

せん断加工の破壊現象を考慮した剛塑性有限要素法による変形解析

湯川伸樹*

キーワード：せん断加工，延性破壊，FEM，Gursonの降伏条件式，ポイド理論

1. 緒言

近年，FEMは鍛造，板成形，圧延など多くの塑性加工問題に適用され，材料の変形挙動の詳細な解明やその結果を元にしたプロセス変数や工程の最適化などに多大な成果をあげている．一方，せん断加工は素材の切断法として最も多用されている加工法であり他の塑性加工法と同様に理論的解析が望まれているにもかかわらず，せん断加工に適用した例は限られていた^{1)~4)}．その主な理由は，(1) ポンチ，ダイス刃先近傍要素の工具への侵入，(2) 非常に狭い範囲に変形が集中することによる要素の大きな歪み，(3) 材料の破壊条件の不明確さなどをあげることができる．(1) および(2) は主に有限要素法の解析技術上の問題点であり，一方，(3) は材料の延性破壊現象をいかに精度よくモデル化するかという問題である．

本研究では(1)及び(2)の問題に対しては工具の刃先形状をモデル化した上で刃先付近及びせん断域に非常に細かい要素を配置し，さらにリメッシングを繰り返す手法を用いた．また(3)の問題に対しては，修正Gurson型降伏条件式^{5),6)}およびChurらの空孔率発展式^{7),8)}をシステムに取り入れることにより，空孔(ポイド)率の影響を直接考慮することにより問題を解決する試みを行なった．

本稿ではこれらの考え方について，順に解説をする．そして，これらの手法を平面ひずみせん断について適用した解析例をいくつか示す．

2. 解析方法

2.1 工具刃先近傍の材料の変形

せん断加工中に材料は，Fig.1に示すような3つの段階を経て最終的な分離にいたると考えられている⁹⁾．すなわち(a) ポンチ，ダイが材料に押し込まれてだれが形成されていく過程，(b) 材料に大きなせん断すべりが生じてせん断面が形成されていく過程，(c) ポンチやダイの刃先近傍で材料に亀裂が発生しそれが進展していく過程である．ポンチ-ダイ間

の材料は(a)の段階では全体的に圧縮の静水圧応力(平均垂直応力)を受けているが，(b)の段階になるとしだいに静水圧応力が引張りとなる領域があらわれ，ついにはポンチやダイの側面部から亀裂が発生して(c)の段階に至る．ポンチのストロークに対して亀裂がいつ発生し始めるかによってせん断面長さが決まり，またポンチや側面のどの位置から亀裂が発生するかによってバリ高さが決まるが，亀裂がいつどこで発生するかはその材料が受けてきた応力・ひずみ履歴によって大きく左右される．従って，せん断加工を行った時のせん断面長さ，バリ高さ等を正確に予測するためには，特に工具刃先近傍から側面にかけての応力，ひずみの履歴を正確に求めることが重要である．

ところでポンチやダイスの刃先は一般に鋭い．もし数値解析上，工具刃先角度が完全な直角であるとし，有限要素解析において刃先近傍に粗い要素を用いると，Fig.2に示すように解析途中で要素の一部

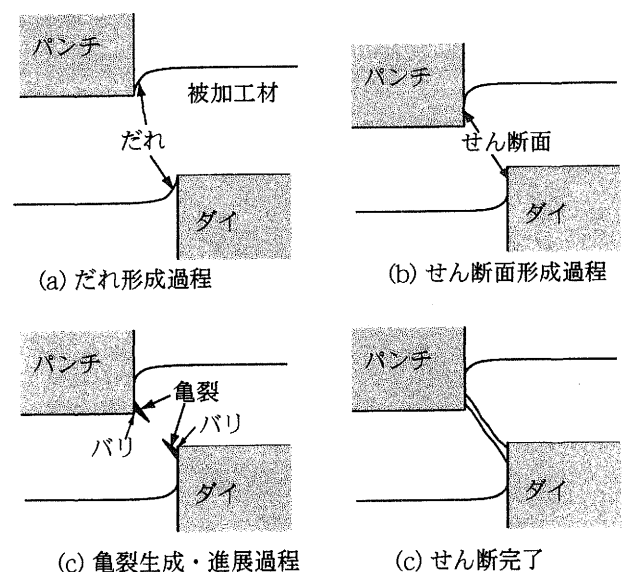


Fig.1 せん断加工における変形および亀裂進展過程

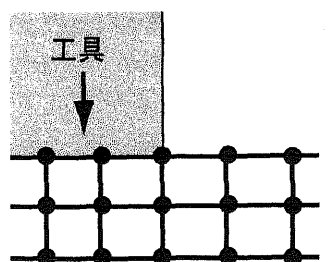
上、図中の破線のように工具刃先が大きな曲率半径をもっていることに相当し、その近傍の応力やひずみの値は正確でなくなる。要素を小さくしていくと要素の工具への侵入量は小さくなるが、このような角張った点は解析上一種の特異点となるため、要素を小さくすればするほど工具刃先のひずみ速度が増大し、結果として亀裂は工具刃先からのみ発生する、すなわちバリ高さが0という結果になる。

しかし実際の工具刃先は細かく観察すると完全な直角ということではなく、非常に小さな曲率半径を持っている。そのため、ひずみが完全に刃先角に集中せず、その結果亀裂は刃先角から幾分離れた側面から発生し、バリ（かえり）が形成される。そしてその大きさは磨耗などに起因する工具刃先のわずかな曲率の差によって大きく影響される。すなわち、このような現象を的確に表現し、また工具磨耗の影響を精度よく見積もるためには、工具の形状をできるだけ正確に入力し、かつその形状を正確に表現しうる程度の細かい要素を解析に用いる必要がある。

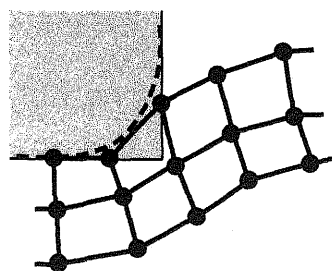
そこで本研究では工具刃先を円弧で近似することとし、その近傍の要素はその半径の1/2以下の大きさとする事とした。

2.2 リメッシング

せん断加工では極めて狭い領域に大きな変形が集中するため、Lagrange型の有限要素法を用いて解



(a) 変形前



(b) 変形後

Fig.2 工具への要素の侵入

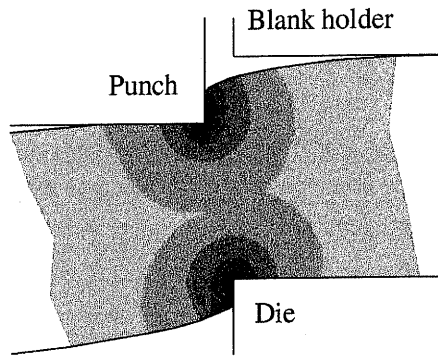
析をしようとするときに特に変形が集中する刃先近傍において要素が数ステップですぐに潰れてしまい、解析を続行することが不可能になってしまう。この問題を解決するためには、解析途中での要素の再構成（リメッシング）を行うことが必要である。その際、前述のとおりポンチ・ダイスの刃先形状を正確に解析に取り込むためには、刃先付近の要素を十分細かくする必要があるが、全ての解析領域を細かい要素で分割することは、計算機の記憶容量、計算時間の点で不合理である。そこで初期メッシュ作成、リメッシュ時共に、それに用いるメッシュジェネレータには解析領域内である部分は細かい要素、そうでない部分は粗い要素というようにメッシュサイズをコントロールできることが重要である。本研究では、筆者らが開発したリメッシング機能付き剛塑性有限要素解析プログラム¹⁾を使用した。このプログラムでは解析領域をいくつかの副領域（サブドメイン）に分割し、それぞれに要素サイズを指定してメッシュ生成を行うことが可能なメッシュジェネレータが組み込まれている。メッシュ生成は、それぞれのサブドメイン内にそれぞれのメッシュサイズ間隔で節点を配置し、それらを適切に結び付けることによって行われる。また本研究においては、要素が大きく変形するポンチとダイスの刃先周辺領域及びせん断域内とその他の領域とでは必要とするメッシュのサイズは大きく異なっている。従って、要素サイズの差の大きいサブドメイン同士を隣接させてメッシュ生成を行うと、その境界付近で最初から大きく歪んだ要素ができてしまう。そこでサブドメインを数段階用意し、メッシュの大きさを徐々に変化させるような工夫を採用することで、隣り合うメッシュのサイズが大きく変化しないような要素配置とした。

Fig.3にリメッシング時のサブドメインならびにそれをもとにしてメッシュを作成した例を示す。

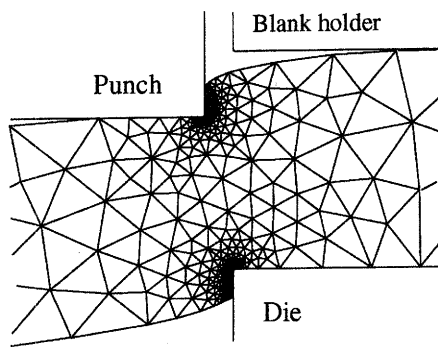
2.3 延性破壊の表現法

せん断加工における亀裂の発生、進展は延性破壊の一種である。この延性破壊の発生および発生後の亀裂の進展挙動、材料の変形挙動を正確に予測することが、精度よい製品品質の予測につながる。

延性破壊に関しては古くから非常に多くの研究がなされており、延性破壊の発生を予測する、いわゆる破壊条件式は様々なものが提案されている。延性破壊は基本的には、材料の変形中に材料内の静水圧応力が引張りの部分に存在する介在物や粒界などから微小ボイドが発生し、それが成長、合体をくり返



(a) Example of subdomain



(b) Mesh generated from subdomain (a)

Fig.3 サブドメインとメッシュ生成の例

すことにより巨視的な破壊にいたるものであるため、破壊発生の予測にはそのようなポイドの挙動をモデル化した理論が多い。例えば大矢根の式では多孔質体の降伏関数をベースにポイド率がある値を越えたら破壊が生じると仮定して導かれたものであり、また McClintock の式はポイドの成長過程を精密に観察し、ポイドの成長・合体の簡単な解析を行って得た式である。Cockcroft & Latham の式はポイドの生成、成長に一番影響すると思われる最大引張主応力を積分したものであり、簡便なことから良く用いられる。

これらの破壊条件式は、基本的には破壊の発生を予測するだけであり、破壊発生後の亀裂の進展等を求めるためにはさらに工夫が必要である。良く用いられる方法は、節点分離法および要素除去法である。その概略を Fig. 4 に示す。節点分離法では、各変形ステップごとに節点の位置において破壊発生の判定を行い、破壊が発生したと判定された節点を2つの節点に分離する方法である。要素除去法では、同じく各変形ステップごとに各要素の破壊発生の判定を行い、破壊が発生したと判定された要素を取り除くことにより亀裂を表現する方法である。これらの方法では亀裂進展の1ステップにおける増分は要素の大きさによって、また亀裂進展の方向は要素の

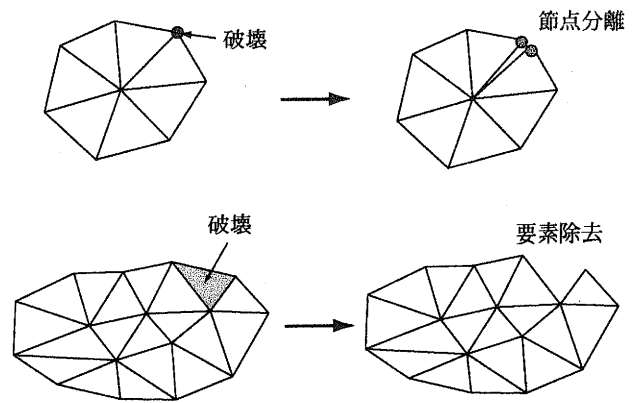


Fig.4 亀裂の表現方法

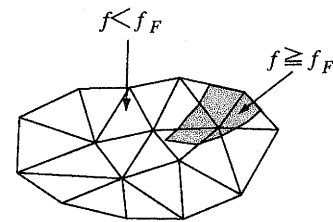


Fig.5 空孔体積率による亀裂の表現

形状によって規定されるため、解析メッシュが異なると結果も異なってくる可能性が大きいことが問題点であった。また節点分離法では要素のどちら側に節点を分離するかなどで多くの場合分けを要し、プログラムが複雑になる。

そこで本研究においてはより簡便な方法として、破壊現象を空孔（ポイド）体積率の値によって直接表現する方法を採用した (Fig. 5)。すなわち、変形解析に修正 Gurson 降伏関数と Chu らによる損傷発展式を導入し、空孔率がある限界値をこえた部分で破壊が発生したと考えた。

Gurson 型降伏関数は無限媒体中に1個の球形または円筒状空孔が存在する場合の解析に基づいたものである⁵⁾。また、Tvergaard は空孔が格子状に規則的に並ぶ多孔質体の連続体モデルの数値計算とを比較して Gurson 型降伏関数に係数を導入し、修正を提案している⁶⁾。本解析では Tvergaard による修正 Gurson 型降伏関数を用いた。降伏関数を次式に示す。

$$F(\sigma_{ij}, \sigma_M, f) = \frac{3\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}{2\sigma_M^2} + 3f^* \cosh\left(\frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M}\right) - \left(1 + \frac{9}{4}f^{*2}\right) = 0 \quad (1)$$

ここで σ_{ij} は空孔を含んだ連続体に作用する Cauchy 応力、 σ_M は母材の降伏応力である。 f^* はポイドの合体を考慮した修正空孔体積率であり、次式で表される。

$$f^*(f) = \begin{cases} f & \text{for } f \leq f_c \\ f_c - \frac{f_U - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{for } f > f_c \end{cases} \quad (2)$$

この降伏関数は f が 0 の場合は Mises の降伏条件式と等しくなるが、 f が大きくなるにつれ降伏応力や体積一定の拘束条件が小さくなり、外力に対する力を負担しなくなる。

損傷発展式は次式で表わされる。

$$\dot{f} = \dot{f}_{nucleation} + \dot{f}_{growth} \quad (3)$$

$\dot{f}_{nucleation}$ は空孔生成による体積率速度で、 \dot{f}_{growth} は空孔成長による体積率速度である。

空孔生成及び成長にはひずみ誘発モデルを採用した^{7), 8)}。空孔生成による体積率増分は次式で表わされる。

$$\dot{f}_{nucleation} = D \dot{\epsilon}_M \quad (4)$$

$$D = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_M - \epsilon_N}{s_N} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_M$ は母材の相当ひずみである。また f_N は第二相または不純物などの粒子の体積率、 s_N は粒子分布の標準偏差、 ϵ_N は空孔生成ひずみである。

空孔成長による体積率増分は次式で表わされる。

$$\dot{f}_{growth} = (1-f) \dot{\epsilon}_{kk} \quad (6)$$

ここで $\dot{\epsilon}_{kk}$ は体積ひずみ速度である。

破壊は f が f_F に達した時に発生するとするが、要素の除去や節点分離などの処理は特に行わず、亀裂形状は $f > f_F$ の部分を白抜きで表示することによって表現する。従って亀裂内部にも要素が存在することになるが、前述の通りこの要素は外力に対する抵抗力をほとんど持たないものであり、本手法は空間にもメッシュを切る Euler 法的な考え方に基づくものである。

2.4 破壊パラメータの決定

前節で示した降伏関数や損傷発展式には多くの材料パラメータが含まれるため、これらをなんらかの方法により決定する必要がある。これらの中でも特に空孔生成ひずみ ϵ_N は損傷発展式のキーポイント

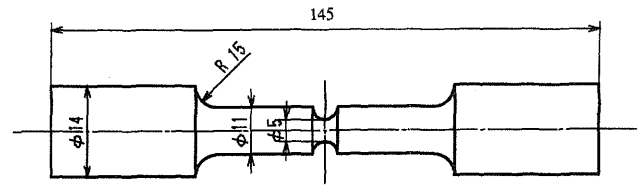


Fig.6 切欠き付引張試験片

となるパラメータであり、これの精度が全体の解析精度に大きく影響するが、多くの条件、特に応力三軸度 (σ_m/σ) が影響すると考えられる。これらのパラメータは数多くのせん断実験を行ってせん断断面形状を測定し、解析結果と比較することによって決定することもできる。しかし生産現場においてはそのような実験を行うことは困難であり、できるだけ簡単な実験で決定できることが要請される。そこで本研究においては、Fig.6に示すような切欠き付丸棒試験片を用いた試験によって破壊パラメータを求めた。この試験においては切欠き部分の材料にはその切欠き半径に応じた応力三軸度が発生する。切欠き半径を変えて異なる応力三軸度の履歴を受けた材料の破壊限界を求め、それを考慮してパラメータを決定する方法である。ひずみは切欠き部の直径を連続的に測定することにより、また材料に作用している応力三軸度はその時の切欠き半径を測定して Bridgman の式¹⁰⁾によって求めた。

Fig.7にそのようにして求めた応力三軸度と ϵ_N の関係を示す。応力三軸度が増加するにつれ、破壊限界が低下していることがわかる。

3. 解析例

Fig.8に示すような、板押さえによってダイスに固定された板材を打抜くせん断加工を、平面ひずみ問題として解析した。材料はS60Cを用い、板厚は $t=1.5\text{mm}$ 、板幅は $D=45\text{mm}$ 、ダイス間距離は $d=25\text{mm}$ 、とした。また、工具刃先は円弧で近似しその半径を変化させることによって工具磨耗の影響

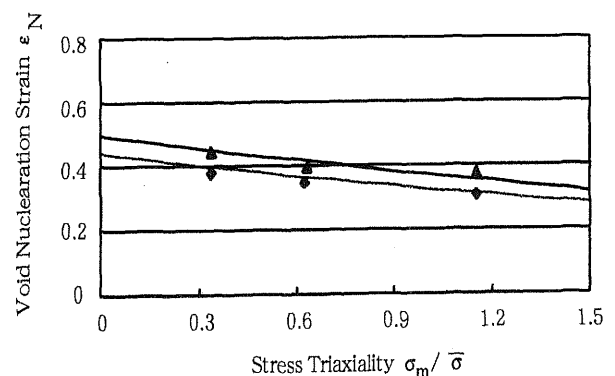


Fig.7 ϵ_N と応力三軸度の関係

を解析に取り入れた。クリアランスは板厚の10%とした。その他の解析条件をTable 1に示す。

3.1 亀裂の発生と進展

Fig.9にポンチ側の亀裂の発生・進展の様子を示す。空孔体積率が $f_p=0.06$ を超えた部分を亀裂とし、白く表示してある。またポンチ降下量は板厚に対する比として、 $\%t$ で表してある。ポンチ降下量20%付近でポンチ側面から亀裂が発生し、それが進展していく様子がわかる。

Fig.10は同じ条件で行った実験と比較した結果である。亀裂の大きさ、進展方向などよく一致しており、これらの結果から、だれ、バリ、せん断面長さ等のせん断面形状の予測を行うことが十分可能であることが分かる。

3.2 工具摩耗の影響

本研究で開発した解析プログラムにおいては、工具刃先の形状を正確に取り込むことが可能であるため、工具摩耗によるせん断面形状への影響も求めることができる。一例として、工具刃先半径 r が $5\mu\text{m}$ の場合と $1\mu\text{m}$ の場合の静水圧応力（平均垂直応力）分布をFig.11に示す。工具が摩耗し刃先半径が大

きくなるにつれ、静水圧応力が引張りの領域が広くなる。しかしその最大値は刃先半径が大きいほど小さくなり、またその位置はポンチ先端から離れた位置となる。このことは、工具摩耗が進むと亀裂発生が遅くなること、またバリ高さが大きくなることなどの実験結果と一致しており、本解析によってこのような工具摩耗の影響を検討できることを示している。

4. まとめ

ポイド理論をベースとした降伏関数を剛塑性FEM解析に組み込み、破壊現象を考慮したせん断加工の解析を行った。そして以下の結果を得た。

- (1) 工具刃先を曲線で近似し、その近傍に細かい要素を配置してリメッシングを繰り返すこと

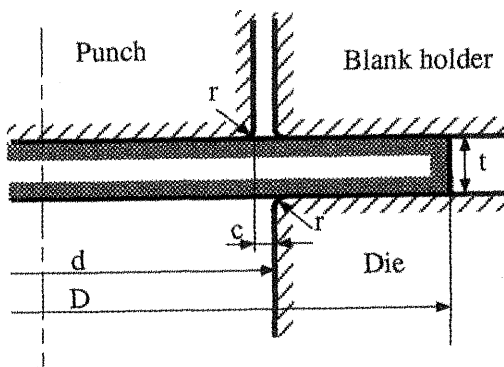
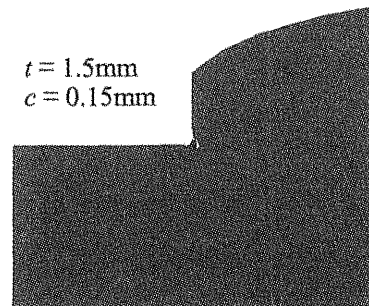


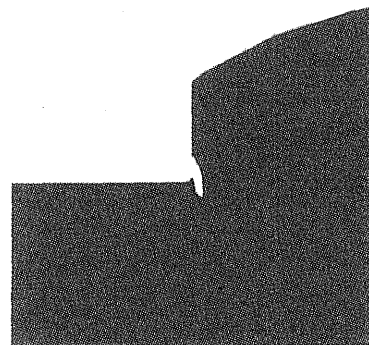
Fig.8 平面ひずみせん断の工具

Table 1 解析条件

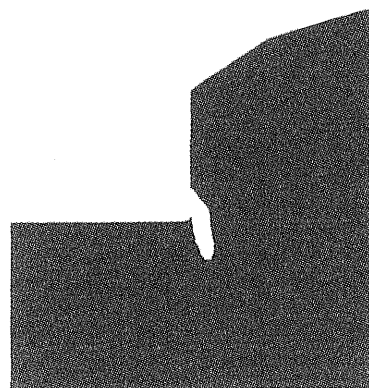
解析モード	平面ひずみ
工具タイプ	剛体
材料タイプ	剛塑性体
要素タイプ	三角形2次要素
F値	1068 MPa
n値	0.26
摩擦モデル	Coulomb
摩擦定数	$\mu=0.1$



(a) Punch penetration 20%t

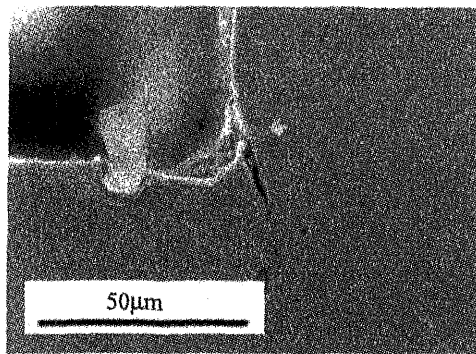


(a) Punch penetration 25%t

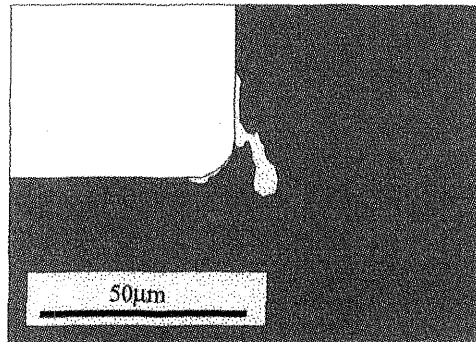


(a) Punch penetration 30%t

Fig.9 亀裂の発生・進展の様子



(a) 実測結果



(b) 解析結果

Fig. 10 亀裂形状の比較 ($t=1.5\text{mm}$, ポンチストローク $=20\%t$, $c=10\%t$)

により、正確な変形解析を行なうことが出来た。
 (2) 空孔の影響を考慮した降伏条件式をFEM解析に導入することによって、破壊を含んだせん断加工の変形解析を実現し、工具刃先から空孔が生成、成長する様子が確認された。またそれは実験とよく一致することを確認した。
 (3) 切欠き付き丸棒試験片を用いた簡便な引張り試験により、静水圧応力の影響を考慮した破壊パラメータの決定を行った。
 今後、丸抜きや異形打ち抜き、丸棒せん断等に適用し、2次せん断面などを含むより詳細な解析を行えるよう、発展させていく予定である。

謝辞

本研究の遂行にあたり、(財)天田金属加工機械技術振興財団の研究助成を受けたことを付記し、財団および関係各位に深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 高石和年・前田禎三：塑性と加工，21-236(1980)，784.
- 2) 小森和武：塑性と加工，38-433(1997)，129.
- 3) 竹増光家・尾崎龍夫・山崎進：塑性と加工，36-

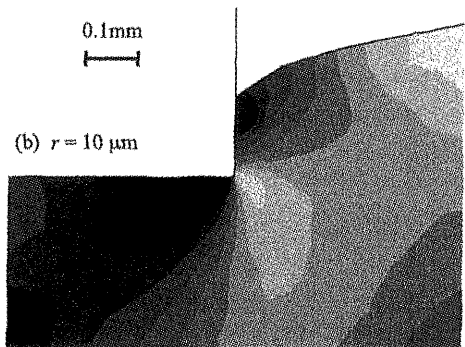
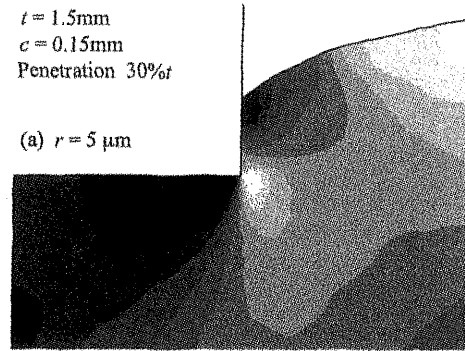


Fig.11 工具刃先半径の静水圧応力分布に及ぼす影響

- 418(1995), 1318.
- 4) Taupin E.・Breitling, J.・Wu, W. T.・Altan, T. : J. Mater. Process. Technol., **59** (1996), 68.
- 5) Gurson, A. L.: Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I - Yield Criteria and Flow, Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol., **99**-1(1977), 2 - 15.
- 6) Tvergaard, V.: Material Failure by Void Growth to Coalescence, Advances in Appl. Mech., 27(1983), **83**-151.
- 7) Chu, C. C.・Needleman, A.: Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched Sheets, Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol., **102**(1980), 249-256.
- 8) Hohe, J.・Baaser, H.・Gross, D.: Analysis of ductile crack growth by means of a cohesive damage model, Int. J. Fracture, **81**(1996), 99-112.
- 9) 古閑伸裕・青木勇：プレス打抜き加工，(2002)，3-4，日刊工業新聞社。
- 10) Bridgman, P. W.: Stress Distribution at the neck of a Tension Specimen, Trans Am. Soc. Metals, **32**(1994), 553-574.
- 11) 湯川伸樹，石川孝司，難波広一郎：塑性と加工，**36**-410 (1995)，248.