

オーステナイト相結晶粒径制御による TRIP鋼の塑性加工性改善の数値シミュレーション

岩本 剛*

1. 研究の目的と背景

題名にある難解な語句から説明する必要がある。TRIPとは“Transformation-Induced Plasticity”の頭字語で“変態誘起塑性”と訳される。これは読んで字の如く“変態によって誘起される塑性現象”と言う意味で、塑性現象とは高延性、高じん性化することを指す。この“変態”は名付けられた当時からマルテンサイト変態のことを指し、マルテンサイト変態も焼入れ等冷却によって見られるものではない。準安定状態にあるオーステナイト鋼に塑性変形を与えると、変形とともにマルテンサイト相（以下 α' 相）が生成するというひずみ誘起マルテンサイト変態（以下ひずみ誘起変態）と呼ばれる特殊なマルテンサイト変態である⁽¹⁾。

ひずみ誘起変態及び TRIP 鋼の変形挙動はオーステナイト相（以下 γ 相）の γ 相結晶粒径に依存しており、近年、富村ら⁽²⁾はひずみ誘起変態を発生させた TRIP 鋼に逆変態処理を施すと、逆変態した γ 相は超微細結晶粒になり、この超微細 γ 相からなる TRIP 鋼はより優れた機械的性質を示すことを明らかにしている。このように、TRIP 鋼の優れた機械的性質を積極的に利用するためには、 γ 相の結晶粒径依存性の詳細な検討、複雑な変形挙動の予測は重要となり、 γ 相結晶粒径の制御によって TRIP 鋼の機械的性質及び塑性加工性が改善可能であると考えられる。

これまでに、野原ら⁽³⁾は、TRIP 鋼の一種である γ 系ステンレス鋼を対象に、ひずみ誘起変態に及ぼす γ 相結晶粒径の影響を引張試験の結果から検討している。その中で、オーステナイト相の安定性を示す指標として Angel⁽⁴⁾によって提案された M_{50} の経験式を γ 相結晶粒径依存性を表現可能なように修正している。Leal と Guimaraes⁽⁵⁾は Fe - Ni - C 合金の引張試験を行い、顕微鏡観察結果から γ 相結晶粒径は微視組織の成長に影響を及ぼすことを明らかにしている。さらに、Varma ら⁽⁶⁾は γ 系ステンレス鋼を対象に引張試験を行い、 α' 相体積分率 - ひずみ関係に及ぼす γ 相結晶粒径の影響を検討している。上記の研究によって、 γ 相結晶粒径が小さくなると共に α' 相生成量は直線的に減少するという共通の結果が報告されている。また、Ulvan と Koursaris⁽⁷⁾は SUS304 及び 316 を用いて実験を行い、バルク成形性及び引張特性に及ぼす γ 相結晶粒径の影響を検討しており、耐力、最大引張応力は結晶粒径が大きくなると共に減少し、 n 値、均一伸びは結晶粒径が大きくなると共に増加することを明らかにしている。しかしながら、上記 2 つの研究はひずみ誘起変態と TRIP 現象の関連についての検討が

不十分である。牧ら⁽⁸⁾は、Fe - Ni 系合金の TRIP 鋼を用いて γ 相結晶粒径を様々に変化させた実験を行い、TRIP 現象に及ぼす γ 相結晶粒径の影響について検討している。その結果として、 γ 相結晶粒径が小さい場合、TRIP 現象が発生する温度域が低温側に移行するとともに、その温度域が広くなり、更に伸びの最高値も大きくなると報告している。さらに上記現象のメカニズムを、TRIP 現象に及ぼす γ 相結晶粒径の影響は小さく、 γ 相結晶粒径が小さくなることによって γ 相そのものの伸びが増加するためであると得られた実験結果より推察している。しかしながら、TRIP 現象の発生温度域で γ 相単相の延性について実験的に検討すること、すなわち牧ら⁽⁸⁾の推察を実証することは困難である。そのため、TRIP 現象の γ 相結晶粒径依存性の詳細な検討には数値シミュレーションが有効であると考えられる。

そこで本研究では、岩本ら⁽⁹⁾によって提案された TRIP 鋼を対象にした構成モデルを γ 相粒径依存性を表現できるよう一般化した構成モデルを提案し、有限要素法に導入して数値シミュレーションを行う。得られた数値シミュレーション結果より γ 相の結晶粒径がひずみ誘起変態及び TRIP 鋼の変形挙動に及ぼす影響を検討し、 γ 相結晶粒径制御により、TRIP 鋼の機械的性質ならびに塑性加工性改善の可能性を探る。

2. TRIP 鋼の γ 相結晶粒径依存構成モデル

2.1 γ 相結晶粒径依存性を表現可能なひずみ誘起変態力インテイクスモデル

Olson と Cohen⁽¹⁰⁾ はせん断帯の交差機構により変態が発生するメカニズムに着目し、ひずみ誘起変態の温度依存性を首尾良く表現できるモデルを提案しており、このモデルは Stringfellow ら⁽¹¹⁾、富田ら⁽¹²⁾、岩本ら⁽⁹⁾によって駆動力の応力状態依存性、せん断帯発生ひずみ速度依存性、せん断帯発生応力状態依存性をそれぞれ表現できるようにそれぞれ一般化されている。

Olson と Cohen は提案したモデルの導出過程において発生したせん断帯の数 N^{sb} とせん断帯の交差数 N^I が、立体幾何学を用いると次式で関係づけられることを示している⁽¹⁰⁾。

$$N^I = K' d^2 (N^{sb})^n, \quad K' = \frac{\pi}{16} \quad (1)$$

ここで d は γ 相結晶粒径、 n 、 K は定量形態学で用いられる幾何学定数である。さらに、ひずみ誘起変態の γ 相結晶粒径依存性を表現するため、 γ 相の基準結晶粒径 d_0

を導入し、式 (1) を書き改めると次式のようにになる。

$$N^I = K_0 \left(\frac{d}{d_0} \right)^2 (N^{sb})^n \quad (2)$$

なお、本研究では $d_0 = 59 [\mu\text{m}]$ とした。

式 (2) を用いて、以下岩本らの導出手順に従うと、 γ 相結晶粒径を陽に表現した変態カインेटイクスモデルは次式のようにになる。

$$\dot{f}^{\alpha'} = (1 - f^{\alpha'}) A \dot{\epsilon}_a^{\text{pslip}}, \quad A = n\alpha\beta(f^{sb})^{n-1}(f^{sb})^n \quad (3)$$

$$\alpha = (\alpha_1 T^2 + \alpha_2 T + \alpha_3 - \alpha_4 \Sigma) \left(\frac{\dot{\epsilon}_a^{\text{pslip}}}{\dot{\epsilon}_y} \right)^M$$

$$\beta = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} \left(\frac{d}{d_0} \right)^2 \int_{-\infty}^g \exp \left\{ -\frac{(g' - g_0)^2}{2\sigma_g^2} \right\} dg'$$

$$g = -T + g_1 \Sigma, \quad \Sigma = \sigma_{zz}/3\bar{\sigma}$$

ここで $\dot{\epsilon}_a^{\text{pslip}}$ は γ 相のすべりによる相当塑性ひずみ速度、 α はせん断帯の発生を規定するパラメータ、 β は核生成サイトから α' 相が生成する確率を表現するパラメータ、 g はマルテンサイト変態の駆動力を表し、応力状態依存性を考慮するために、応力の 3 軸性を表すパラメータ Σ の関数となっている。 f^{sb} はせん断帯の体積分率、 M はせん断帯発生に対するひずみ速度感度指数、 σ_g 、 g_0 はそれぞれ β の標準偏差、平均値、 g_1 は定数、 $\dot{\epsilon}_y$ は基準ひずみ速度、 η は立体幾何学の関係式により定義される定数で、実験結果から求められる⁽¹⁰⁾。なお、 $\dot{\epsilon}_y$ は変態カインेटイクスのひずみ速度依存性を表現するための基準ひずみ速度である。

2.2 Hall-Petch の関係を導入した単軸応力-ひずみ関係式

γ 相のみが結晶粒径に依存すると仮定して、Hall-Petch 則を導入すると γ 相の単軸応力-塑性ひずみ関係式は次式のようにになる。

$$\bar{\sigma}_{0(\gamma)} = \sigma_{y(\gamma)} + C_{1(\gamma)} \left\{ 1 - \exp(-C_{2(\gamma)} \bar{\epsilon}_{(\gamma)}^{\text{pslip}}) \right\}^{\sigma_{3(\gamma)}} \quad (5)$$

$$\sigma_{y(\gamma)} = \sigma_{y(\gamma)t}(T) + \sigma_{y(\gamma)d}(d)$$

$$= C_{4(\gamma)} \exp(-C_{5(\gamma)} T) + k_y \left(\frac{d}{d_0} \right)^{-1/2}$$

ここで、 k_y は定数であり、Ulvan ら⁽¹³⁾の耐力に関する実験結果から SUS304 の場合 64.15 [MPa] となる。また α' 相の単軸応力-ひずみ関係式は上式第 2 式の右辺第 2 項を無視した形式と仮定する。さらに、富田ら⁽¹²⁾に従うと、 α' 相を含んだ γ 相の 2 相混合体としての相当応力は Eshelby⁽¹⁴⁾ の解を適用することにより得ることができる。

3. 解析モデル及び解析条件

SUS304 を対象とし、円柱試験片を用いた単軸引張試験

の変形挙動をシミュレートした。なお比較のため、ひずみ誘起変態が発生しないと仮定した γ 相単相の試験片についても解析を行なった。岩本ら⁽⁹⁾の実験に対応して、環境温度を 77, 213, 273, 298, 353 [K] の 5 温度に、公称ひずみ速度を $5 \times 10^{-4} [\text{s}^{-1}]$ に、また、 γ 相結晶粒径は Ulvan ら⁽¹³⁾を参考に、22, 59, 106, 142 [μm] にそれぞれ設定した。

図 1 に解析モデルを示す。変形の対称性を考慮して全体の 1/2 領域を解析対象とし、Crossed Triangles 軸対称要素を用いて 8×31 分割した。さらに、くびれを発生させるため中央部に図示の初期不整を与えた。なお、荷重が最高時の 80% に低下するまで解析を行なった。

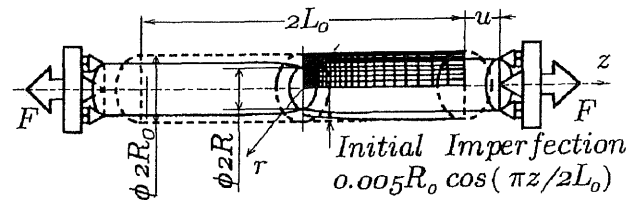


図 1 本解析に用いた有限要素モデル

4. TRIP 鋼の変形挙動の γ 相結晶粒径依存性の数値解析結果と考察

4.1 応力、 α' 相体積分率 - ひずみ曲線に及ぼす γ 相結晶粒径の影響

図 2 に環境温度 $T_{\text{env}} = 353 [\text{K}]$ における真応力 σ を式 (5) 中の $\sigma_{y(\text{alt})}$ で除した無次元化真応力 - 塑性ひずみ ϵ^P を γ 相結晶粒径 d をパラメータに表す。なお、解析結果から d の変化に関わらず、この T_{env} において変態が発生していない $f^{\alpha'} = 0$ ことを確認している。すなわち、この図は γ 相単相材の無次元化真応力 - ϵ^P 関係である。この図から d が小さくなるとともに、無次元化真応力が増加しており、式 (4) によって表される Hall-Petch 則に従う現象が現れていることがわかる。

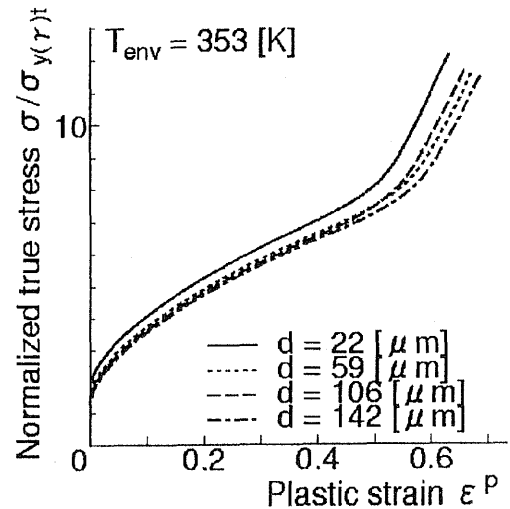


図 2 $T_{\text{env}} = 353 [\text{K}]$ におけるオーステナイト相結晶粒径を様々に変化させた場合の無次元化真応力 - 塑性ひずみ関係

図 3 に $T_{env} = 77$ [K] における (a) 無次元化真応力 $-\epsilon^P$, (b) $f^{\alpha'}$ $-\epsilon^P$ 関係を d をパラメータに表す。この図 (b) より $T_{env} = 353$ [K] の場合と異なって α' 相が生成しており、 d が大きくなるとともに、 $f^{\alpha'}$ は増加していることがわかる。一方、この図 (a) から $T_{env} = 353$ [K] の場合と同様、 d が大きくなるとともに、Hall - Petch 則に従って変形初期の無次元化真応力は減少することがわかる。しかしながら、変形の進行にともなって一旦 α' 相が生成し始めると、 d が大きくなることに伴う $f^{\alpha'}$ の増加によって、 d の大きい場合の無次元化真応力は、 d が小さい場合に比して高くなっている。また、この環境温度において d が 22 から 59 [μm] に大きくなる場合、他の d の場合に比して $f^{\alpha'}$ は急激に増加しており、 $f^{\alpha'}$ の変化に呼応して無次元化真応力も同様な現象を示している。

図 4 に $T_{env} = 298$ [K] における (a) 無次元化真応力 $-\epsilon^P$, (b) $f^{\alpha'}$ $-\epsilon^P$ 関係を d をパラメータに表す。これ

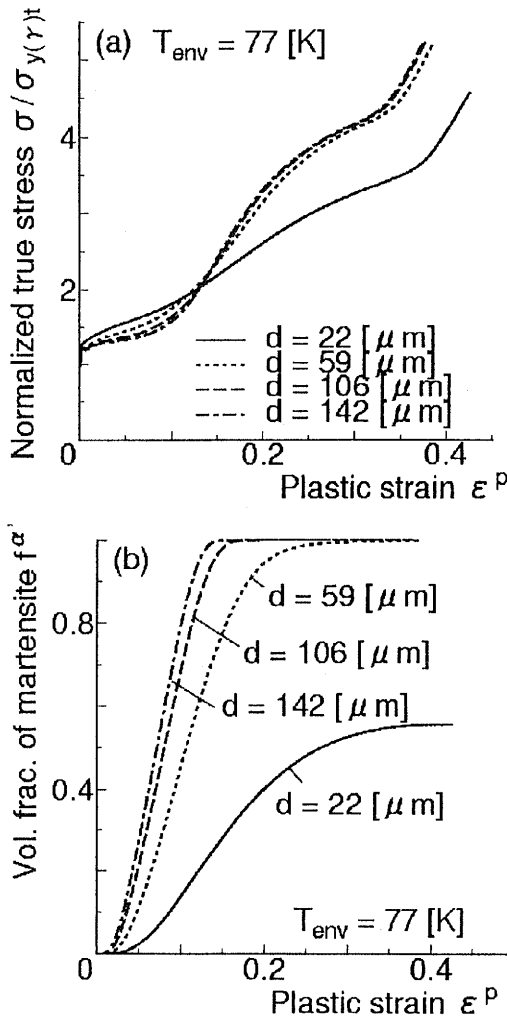


図 3 $T_{env} = 77$ [K] におけるオーステナイト相結晶粒径を様々に変化させた場合の (a) 無次元化真応力 - 塑性ひずみ, (b) α' 相体積分率 - 塑性ひずみ関係

らの図から図 2, 3 において現れていたものと同様な γ 相結晶粒径依存性が観察できる。また、この図 (a) から $T_{env} = 77$ [K] の場合の無次元化真応力に比して、この環境

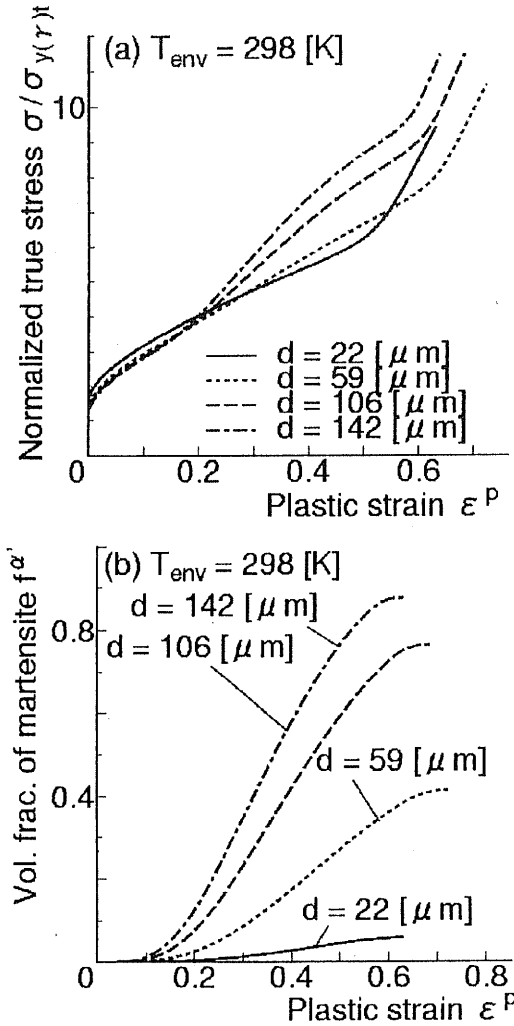


図 4 $T_{env} = 298$ [K] におけるオーステナイト相結晶粒径を様々に変化させた場合の (a) 無次元化真応力 - 塑性ひずみ, (b) α' 相体積分率 - 塑性ひずみ関係

温度における無次元化真応力は d の大きさに関わらず大きいことがわかる。すなわち、この環境温度において温度のみに依存する降伏応力に対して真応力は $T_{env} = 77$ [K] の場合に比して大きい。さらに、 d が 106 から 142 [μm] に大きくなる場合、 d の増大に対する $f^{\alpha'}$ の増加割合が小さくなっている。 $f^{\alpha'}$ の変化に呼応して図 (a) に示す無次元化真応力も同様な傾向を示している。

図 5 (a) に野原ら^⑧が実験から得た、(b) に本研究の解析より得られた真ひずみ 0.3 における $f^{\alpha'}$ $-d$ の関係を T_{env} をパラメータに表す。この図 (a) の実験結果から d が大きくなるとともに $f^{\alpha'}$ は増加しており、図 3, 4 で示した解析結果と同様な傾向がみられる。さらに、この図 (b) 及び図 (a) を比較すると、全温度域において解析結果の $f^{\alpha'}$ $-d$ 関係は、実験結果と定性的に一致していることがわかる。また、図 (b) から T_{env} が 213 [K] から 298 [K] に上昇した場合、 d を 22 [μm] から 142 [μm] に大きくすることによって $f^{\alpha'}$ はほぼ同じ値を示すことがわかり、図 (a) に示す実験結果も同様な結果を示している。すなわち、 d を大きくすることにより、 T_{env} の上昇に伴う

α' 相の生成量の急激な減少を抑制し、 T_{env} の上昇前と同程度の強度を有することが可能となることを示している。さらに、 d が大きくなるとともに、 $f^{\alpha'}$ は非常に小さい値から大きく増加することから、変態が発生しない環境温度域においても d が大きくなることによって、変態が発生するものと考えられる。

4.2 TRIP 鋼の機械的性質に及ぼす γ 相結晶粒径の影響

次に TRIP 鋼の機械的性質に及ぼす γ 相結晶粒径の影響を検討するため、図 6 に d をパラメータに T_{env} 均一伸び ϵ_u 関係を示す。ここで、 ϵ_u は Considere の条件(4)を満足した時点の公称ひずみを表す。 γ 相単相材の ϵ_u は T_{env} の上昇とともに緩やかに増加する。一方、

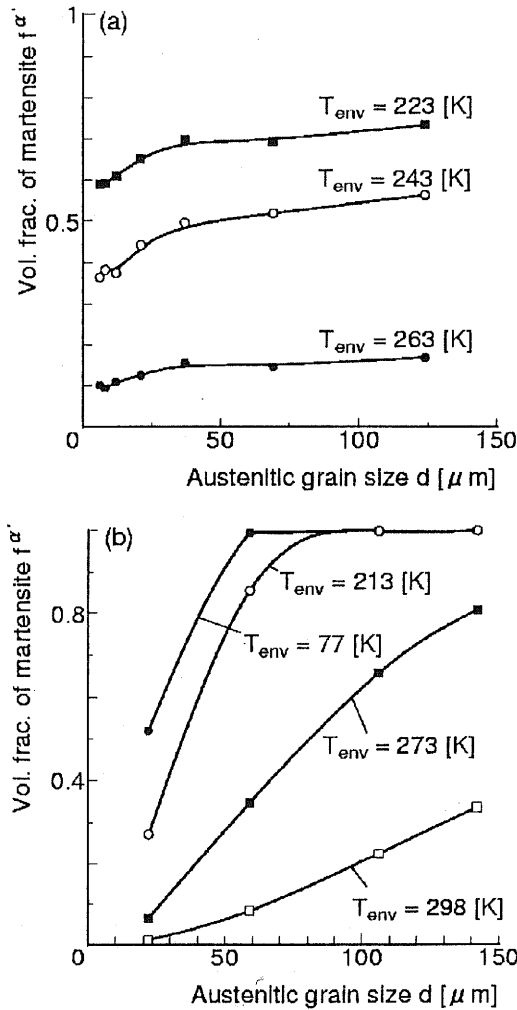


図 5 (a) 野原ら⁽³⁾の実験, (b) 本解析によって得られた真ひずみ $\epsilon = 0.3$ における α' 相体積分率 - オーステナイト相結晶粒径関係

TRIP 鋼の ϵ_u は $T_{env} = 213 \sim 298$ [K] において急激に大きくなり、ピークを示す。この図から d が大きくなる場合、TRIP 鋼の ϵ_u がピークを示す環境温度域は狭くなり、 ϵ_u の最大値は $d = 22$ [μm] の場合を除くと減少することがわかる。この傾向は牧ら⁽⁶⁾の実験結果と定性的に一致している。

さらに、実験結果との対応を明確に示すため、図 7 (a) に牧ら⁽⁶⁾の実験から得られた破断伸び - 環境温度、図 (b)

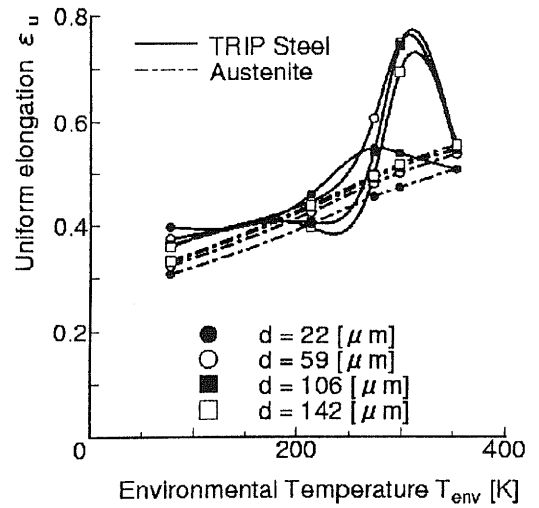


図 6 様々なオーステナイト相結晶粒径を変化させた場合の均一伸び - 環境温度関係

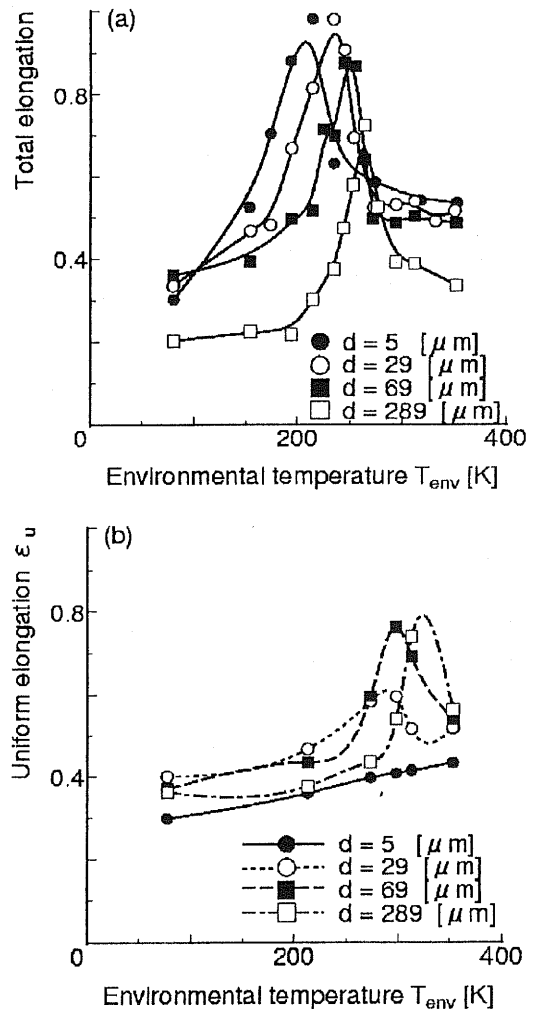


図 7 オーステナイト相結晶粒径を変化させた場合の (a) 牧ら⁽⁶⁾の実験から得られた破断伸び - 環境温度, (b) 本解析から得られた均一伸び - 環境温度関係

に本解析から得られた均一伸び - 環境温度関係をオーステナイト相結晶粒径をパラメータに示す。この図 (b) から、前述した図 (a) において観察される実験結果の特徴、即ち

d の増加に伴う伸びのピークを示す環境温度域および伸びの最大値の減少が図 6 と同様に認められる。これらの図を比較することにより、本解析結果は実験結果を定性的に再現することが可能である。

図 8 に d をパラメータに T_{env} 引張強さ σ_B 関係を示す。 γ 相単相材の σ_B は T_{env} の上昇とともに緩やかに減少する。一方、TRIP 鋼の σ_B は常温付近の温度域において σ_B は急激に減少している。また、ひずみ誘起変態が発生する環境温度域において、 σ_B は d が大きくなると共に増加しているが、それ以外の環境温度域では Hall-Petch 則に従って減少している。さらに、 $T_{env} = 77$ [K] において $d = 59, 106, 142$ [μm] の場合の TRIP 鋼の σ_B は等しい。これは図 3 (b) からわかるように $f^{\alpha'}$ が d の変化に関わらず同じ 1.0 という値に飽和することによる。 γ 相結晶粒径依存性の検討をより容易にするため、図 9 に T_{env} をパラメータに $d - \epsilon_u$ 関係を示す。この図から、d が大きい場合、 γ 相単相材の ϵ_u は各 T_{env} とも緩やかに増加することがわかる。一方、TRIP 鋼の ϵ_u は d が大きい場合、 $T_{env} = 77, 213$ [K] においては緩やかに減少し、 $T_{env} = 273, 298$ [K] においては一旦増加した後、減少している。特に、 $T_{env} = 273, 298$ [K] において d を変化させることにより ϵ_u を増加させることが可能となり、

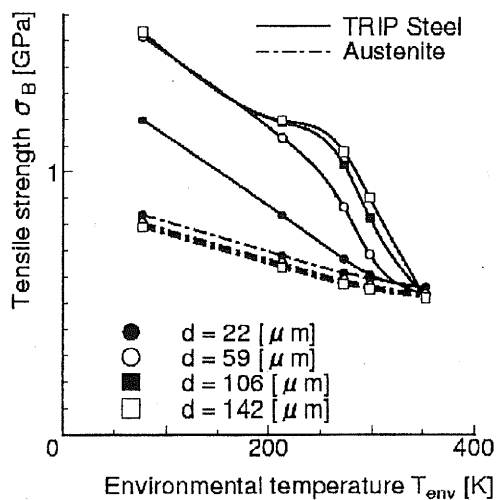


図 8 様々なオーステナイト相結晶粒径を変化させた場合の引張強さ-環境温度関係

この部分では Ulvan と Kouseris⁽⁷⁾の結果と定性的に一致している。また、d が小さくなることによって γ 相単相材の延性は減少するにもかかわらず、TRIP 鋼の延性は増加し、牧ら⁽⁸⁾の報告と異なっている。つまり、 γ 相結晶粒径の変化に伴う TRIP 鋼の延性の増加は単に γ 相の延性の増加によるものではないことを示している。この結果より、 γ 相結晶粒径は TRIP 現象に大きく影響を及ぼし、 $f^{\alpha'}$ の γ 相結晶粒径依存による $\sigma - \epsilon^p$ 曲線の変化と Hall-Petch 則に従う γ 相単相材の $\sigma - \epsilon^p$ 曲線の変化が相まって TRIP 鋼の ϵ_u に変化が現れるものと考えられる。また、図 10 に T_{env} をパラメータに $d - \sigma_B$ 関係を示す。TRIP 鋼および γ 相単相材の σ_B は d が

大きくなるにつれそれぞれ増加、減少する。さらにこの図から、 γ 相の細粒化による強化に比して、 γ 相の粗粒化に伴う α' 相の生成の促進による強化の影響が大きいことがわかる。図 9, 10 から $T_{env} = 298$ [K] の場合に注目

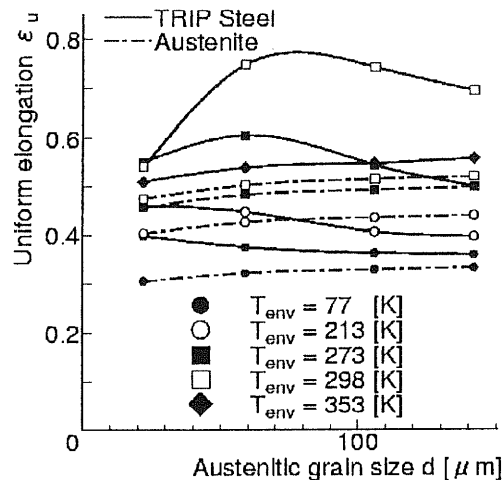


図 9 環境温度を変化させた場合の均一伸び-オーステナイト相結晶粒径関係

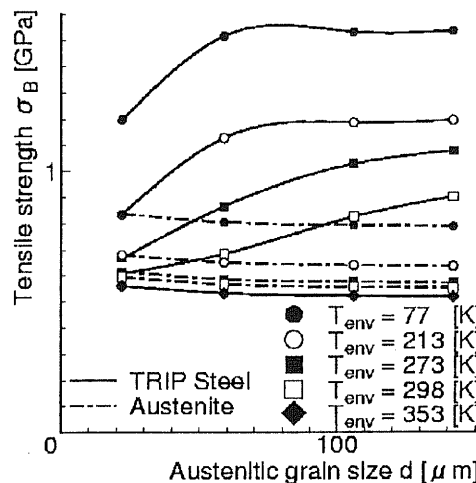


図 10 環境温度を変化させた場合の引張強さ-オーステナイト相結晶粒径関係

すると、 $d = 59$ [μm] から $d = 106$ [μm] に γ 相を粗粒化することによって ϵ_u を減少させることなく、 σ_B を増加させることが可能となることがわかる。このことから、d の制御により TRIP 鋼の機械的性質及び塑性加工性は改善可能であると考えられる。

ここで、TRIP 鋼の延性に及ぼす d の影響について検討するため、図 11 に最も伸びが大きくなる $T_{env} = 298$ [K] における加工硬化率 $d\sigma/d\epsilon$ 、 σ -真ひずみ ϵ 関係を d をパラメータに示す。図中白丸は Considere の条件、すなわちくびれ発生点を表す。この図及び図 4 (b) から $d = 142$ [μm] の場合、変形初期において他の d の場合に比して $f^{\alpha'}$ がひずみに対して急激に増加するため、 $d\sigma/d\epsilon$ は急激に増加することがわかる。その後、 $f^{\alpha'}$ がひずみに対して緩やかに増加するようになるため、 $d\sigma/d\epsilon$ は急激に減少し、Considere の条件を満足し、早期にくび

れが発生する。また $d = 22 [\mu\text{m}]$ の場合、図 4 (b) に示すように α' 相の生成が比較的少なく、他の d の場合に比して硬化が小さいため、ひずみに対する $d\sigma / d\varepsilon$ の増加割合も小さくなり、より小さいひずみ域において Considere の条件を満足する。一方、前述のように延性が大きく、強度が高い $d = 106 [\mu\text{m}]$ の場合、 $d\sigma / d\varepsilon$ が変形中高い値を保ち、より高ひずみ域において塑性不安定が発生するため、延性が増加するものと考えられる。これは、図 4 (b) に示すように $f^{\alpha'}$ が $d\sigma / d\varepsilon$ を変形中高い値に保つように増加するためである。

このように d の変化によって $d\sigma / d\varepsilon$ が変形中高い値を保ち、塑性不安定の発生を遅延させるとともに、 $f^{\alpha'}$ の増加による高強度化が可能となる。

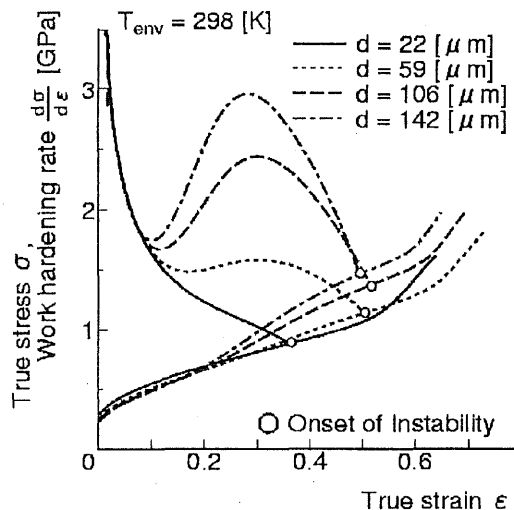


図 11 $T_{\text{env}} = 298 [\text{K}]$ におけるオーステナイト相結晶粒径を変化させた場合の加工硬化率、真応力-真ひずみ関係

5. おわりに

ひずみ誘起変態及び TRIP 鋼の変形挙動の γ 相結晶粒径依存性を表現可能な変態カインेटクス及び構成式を提案し、それらを有限要素法に導入することによって数値シミュレーションを行い、以下の結果を得た。

(1) γ 相結晶粒径が大きい場合、降伏応力は Hall - Petch の関係に従って減少し、一方マルテンサイト相体積分率は増加し、それに対応して真応力も増加する。また、環境温度 - 均一伸び関係は γ 相結晶粒径が小さい場合、TRIP を示す環境温度範囲が小さくなり、均一伸びの最高値も増加する。上記現象は実験結果と定性的に一致してお

り、提案した構成式は実験結果を定性的に表現することができる。

(2) これまでの推察のように TRIP 鋼の伸びの増加は、単に γ 相結晶粒径が小さくなることに伴う γ 相単相の延性の増加だけによるものではなく、 α' 相体積分率の γ 相結晶粒径依存による硬化及び Hall - Petch 則に従う γ 相単相材の硬化が相まって TRIP 鋼の延性に変化が現れる。また、TRIP 鋼の機械的性質並びに塑性加工性を γ 相結晶粒径により制御できることを確認した。

6. 謝辞

本研究は (財) 天田金属加工機械技術振興財団の補助のもとに行われた。深く謝意を表す。この投稿機会を与えてくださった企画委員の先生方にも謝意を表したい。

参考文献

- (1) 田村今男：鉄と鋼, 56 - 3 (1970), 429.
- (2) 富村宏紀, 永守浩樹, 高木節雄, 徳永洋一：日本金属学会誌, 55 - 4 (1991), 376.
- (3) 野原清彦, 小野 寛, 大橋延夫：鉄と鋼, 63 - 5 (1977), 212.
- (4) T. Angel : J. Iron & Steels Inst., 177 (1954), 165.
- (5) R. H. Leal and J. R. C. Guimaraes : Mat. Sci. Engng., 48 (1981), 249.
- (6) S. K. Varma, J. Kalyanam, L. E. Murr and V. Srinivas : J. Mater. Sci. Let., 13 (1994), 107.
- (7) E. Ulvan and A. Koursaris : Metall. Trans. A, 19A (1988), 2287.
- (8) 牧 正志, 友田 陽, 田村今男：日本金属学会誌, 38 (1974), 871.
- (9) 岩本 剛, 蔦 紀夫, 富田佳宏, 塑性と加工, 39 - 454 (1998), 1144.
- (10) G. B. Olson and M. Cohen : Metall. Trans. A, 6A (1975), 791.
- (11) R. G. Stringfellow, D. M. Parks and G. B. Olson : Acta Metall., 40 - 7 (1992), 1703.
- (12) 富田佳宏, 原田陽雄, 岩本 剛, 機論 A, 60 - 575 (1994), 1652.
- (13) J. D. Eshelby : Proc. R. Soc., A241 (1957), 376.
- (14) 富田佳宏：弾塑性力学の基礎と応用, (1995), 5, 森北出版.