較して相当に手順が省けるが、一方では変形段階を追っていく必要があるため、研究的手段として強力であるが、大変形のインライン測定には難しいと思われる。

最後に、本研究は天田金属加工技術研究財団のご援助を頂き、有意義な研究を進めることができたこと、及びこの機会に研究室の設備を充実させることができたことを記して感謝いたします。

文 献

- 1) 薄板成形技術研究会：塑性と加工, 24-275 (1983), 1220.
- 2) 森 芳一・西元善郎：映像情報, 22-23, (1990), 1126.
- 3) 亀井光仁・橋幹 夫：第3回検査の自動化ワークショッピング, (1991), 85.
- 4) Ligtenberg, F. K. : Proc. Soc. Exp. Stress Analysis, 12-2 (1955), 83.
- 5) 劇 林生・沢田孚夫・坂本 誠：塑性と加工、37-423, (1996), 391.
- 6) 村井治俊・奥田 勉・中村秀治：東大生研報告, 29-6(1981), 1.
- 7) Vogel, J. H. & Lee, D. H. : J. Mater. Shaping Technol., 6-4, (1989), 339.
- 8) P. F. Luo, Y. J. Chao, M. A. Sutton and W. H. Peters : Experimental Mech., 33-2(1993), 123.
- 9) 小桜義隆：鋼橋の完成検査システムに関する研究, 1987, 博士論文
- 10) 坂本 誠・沢田孚夫・篠塚幸夫：塑性と加工, 38-432, (1997), 92.
- 11) 高橋俊典・青木 勇：46回塑加連講論(1995), 213.
- 12) 坂本 誠・沢田孚夫：平9春塑加講論, (1997), 165.
- 13) 沢田孚夫・佐藤穣・宮永寛之：47回塑加連講論(1996), 477.