

材料人工知能加工と生産

オーストララシア・太平洋フォーラム (IPMM'97)

鹿児島大学 工学部 機械工学科

助手 郭 永明

(平成8年度国際会議等参加助成 AF - 96046)

1. 開催日時 : 1997年7月14日~17日

2. 開催場所 : オーストラリア,
ゴールドコースト市,
ゴールドコースト・インターナ
ショナル・ホテル国際会議場

3. 国際会議報告

「剛塑性有限一境界要素法の提案」

緒言

剛塑性有限要素法 (FEM) が1970年代の初期に提案された以来, いくつかの方法が開発された. 現在, 剛塑性有限要素法を次の4種類の方法に分類することができる. (1) Lagrange乗子法; (2) ペナルティ法; (3) 圧縮性塑性理論に基づく方法; (4) 体積弾性・偏差剛塑性FEM. しかし, これらの方法について各計算ステップでの繰返し計算が必要 (いわゆる陰解法) のため, 1)計算時間あるいは計算コストが大量にかかる2)発散のおそれがあるという共通の短所が挙げられる.

本論文は剛塑性問題の陽解法 (各計算ステップでの繰返し計算が不要) であり, 有限要素と境界要素との連成解析である剛塑性有限一境界要素法 (RPFEM) を提案する.

基本原理

ある微小体に対して, 体積力を無視すれば, 次のような釣合い式が成り立つ.

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (1)$$

ここで σ_{ij} は応力テンソルである. 剛塑性材料に対し, 材料にわずかな体積変化を許すことにより降伏条件に静水圧応力依存性を導入する場合, 次のような応力-ひずみ速度関係式が得られる.

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (2)$$

ここで $\dot{\epsilon}_{kl}$ はひずみ速度テンソルであり,

$$D = \frac{\sigma_{eq}}{\dot{\epsilon}_{eq}} \left\{ \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left(\frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (3)$$

この g は材料の静水圧応力依存性を表す係数であり, σ_{eq} と $\dot{\epsilon}_{eq}$ はそれぞれ相当応力と相当ひずみ速度である. 変位速度-ひずみ速度関係式は次のようになる.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4)$$

ここで u_i は変位速度ベクトルである. 式 (4) を式 (2) に代入して, 次式が得られる.

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2} D_{ijkl} (u_{k,i} + u_{k,j}) \quad (5)$$

剛塑性微小体内の $\sigma_{eq}/\dot{\epsilon}_{eq}$ が均一であると仮定して, 式 (5) を式 (1) に代入して, 剛塑性微小体における釣合い式は次のようになる.

$$\nabla^2 u_i + \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{g} \right) \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{j,j} = 0 \quad (6)$$

さて, 同一の剛塑性微小体が異なる二つの負荷状態 (荷重系) を受け, それぞれが釣合い状態にあるものとする. 着重点が解析対象の領域の外側にある場合の Samigliana の式 (1), (2) を適用することができ, 次の式が得られる.

$$\int_{\Omega} u^*(p, Q) \nabla^2 u_i(Q) d\Omega(Q) + \int_{\Omega} \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{g} \right) u^*(p, Q) \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{j,j}(Q) d\Omega(Q) = 0 \quad (7)$$

ここで $u^*(p, Q)$ は基本解であり, 着重点 p (領域 Ω の外側に置く) と観測点 Q (領域 Ω の内部あるいは境界 Γ に置く) の間の距離の関数である.

3次元の場合

$$u^*(p, Q) = \frac{1}{4\pi r} \quad (8)$$

2次元の場合

$$u^*(p, Q) = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (9)$$

ここで r は着重点 p と観測点 Q の間の距離である.

$$r = |p Q| \quad (10)$$

さらに, 式 (7) の第1項を Green の公式に適用すれば, 次のようになる.

$$\int_{\Gamma} u^*(p, Q) q_n(Q) d\Gamma(Q) - \int_{\Gamma} q^*(p, Q) u_n(Q) d\Gamma(Q) + \int_{\Omega} \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{8}\right) u^*(p, Q) \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}(Q) d\Omega(Q) = 0 \quad (11)$$

ここで q は次式で定義される.

$$q = \frac{\partial u}{\partial n} \quad (12)$$

$$q^* = \frac{\partial u^*}{\partial n} \quad (13)$$

式(11)に対して微小体境界 Γ を L 個境界要素に、微小体領域 Ω を一つの有限要素に離散化し、次の節点速度 u_n と節点速度の外法線方向の変化率 q_n を未知数とする線形方程式が得られる.

$$\sum_{i=1}^L \int_{\Gamma_i} u^*(p^i, Q) N(Q) q_n(Q) d\Gamma(Q) - \sum_{i=1}^L \int_{\Gamma_i} q^*(p^i, Q) N(Q) u_n(Q) d\Gamma(Q) + \int_{\Omega} \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{8}\right) u^*(p^i, Q) C(Q) u_n(Q) d\Omega(Q) = 0 \quad (14)$$

ここで N は境界要素の形状関数であり、 C は有限要素の形状関数を用いて計算する。また、着力点 p は微小体領域 Ω の外側に置き、観測点 Q は節点に置く。

被加工材が M 個、上述のような剛塑性微小体からなるとして、すべての境界要素と有限要素について集めて、組立てられた全体の線形方程式が求まる。

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^L \int_{\Gamma_i^{(m)}} u^*(p^i, Q) N(Q) q_n(Q) d\Gamma(Q) - \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^L \int_{\Gamma_i^{(m)}} q^*(p^i, Q) N(Q) u_n(Q) d\Gamma(Q) + \sum_{m=1}^M \int_{\Omega^{(m)}} \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{8}\right) u^*(p^i, Q) C(Q) u_n(Q) d\Omega(Q) = 0 \quad (15)$$

方程式の数は着力点 p^i の個数により決まり、未知数の個数を合わせて決定される。

節点境界条件について、次のように分けられる。

1) 速度境界条件

$$u_n = \bar{u} \quad (16)$$

2) 摩擦境界条件

$$p_t = \mu p_n \quad (17)$$

3) 自由表面境界条件

$$p_n = 0 \quad (18)$$

$$p_t = 0 \quad (19)$$

ここで \bar{u} は既知節点速度であり、 μ は摩擦係数である。 p_n と p_t はそれぞれ法線方向と接線方向の節点圧力であり、節点応力ベクトル σ_n から計算される。また σ_n は次式で計算される。

$$\sigma_n = D B u_n \quad (20)$$

ここで B はひずみ速度-節点速度マトリクス (B マトリクス) である。

u^* と q^* の特異性を避けるために着力点と最も近い観測点の間の距離 r_{min} は次のように決まる。

$$r_{min} = (0.05 \sim 0.15) L_0 \quad (21)$$

$$r_{min} \geq 0.0002 \text{ m} \quad (22)$$

ここで L_0 は最も近い境界要素の長さである。また、方程式の独立性を保つために着力点同士の間距離 r_{pp} は次のように制限される。

$$r_{pp} \geq 0.0002 \text{ m} \quad (23)$$

ある節点における方程式の個数(境界条件数を含む)がその節点の未知数個数を合わせて決定される。

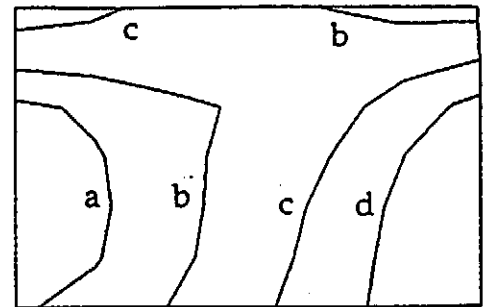
解析結果

本提案のRPFEMを平面ひずみ問題に適用した。境界要素に2次3節点要素、有限要素に2次8節点要素をそれぞれ用い、式(14)と式(15)における L を4とした。また、工具と材料の間の摩擦係数 μ を0.1とした。

解析例として、まず、平面ひずみ冷間据込み問題を圧下率0%から20%まで解析した。次に、平面ひずみ冷間押し込み問題を圧下率0%から40%まで解析した。

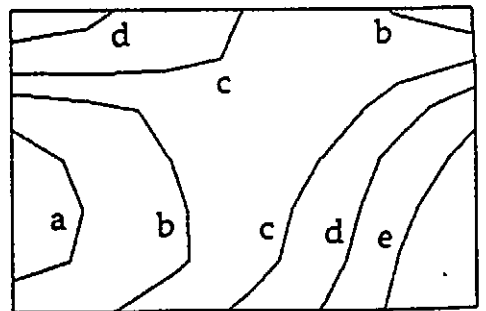
Figure 1 は圧下率20%における据込み問題の相当ひずみ速度の等高線図である(ここで対称性によりワークピースの1/4を示す)。この図から、センターゾーンの相当ひずみ速度が大きく、外の間ゾーンの相当ひずみ速度が小さいことはわかった。

Figure 2 に圧下率20%における据込み問題の相当



a: 0.119 s⁻¹ b: 0.112 s⁻¹
c: 0.104 s⁻¹ d: 0.097 s⁻¹

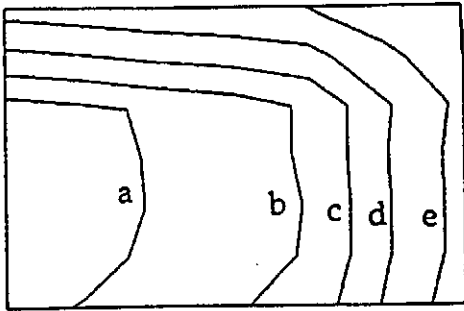
Fig.1 Contours of effective strain rate at 20% reduction in height for the upsetting process.



a: 0.300 b: 0.289 c: 0.279 d: 0.268 e: 0.257
Fig.2 Contours of effective strain at 20% reduction in height for the upsetting process.

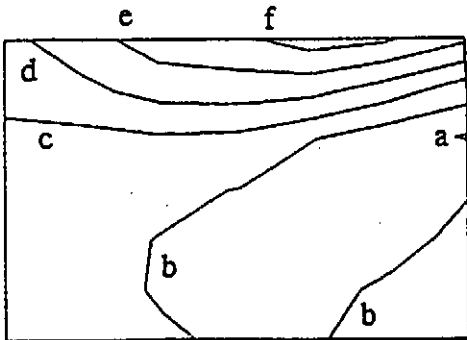
ひずみ等高線を示す。Fig.1と比較すると、相当ひずみの分布が相当ひずみ速度の分布と似ていることはわかった。

Figure 3 は圧下率20%における据込み問題の等方応力の等高線図である。この図を見ると、センターゾーンの等方応力が大きな引張り応力であり、ほかのゾーンの等方応力が圧縮応力であることはわかった。



a: 1203 MPa b: 866 MPa c: 530 MPa
d: 192 MPa e: -144 MPa

Fig.3 Contours of hydrostatic stress at 20% reduction in height for the upsetting process.



a: 12.8 MPa b: 3.1 MPa c: -6.6 MPa
d: -16.4 MPa e: -26.1 MPa f: -35.8 MPa

Fig.4 Contours of shear stress at 20% reduction in height for the upsetting process.

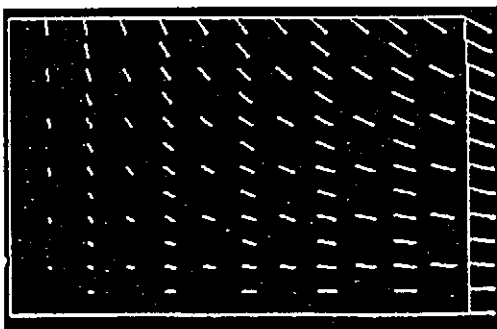


Fig.5 Velocity field at 20% reduction in height for the upsetting process.

Figure 4 は圧下率20%における据込み問題のせん断応力の等高線図である。ダイスに近いゾーンのせん断応力は大きく、センターゾーンのせん断応力は小さい。

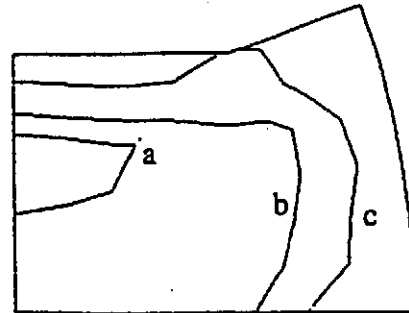
Figure 5 に圧下率20%における据込み問題の節点速度場図を示す。この図から、センターゾーンの節点速度が非常に遅いことはわかった。

Figure 6 は圧下率20%における押し込み問題の相当ひずみ速度の等高線図である（ここで対称性によりワークピースの半分を示す）。この図を見ると、センターゾーンの相当ひずみ速度が大きく、外部ゾーンとアッパゾーンの相当ひずみ速度が小さいことはわかった。

Figure 7 に圧下率20%における押し込み問題の相当ひずみの等高線を示す。センターゾーンの相当ひずみが大きく、周りのゾーンの相当ひずみが小さいことはわかった。

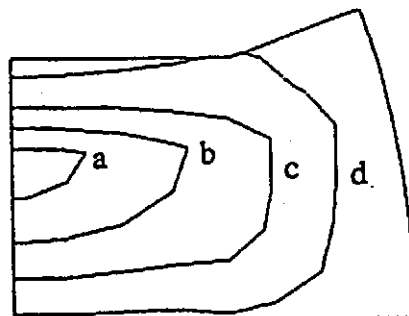
Figure 8 は圧下率40%における押し込み問題の相当ひずみ速度の等高線図である。この図から、低いセンターゾーンの相当ひずみ速度が大きく、アッパゾーンと外部ゾーンの相当ひずみ速度が小さいことはわかった。

Figure 9 に圧下率40%における押し込み問題の相当ひずみの等高線を示す。この図を見ると、センター



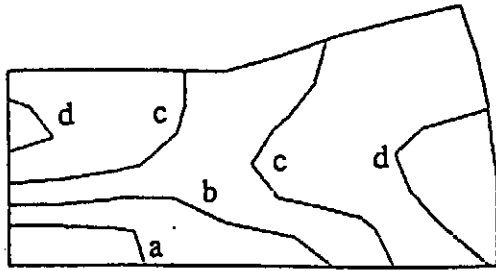
a: 0.165 s⁻¹ b: 0.116 s⁻¹ c: 0.067 s⁻¹

Fig.6 Contours of effective strain rate at 20% reduction in height for the indentation process.



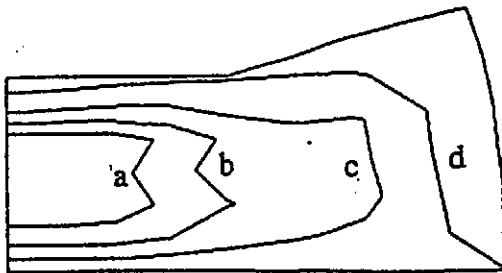
a: 1.163 b: 0.946 c: 0.730 d: 0.513

Fig.7 Contours of effective strain at 20% reduction in height for the indentation process.



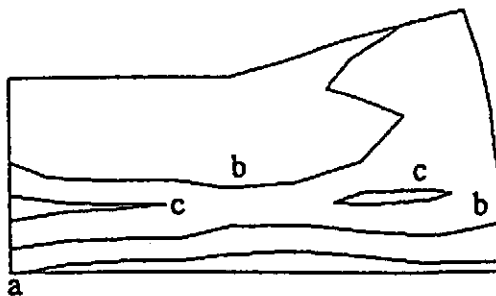
a: 0.229 s⁻¹ b: 0.182 s⁻¹
c: 0.135 s⁻¹ d: 0.088 s⁻¹

Fig.8 Contours of effective strain rate at 40% reduction in height for the indentation process.



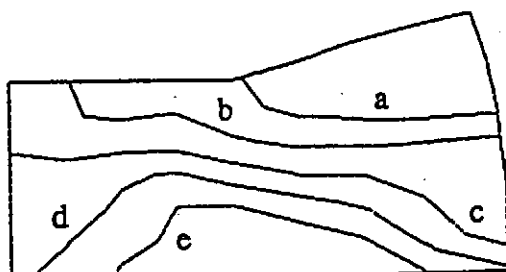
a: 2.92 b: 2.40 c: 1.88 d: 1.36

Fig.9 Contours of effective strain at 40% reduction in height for the indentation process.



a: 1280 MPa b: 60 MPa c: -1160 MPa

Fig.10 Contours of hydrostatic stress at 40% reduction in height for the indentation process.



a: 148 MPa b: 69 MPa c: -11 MPa
d: -91 MPa e: -170 MPa

Fig.11 Contours of shear stress at 40% reduction in height for the indentation process.

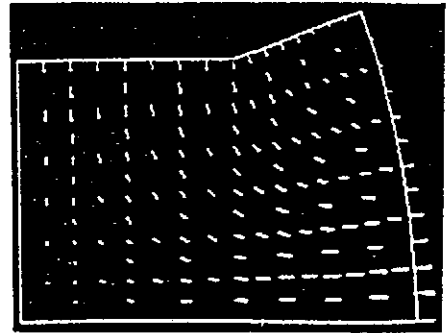


Fig.12 Velocity field at 20% reduction in height for the indentation process.

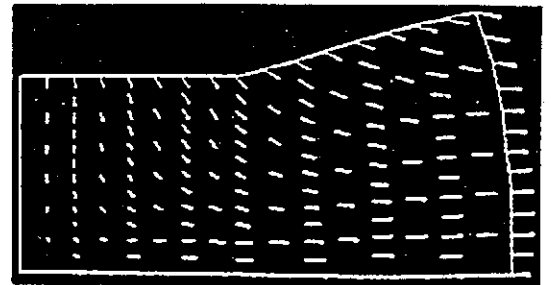


Fig.13 Velocity field at 40% reduction in height for the indentation process.

ゾーンの相当ひずみが大きく、アッパゾーンと外部ゾーンの相当ひずみが小さいことはわかった。

Figure 10 に圧下率40%における押し込み問題の等方応力の等高線を示す。低いゾーンの等方応力は引張り応力であり、中間ゾーンの等方応力は圧縮応力である。

Figure 11 は圧下率40%における押し込み問題のせん断応力の等高線図である。この図から、中間ゾーンのせん断応力が小さく、ほかのゾーンのせん断応力が大きいことはわかった。

Figure 12 は圧下率20%における押し込み問題の節点速度場図であり、Fig. 13 は圧下率40%における押し込み問題の節点速度場図である。これらの図から、材料の流れ様子がわかった。

結 論

本論文は剛塑性有限一境界要素法を提案した。この新しい方法を平面ひずみ問題に適用し、冷間据込み問題と冷間押し込み問題を解析した。相当ひずみ速度、相当ひずみ、等方応力とせん断応力の等高線図等が得られた。

従来の剛塑性有限要素法と比較すると、この新しい方法は各計算ステップでの繰返し計算が不要であるため、コンピューター計算時間を節約することができ、発散のおそれもないという長所を有することはわかった。

4. 謝 辞

本国際会議への出席・発表に際して財団法人天田金属加工機械技術振興財団の助成をいただいたことをここに記し、こころからの謝意を申し上げます。

5. 参考文献

- 1) Brebbia, C. A. and Walker, S.: Boundary Element Techniques in Engineering, Butterworth, (1980).
- 2) Brebbia, C. A., Telles, J. C. F. and Wrobel, L. C.: Boundary Element Techniques - Theory and Applications in Engineering, Springer-Verlag, (1984).