



F. Yoshida

高張力鋼板の材料モデリングと成形シミュレーション

吉田 総仁*

1. はじめに

近年の塑性加工技術の発展は有限要素解析を代表とする数値シミュレーション技術の進歩の大きく支えられている。成形シミュレーションにより板の割れ、しわ、スプリングバックを予測しようとすると、材料の弾塑性変形挙動を正確に記述する材料モデル（構成式）と成形限界クライテリアが不可欠となる。

板の異方性とその発達は主にプレス成形における材料流れと板内に発生する応力を支配し、面内異方性は板材の絞り成形における耳の発生や穴広げにおけるくびれ発生位置などに直接関係している。これは異方性降伏関数で表すことになる。一方、材料とくに高張力鋼板のスプリングバックにはバウシinger効果が強く影響するが、この応力-ひずみ挙動は移動硬化則（降伏曲面の中心の移動）で表すのが普通である。

本稿では、異方性降伏関数と移動硬化則に関する筆者らの研究の概要を紹介する。これらにより高張力鋼板の変形挙動がどのように予測できるか、これらの材料モデルを使うことにより成形シミュレーションの精度がどのように向上するかについても示す。

2. 塑性構成モデルの枠組み

塑性構成式の枠組みはほとんどの場合に以下に概要を示す塑性ポテンシャル理論によって与えられている。初期（処女材）の降伏条件を応力 σ の関数として次のようにおく。

$$f_o = \phi(\sigma) - Y = 0 \quad (1)$$

ここで、 Y は単軸引張降伏応力であり、 $\phi(\sigma)$ は降伏関数である。後続（塑性変形後の）降伏条件が降伏曲面の移動（移動硬化[kinematic hardening]という）のみで表すことができるか、これは背応力（backstress） α を使って次のように書かれるとする。

$$f = \phi(\sigma - \alpha) - Y = 0, \quad (2)$$

塑性ひずみ増分 $d\epsilon^p$ は応力点 σ において降伏曲面の外向き法線方向として与えられる。すなわち

$$d\epsilon^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\lambda = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} d\lambda \quad (3)$$

これは関連流動則と呼ばれる。塑性構成式の中心課題は、降伏関数 $\phi(\sigma)$ および背応力 α の発展式として与えられる硬化則の決定である。

3. 新しい異方性降伏関数の提案

Hill の提案した2次降伏関数¹⁾は現在でも最も広く使われている。これは曲面の凸面性が保証され、板の3方向の r 値 (r_0, r_{45}, r_{90}) のみを使うことにより異方性パラメータを決定できる。さらに3次元応力場にたいする表現も提示している。一方、この降伏関数の問題点も明らかになっている。面内異方性の強い鋼板に関しては、降伏曲面の等二軸降伏応力 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_b$ を過大に計算し、流動応力の方向依存性を極端に予測する。

これらの問題点を克服するために、筆者らは最近、応力の6次多項式で表される異方性降伏関数を提案している。その概要を以下に示す。

応力テンソル σ に次のような線形変換 L （異方性マトリクス）を施し、材料の異方性表現を含む偏差応力テンソル \tilde{S} を新たに定義する。

$$\tilde{S} = L \sigma \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{s}_x \\ \tilde{s}_y \\ \tilde{s}_z \\ \tilde{s}_{xy} \\ \tilde{s}_{yz} \\ \tilde{s}_{zx} \end{array} \right\} \left[\begin{array}{cccccc} (b+c)/3 & -c/3 & -b/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c/3 & (c+a)/3 & -a/3 & 0 & 0 & 0 \\ -b/3 & -a/3 & (a+b)/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{array} \right\}$$

ここで、 a, b, c, g, h, k は異方性材料パラメータである。この偏差応力テンソル \tilde{S} の第2不変量 \tilde{J}_2 、第3不変量 \tilde{J}_3 を使って、次のような異方性降伏関数を提案する。

$$\phi = 27 \left(\tilde{J}_2^3 - \xi \tilde{J}_3^2 \right) \quad (5)$$

* 広島大学大学院工学研究科 教授

$$\tilde{J}_2 = \frac{1}{2} \tilde{s}_{ij} \tilde{s}_{ij}, \quad \tilde{J}_3 = \frac{1}{3} \tilde{s}_{ij} \tilde{s}_{jk} \tilde{s}_{ki} \quad (6)$$

ここで、係数 ξ が $-27/8 \leq \xi \leq 9/4$ のときには降伏曲面 ϕ の凸面性は保証される。鋼板では第3不変量 \tilde{J}_3 の影響が小さいことがわかったので、このとき、この降伏関数は応力成分に関する次のような簡単な6次多項式となる。

$$\begin{aligned} \phi = & C_1(\sigma_x - \sigma_z)^6 - 3C_2(\sigma_x - \sigma_z)^5(\sigma_y - \sigma_z) + 6C_3(\sigma_x - \sigma_z)^4(\sigma_y - \sigma_z)^2 \\ & - 7C_4(\sigma_x - \sigma_z)^3(\sigma_y - \sigma_z)^3 + 6C_5(\sigma_x - \sigma_z)^2(\sigma_y - \sigma_z)^4 \\ & - 3C_6(\sigma_x - \sigma_z)(\sigma_y - \sigma_z)^5 + C_7(\sigma_y - \sigma_z)^6 \\ & + 9\{C_8(\sigma_x - \sigma_z)^4 - 2C_9(\sigma_x - \sigma_z)^3(\sigma_y - \sigma_z) + 3C_{10}(\sigma_x - \sigma_z)^2(\sigma_y - \sigma_z)^2 \\ & - 2C_{11}(\sigma_x - \sigma_z)(\sigma_y - \sigma_z)^3 + C_{12}(\sigma_y - \sigma_z)^4\}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \\ & + 27\{C_{13}(\sigma_x - \sigma_z)^2 - C_{14}(\sigma_x - \sigma_z)(\sigma_y - \sigma_z) + C_{15}(\sigma_y - \sigma_z)^2\} \\ & \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)^2 + 27C_{16}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)^3 = \sigma_0^6 \quad (7) \end{aligned}$$

これは平面応力では次のように表される。

$$\begin{aligned} \phi = & C_1\sigma_x^6 - 3C_2\sigma_x^5\sigma_y + 6C_3\sigma_x^4\sigma_y^2 - 7C_4\sigma_x^3\sigma_y^3 \\ & + 6C_5\sigma_x^2\sigma_y^4 - 3C_6\sigma_x\sigma_y^5 + C_7\sigma_y^6 \\ & + 9\{C_8\sigma_x^4 - 2C_9\sigma_x^3\sigma_y + 3C_{10}\sigma_x^2\sigma_y^2 - 2C_{11}\sigma_x\sigma_y^3 + C_{12}\sigma_y^4\}\tau_{xy}^2 \\ & + 27\{C_{13}\sigma_x^2 - C_{14}\sigma_x\sigma_y + C_{15}\sigma_y^2\}\tau_{xy}^4 + 27C_{16}\tau_{xy}^6 \\ = & \sigma_0^6 \quad (8) \end{aligned}$$

ここで、von Mises 等方性材料では $C_1 \sim C_{16} = 1$ となる。これらの異方性パラメータは式(2)に示す6個のパラメータ a, b, c, g, h, k の関数であるので、これらだけでは板材の複雑な異方性を表現することは難しい。そこで、 n 個の異なった異方性マトリクス $\mathbf{L}^{(i)}, i = 1, 2, \dots, n$ を用いて、 n 個の関数 $\phi^{(i)}$ を作り、その線形結合として降伏関数 ϕ を決めこととする。すなわち

$$\phi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi^{(i)} = \frac{1}{n} (\phi^{(1)} + \phi^{(2)} + \dots + \phi^{(n)}) \quad (9-1)$$

$$\phi^{(i)} = 27(\tilde{J}_2^{(i)3} - \xi \tilde{J}_3^{(i)2}) \quad (9-2)$$

なお、材料パラメータの決め方は紙面の都合で記述を省略するが、筆者らは最近この降伏関数の各パラメータと材料試験から得られる様々な応力値（例えば、 $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$ および平面ひずみ応力値など）で陽な形で対応づけることができることを明らかにしている。また、平面応力状態で決めたパラメータをそのまま使って3次元降伏関数中の全てのパラメータを決めることができる（これについては講演会当日に説明する）。

図1は、本降伏関数の妥当性の検証の一例として、590MPa 高張力鋼板の降伏曲面の実験結果（橋本ほか²⁾）と計算結果の比較を示したものである。また、図2, 3はそれぞれ流動応力および r 値の板方向依存性の実験結果

と計算結果の比較である。これらの図には、他の降伏関数（Hill48-r：3方向 r 値から異方性パラメータを決めた Hill48 降伏関数、Hil48- σ ：3方向流動応力値から異方性パラメータを決めた Hill48 降伏関数、Yld2000-2d：Barlat の降伏関数³⁾）を用いた計算結果も比較のために描いてある。これらの結果から、本降伏関数による計算結果は降伏曲面、単軸引張り流動応力の方向依存性、 r 値の面内異方性のいずれも精度良く表せることが確認できる。

なお、応力の6次多項式降伏関数についての議論は最近 Soare⁴⁾ によってもなされているが、各パラメータの意味については検討しておらず、彼らの凸面性についての考察は完全ではない。

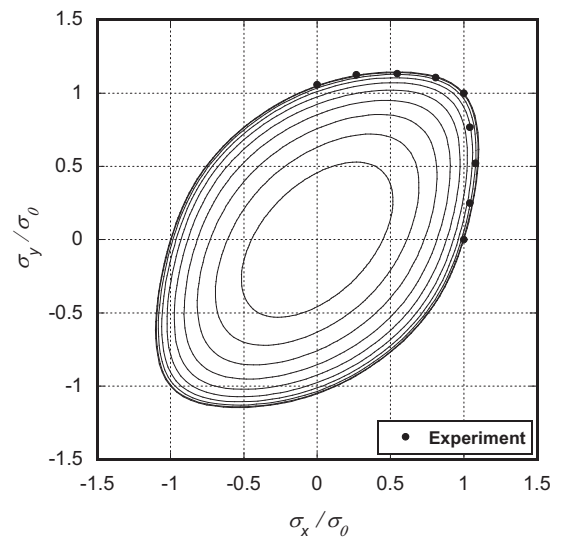


図1 590MPa 高張力鋼板 ($r_0 = 0.43, r_{45} = 1.41, r_{90} = 0.61$) の降伏曲面. 実験値は橋本ら²⁾による。

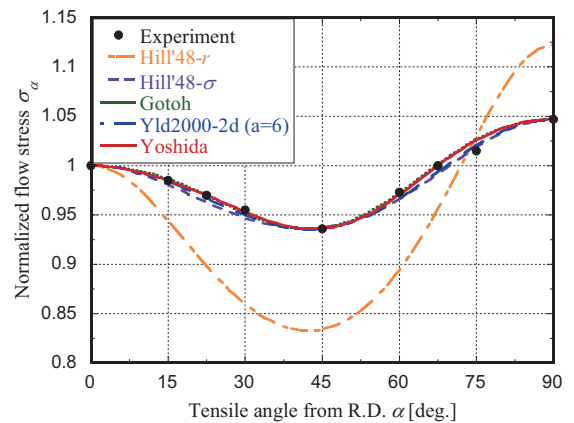


図2 590MPa 高張力鋼板の流動応力の板方向依存性 (実験値は橋本ら²⁾による)

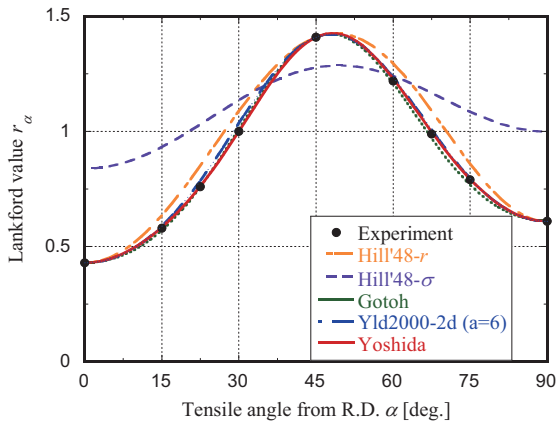


図3 590MPa 高張力鋼板の r 値の板方向依存性
(実験値は橋本ら²⁾による)

4. 移動硬化則 — Yoshida Uemori model

本モデルの枠組みは著者らの提案している異方性二曲面塑性モデル (Yoshida-Uemori model^{5),6)} である。その概要は以下のとおりである。図4に模式的に示すように、降伏曲面は塑性変形に伴って拡大および移動する限界曲面 (bounding surface) の中を移動するものとする。

初期降伏条件が $f = \phi(\sigma) - Y = 0$ で与えられるとき、

$$\text{降伏曲面: } f = \phi(\sigma - \alpha) - Y = 0 \quad (10)$$

$$\text{限界曲面: } F = \phi(\sigma - \beta) - (B + R) = 0 \quad (11)$$

ここで、 Y : 降伏曲面の大きさ (初期降伏強さ)、 α : 降伏曲面の中心 (背応力)、 B : 限界曲面の初期の大きさ、 R : 限界曲面の等方硬化、 β : 限界曲面の中心である。これらの内部状態変数の発展式は次のように与えられている。

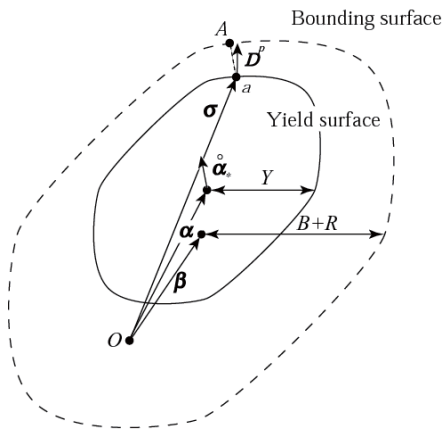


図4 降伏曲面・限界曲面より成る塑性ポテンシャル

降伏曲面の限界曲面に対する相対移動:

$$\alpha_* = \alpha - \beta, \quad (12)$$

$$\dot{\alpha}_* = C \left[\left(\frac{a}{Y} \right) (\alpha - \beta) - \sqrt{\frac{a}{\alpha_*}} \alpha_* \right] \dot{\epsilon}, \quad (13)$$

$$\bar{\alpha}_* = \phi(\alpha_*), \quad a = B + R - Y$$

$$\text{限界曲面の拡大: } \dot{R} = k (R_{sat} - R) \dot{\epsilon} \quad (14)$$

$$\text{限界曲面の移動: } \dot{\beta}' = k \left(\frac{2}{3} b D^p - \beta' \dot{\epsilon} \right) \quad (15)$$

降伏曲面の移動硬化は転位の運動に対して方向性を持つ長距離障害物 (比較的大きな第2相や介在物、結晶粒界など) による硬化を表しており、これらの障害物により運動を阻止された転位は反転負荷により容易に可動性を回復する。応力反転時における早期降伏と急速な加工硬化率の変化に特徴づけられる遷移的バウシinger効果の機構はこのように説明できる。限界曲面はランダム配置された短距離障害物 (固溶原子、微細析出物など) および転位壁やセルなどによる比較的安定な転位組織による硬化を表している。

反転負荷における硬化休止現象は単調負荷により形成された転位壁やセルが反転負荷によりその一部が分解され再構築される過程であることが実験観察により明らかにされているが、本モデルではこれを限界曲面の拡大の一時停止、さらに非硬化領域の発展としてモデル化している (詳細は文献5) を参照)。なお、本モデルは降伏曲面の大きさと形状は常に一定と仮定しているが、大きな塑性変形後の除荷における応力-ひずみ曲線を詳細に観察してみると、除荷直後からバウシinger効果によりわずかな塑性変形が生じていることがわかる。著者らはこれを表現するために、次のような「ヤング率の塑性ひずみ依存性」の式⁷⁾を提案している。

$$E = E_o - (E_o - E_a) [1 - \exp(-\xi p)] \quad (16)$$

ここで、 E_o および E_a はそれぞれ初期 (処女材) のヤング率、塑性変形が極めて大きな状態における除荷時の応力-ひずみ勾配である。また ξ は材料定数である。

図5は780MPa級DP鋼板の繰返し応力-ひずみ応答の実験結果と本モデルによる計算結果の比較を示す。このように、本モデルはバウシinger効果、硬化休止現象、応力振幅の繰返し塑性ひずみ幅依存性を精度良く表現できる。

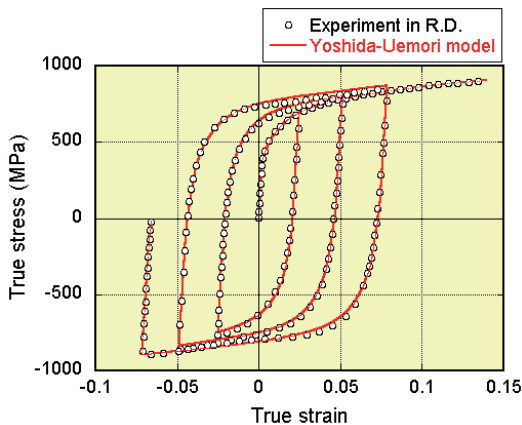


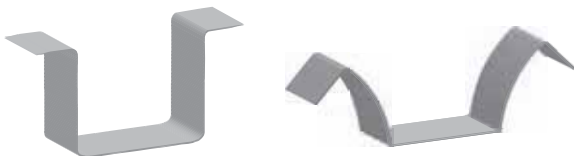
図5 780MPaDP 鋼板の繰返し応力-ひずみ応答の実験結果と Yoshida-Uemori model による計算結果の比較

5. 成形シミュレーションにおける高精度材料モデルの役割

Yoshida-Uemori model は高張力鋼板のスプリングバック計算の高精度化に役立つことが多くの研究者により検証され (例えば NUMISHEET2011 のスプリングバックシミュレーションのベンチマークテスト⁸⁾に参加した世界 11 機関のうち 6 機関は材料モデルに Yoshida-Uemori model を採用), メジャーな板材成形シミュレーションソフトにも実装されている (例えば, PAM-STAMP 2G, LS-DYNA グループの J-STAMP や DynaForm, 最近では Raddios など). 図6 は一例として, 980MPa 高張力鋼板のハット曲げ後のスプリングバックの実験結果とバウシンガー効果を考慮していない等方硬化モデルと Yoshida-Uemori model によるシミュレーション結果の比較を示したものである. この結果でもわかるように, 高張力鋼板のスプリングバック計算の高精度化のためにはバウシンガー効果の適切なモデル化が不可欠である.



実験結果



(a) 等方硬化モデル (b) Yoshida-Uemori model

図6 980MPa 高張力鋼板のハット曲げ後のスプリングバックの実験結果とシミュレーションの比較

6. まとめ

高張力鋼板の成形シミュレーションの高精度化のためには, 適切な材料モデルの使用が不可欠である. なお, 紙面の都合で, 他の多くの研究者の研究や成形シミュレーションへの応用例を十分掲載することができなかったが, それらについては講演会当日に紹介させていただく.

本稿で紹介した異方性降伏関数と移動硬化則 (Yoshida-Uemori model) は成形シミュレーションにおいて実際に使うことを念頭に開発されており, 材料パラメータの決め方も明確である (Yoshida-Uemori model パラメータについては自動同定用のソフト MatPara [CEM 研究所] を使うことができる). これらが今後広くプレス業界で使われるよう願うものです.

謝 辞

本研究には, 天田金属加工機械技術振興財団の助成を受けています. また, 広島大学の日野隆太郎准教授, 濱崎洋助教, 近畿大学の上森武講師および広島大学大学院工学研究科・工学部の多くの学生に協力をいただきました. ここに記し, 深く感謝申し上げます.

参考文献

- 1) Hill, R.: The Mathematical Theory of Plasticity. Oxford Univ. Press, Oxford, 1950, pp.330
- 2) Hashimoto, K., Kuwabara, T., Iizuka E. and Yoon, J. W. :Tetsu-to-Hagane 96 (2010), pp.27.
- 3) Barlat F. et al.: Int. J. Plasticity 19(2003), pp.1297.
- 4) Soare S. et al.: Int. J. Plasticity 24(2008), pp.915.
- 5) Yoshida, F. and Uemori, T.: Int. J. of Plasticity 18, 2002, pp. 633.
- 6) Yoshida, F. and Uemori, T.: Int. J. of Mechanical Sciences 45 (2003), pp. 1687.
- 7) Yoshida, F., Uemori, T. and Fujiwara, K.: Int. J. of Plasticity 18 (2002), pp. 661.
- 8) Huh, H. et al. (eds): NUMISHEET2011 Part C Benchmark Problems and Results (2011)