

# 3次元相互相関関数による自由曲面金型 工具オフセット・工具干渉計算

中村 隆\*

## 1. 緒 言

近年の金型加工は計算機，CAD/CAMソフトの性能向上とマシニングセンターを初めとする工作機械と工具の性能向上により製作時間，コストが削減されてきた。最近では工具中心軸とZ軸とに角度を持たせ，ボールエンドミルやブルノーズミルを効果的に利用することや，磨き工程の自動化などが進み，複雑な製品形状，複雑な工具形状，工具姿勢の加工が増えてきた。これに対し，工具移動軌跡や工具干渉の計算は幾つかの手法<sup>1) 2)</sup>が提案されているが，自由曲面形状ではZ-map方式で表現された製品形状に逆形状の工具を重ね合わせオフセット面を得る方法<sup>3)</sup>が主に行われている。この方法はZ座標だけを繰り返し書き換えることで計算の効率を高めているが，3次元的なオフセット計算，干渉計算は不可能であり，オーバーハング形状，穴裏座ぐり，アリ溝加工などには対応できない。ここでは相互相関関数を利用して完全な3次元オフセット，干渉計算を行う方法<sup>4)</sup>を紹介する。この方法で高精度な加工を行うには極めて大きな計算機容量を必要とするが，急速な計算機能力向上により実用性が高くなりつつある。

## 2. 干渉計算と相互相関関数

本研究では2つの立体相互の干渉を相互相関関数を用いて計算し，演算自体は離散高速フーリエ変換を利用することが本手法の方向性および特徴を決定づける。つまり，Z-map方式の形状表現では相互相関計算が不可能なことから，3次元空間格子(Voxel<sup>5)</sup>)どうしの直接演算となるが，計算結果の空間格子には干渉量が入り，方向にかかわらず一括して干渉領域空間が得

られる。オフセット計算には無用の領域まで演算が行われるが，極めて演算回数が少ない離散高速フーリエ変換で速度を補い，干渉量から加工中の送り速度を算出する<sup>6)</sup>等，積極的な利用が可能である。またフーリエ変換が複素数演算であるため，各格子には少なくとも2×4バイトを確保する必要がある。ここではこれを有効に活用して，加工精度の維持を試みた。

音響，振動等の解析では，波形の類似性，位相差の検出に相互相関関数(Crosscorrelation function)が利用されている。1次元関数  $j(t)$ ,  $h(t)$  の離散相互相関関数  $z(kT)$  は次式で表される。

$$z(kT) = \sum_{i=0}^{N-1} j(iT) \cdot h[(k+i)T] \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (1)$$

ここで  $T$  は標準化間隔である。 $k$  の値を推移させながら行う上式の計算は極めて単純であるが， $N$  の増加に伴い計算量が指数関数的に増大する。そこで一般的に相関関数の計算はフーリエ変換を介して行われている。まず  $j(t)$ ,  $h(t)$  それぞれをフーリエ変換して  $J(f)$ ,  $H(f)$  を得る。次に周波数領域で  $J^*(f)H(f)$  (\*共役複素) を計算し，それを逆フーリエ変換することで  $z(kT)$  が得られる。

次に3次元問題を考える。製品と工具の形状を  $j(x, y, z)$ ,  $h(x, y, z)$  のセルで表す。 $x, y, z$  はそれぞれの物体に固定された直交3軸方向の距離であるが，離散計算を行うことから正確には  $x=nT$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) である。 $j, h$  は物体の存在を表す値であり，実ならば1，空ならば0とするのが最も簡単である。しかし実際の計算はフーリエ変換(離散高速フーリエ変換では計算結果が元の配列に納まる)を利用することから，1つの要素に複素数で2×4バイトを確保している。

$j, h$  には物体の密度, 材質等を数値化して入れることが可能であり, 計算時間は同じである. 素材形状は虚数, 製品形状は実数, 工具形状を実数として相互相関関数を計算すれば, 実数空間で工具軌跡を算出しつつ, 虚数空間で加工量を観察することも可能である. ここでは機械加工で最も重要な精度を改善することを目的とし, 物体の境界に位置する要素 (セル) に充足量を示す中間値を持たせた.

3次元相互相関関数  $g(x, y, z)$  は次式で計算される.

$$g(x, y, z) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} j(l, m, n) h(l+x, m+y, n+z) \quad (2)$$

### 3. 中間値補正

離散相関でオフセット面を算出するには, 立体形状は立方体のセルで表現されなければならない (空間格子表現法). X線CTに見られるように, セル表現は内部構造まで記述でき, 直接的表現で扱いやすい. しかし, 物体を高精度に表現するには多くのメモリーを必要とする. セル表現で精度を維持してメモリーを節減する手法にOct-tree法がある<sup>7)</sup>. Oct-tree法は境界のセルを8分割し, 階層的にメモリーを配置した巧みな手法であるが, 離散相関の計算には構造的になじまない. 本研究では境界のセルに中間値を持たせることで精度の維持を試みる. X線CTで得られる値は, X線の透過率で決まるCT値であり, 例えば骨 (CT値は大きい) の内部であればほぼ同じ値であるが, 境界部は内部よりも低い値となる. 図1は2次元問題について, 1つのセルの中で実体が占める面積値を, 充足したときを100として, そのセルに持たせている. それぞれのセルの中心にその値があるとして, 隣接するセルの値を線形内挿し, しきい値50を横切る位置を推定して境界とする. X方向, Y方向それぞれに計算した結果が図2の○印である. 粗いセル間隔でも形状が復元されていることがわかる.

### 4. 相互相関によるオフセット計算

実を1, 空を0とした中間値を用いない方法で, 製

0	0	0	0	0	17	55	58
0	0	0	0	6	92	100	100
0	0	0	0	40	100	100	100
0	0	0	3	75	100	100	100
0	6	51	88	100	100	100	100
0	64	100	100	100	100	100	100

図1 中間値を用いたVoxel表現

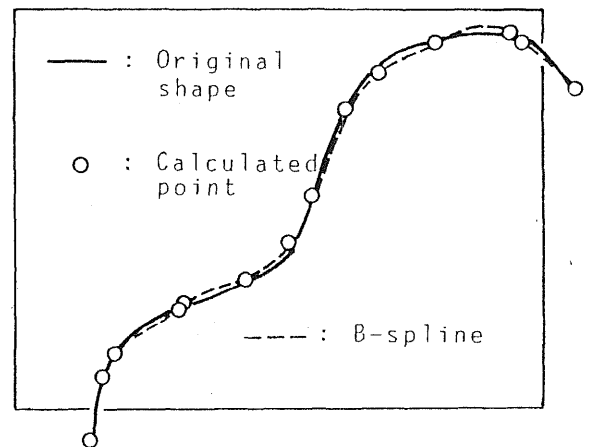


図2 原形状と推定形状の比較

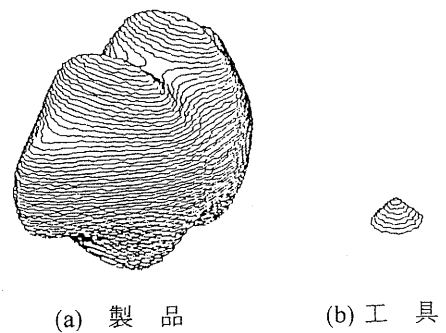


図3 製品形状と工具形状のVoxel表現

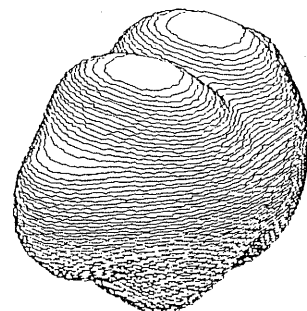


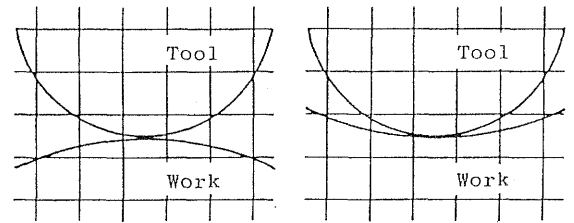
図4 製品と工具の相互相関関数立体

品と工具（説明のための架空の工具）の形状を表した例を図3に示す。離散相関の周期性を考慮して、適正な周期（計算領域）で計算を行えば、図4に示す相互相関関数の立体が得られる。この立体の表面のセルは少なくとも1の値を持ち、内部に入るほどセルは大きい値を持ち、その値は干渉量を表している。立体の外は極めて高い精度で0に近い値となる。工具に設定された座標原点を、図4の立体の表面（正確には1つ外側のセル）に沿うように移動させれば、包絡面は図3の製品形状となる。ここで1つのセルの大きさが、要求される加工精度よりも小さければ、この中間値を用いない方法で工具軌跡が算出できたことになる。しかし現状の計算機では1283の要素を確保するのが限度であり、100mmの製品に対して0.78mmの段差(量子化誤差は約0.4mm)となる。加工の際のピックフィード凹凸と比べても値が大きく、仕上げ加工に過大な時間が必要となる。また、Zマップ方式で加工を行った場合、同じ高さで段差となり、滑らかな曲面では等高線状の目障りなパターンが発生する。そこで中間値を利用して量子化誤差を少なくする方法を考える。

B-スプライン等で表された高精度な曲面、あるいは細かいピッチで計測された面情報を元にして、中間値を持つ3次元セル表現を得る。境界のセルには実体が占める体積値を与える。立方体のセルが充足しているときの値を1とすると、境界のセルが持つ値 $v$ は $0 < v < 1$ である。ここで図3が境界で中間値を持つセル表現とすると、図4の相互相関関数の表面は中間値どうしの積の和となる。この場合に真の境界（干渉が生ずる位置）を推定するには、先の線形内挿では誤差が大きい。図5は工具（ボールエンドミルを想定）と製品が接触しているときの様子をモデル化しているが、(a)の凸と凸が接触するときの相関値と比べ、(b)の凸と凹が接触するときの相関値は大きい値となる。平面と球が接触するとき（図6）、干渉量 $V$ は次式で表される。

$$V = \pi \xi^2 \left( r - \frac{\xi}{3} \right) \quad (3)$$

ここで $\xi$ は平面と球が接触してからの接近量であり、 $r$ と比べ $\xi/3$ は充分小さいとみなせるので次式で置き



(a) 凸-凸の接触 (b) 凸-凹の接触

図5 工具と製品の接触状態

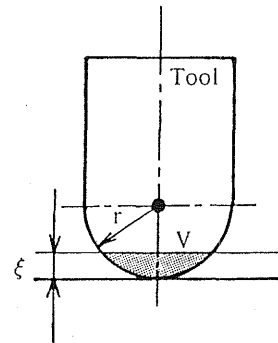


図6 相互相関数値の変化率

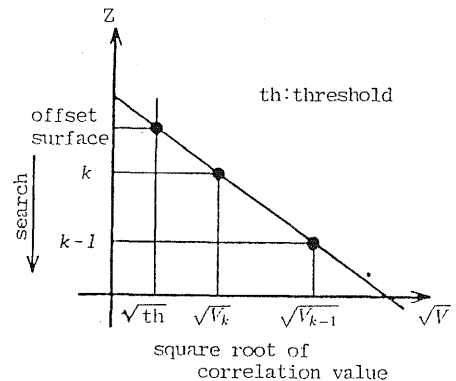


図7 外挿法による接触点の推定

換えられる。

$$V = \pi r \xi^2 \quad (4)$$

つまり、干渉量は接近量の2乗に比例して増加することになる。そこで図7に示す方法で相関関数の計算結果から境界を推定する。相関関数立体の外部から工具中心軸方向（ここではZ軸マイナス方向）に相関値を探索し、あるしきい値 $th$ を越えたセルの相関値 $V_k$ と次のセルの相関値 $V_{k-1}$ の平方根から $th$ の位置を外挿する。この方法で境界を推定すると、図5の(a)では $V_k$ と比べ $V_{k-1}$ の増加が小さく、(b)では $V_{k-1}$ の増加

が大きくなり、推定誤差は縮小する。

## 5. 立体モデル用金型の作成

上記の工具オフセット計算を活用し、マシニングセンタで立体モデルの金型を作成した。作成する立体モデルは図8に示す中部地方を中心とする北緯 34°、東経 135°から北緯37.25°、東経 139°の範囲の重力異常（ブーゲー異常）マップである。ブーゲー異常は地下構造と強い関連を示し、地質、地震の研究には重要な情報を提供する。ブーゲー異常は、各地点の重力測定値と標準重力との差の値から、高度による補正、地殻密度の補正、近傍地形の補正を施すことで得られ、図8の最高値は106.771mgal、最低値は-80.200mgalであった。この値は標準重力に対し、約0.01%の変動に相当する。重力測定は10<sup>-8</sup>~10<sup>-9</sup>の精度が要求され、測定機は基準点との比較校正が常に必要のため1日で十数箇所しか測定できない。図8のデータは著者の1人を含む多数の組織により得られたもので<sup>8)</sup>、著者らが編集、整理したものである<sup>9)</sup>。この種の情報は、紙面上での立体表現では微細構造が把握しにくく、特に多人数での討議には高精度な立体模型が多数有ることが望ましい。そこで、金型を作成し、硬化樹脂で立体モデル（レリーフ模型）を製作することを試みた。

図8は300×300の Z-mapデータであり、150×150×60のアルミニウム合金素材に40mmの高低差で削り出すこととした。工具は表1のボールエンドミル3本とし、荒加工をφ12、仕上加工をφ2.5とした。相関関数による工具オフセットの計算は、64×64×128（z方向）の配列を製品と工具で2つ計算機内に確保して行った。そのため、一度に算出できる領域(x-y) は、

離散相関の周期性を考慮すると40×40が限度であり、原データを 64 の小領域に分割して計算を行い、それを重ねあわせることで工具オフセット面を得た。WS（主記憶32MB）による計算時間は、1つの小領域のオフセット面を得るまでで、中間値による補正も加え約2.5minであった。図9に小領域の計算結果を示す。

(a)は原データ(40×40)、(b)は中間値を用いず2値で計算したφ2.5の工具に対するオフセット面である。量子化誤差が目につき、製品上では約0.4mmの段差となる。これに対し、先に述べた中間値を用い、表1に示すしきい値で推定したオフセット面が(c)で、滑らかな曲面となることがわかる。製品は滑らかなだけでなく精度も要求される。先に説明した補正方法からわかるように、単発的な微小凸部に対しては応答が悪くなるが、種々の形状でシミュレートした結果、理想のオフセット位置に対し計算されたオフセット位置の偏差は、2値での計算結果の1/2から1/6に減少した。補正手法を含め改良の余地はあるが、ここでは本手法

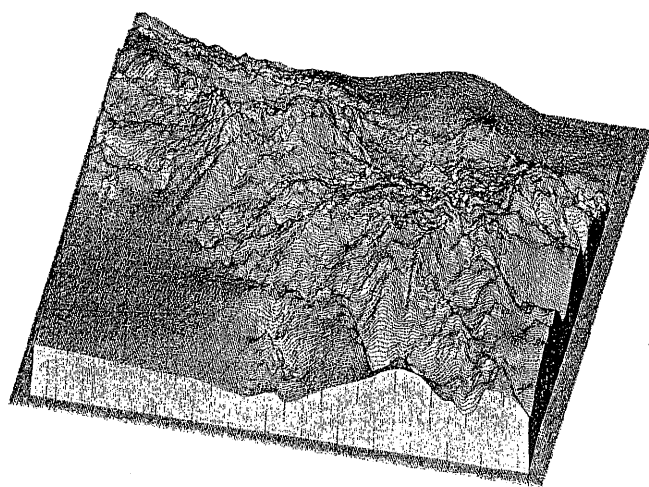
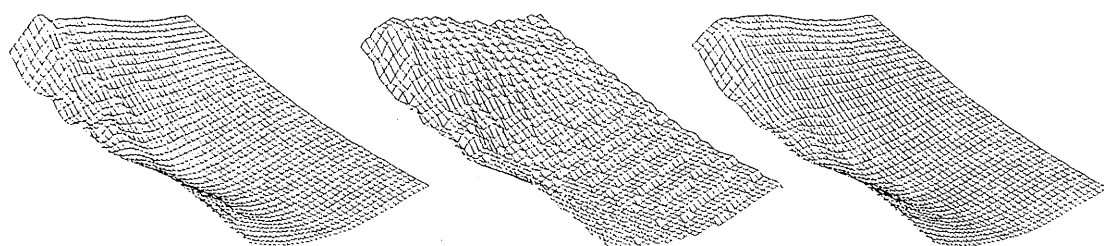
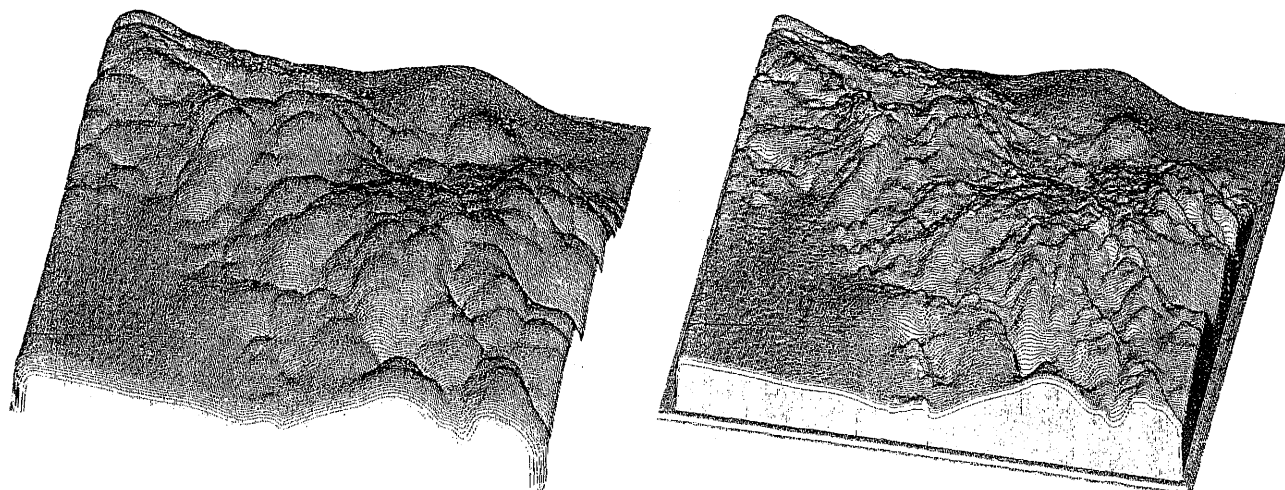


図8 中部北陸地域のブーゲー異常マップ



(a) 原データ表面（小領域） (b) 2値計算によるオフセット面 (c) 中間値計算によるオフセット面

図9 φ2.5ボールエンドミルの工具オフセット計算での中間値利用の効果



(a) 工具No.1  $\phi$ 12.0 ボールエンドミル (b) 工具No.3  $\phi$ 2.5 ボールエンドミル  
 図10 オフセット面の計算結果



(a)  $\phi$ 12.0 ボールエンドミルによる加工 (b)  $\phi$ 6.0 ボールエンドミル加工後の製品  
 図11 マシニングセンター上の製品写真

表1 ボールエンドミルの直径としきい値

工具番号	No. 1	No. 2	No. 3
先端球直径	$\phi$ 12.0	$\phi$ 6.0	$\phi$ 2.5
しきい値	13.4	7.2	3.3

で計算した結果をもとに実加工を行った。

$\phi$ 12と $\phi$ 2.5の工具に対する工具オフセット面の計算結果を図10に示す。これらの計算結果からISO制御命令を作成し、パソコンからMC(主軸最高回転数6000 rpm)にRS 232Cでデータを転送して作業を行った。MCのRAM容量と比べ加工命令の長さが大きいことから、逐次データを転送して加工を行った。ピックフィードは原データ密度と同じ間隔の0.5mmとし、直線補間の平面座標も0.5mm間隔とした。MC制御盤はCPUが32bit $\times$ 2であり処理速度は早いですが、データの転送速度が制約となり、工具送り速度は最大

300mm/minであった。

加工途中の様子を図11に、また完成品を図12に示す。図11(a)は $\phi$ 12の工具による荒加工で、軸方向切込みを最大6mmとしたため7回の繰返し加工となった。(b)は $\phi$ 6の中加工後の製品である。図12の滑らかな面には布目状のツールマークが観察される。これは研削仕上が不可能なため、 $\phi$ 2.5の工具による仕上げ加工をX方向とY方向に2回行い、少しでもツールマークを少なくするのを目的としたが、効果的とはいえなかった。

この金型の周囲をPTFEの板で囲み、反応硬化性ポリウレタン樹脂を充てんしてモデルを作成した。加工精度を検証するために、その内の1つを切断しプロファイルを工具顕微鏡で計測した。測定結果と原情報を比較して図13に示す。樹脂硬化時の収縮が1%程度あること、また正確に同一断面が比較できているかは不確かであるが、原情報の微小な凸部を除き良く一致

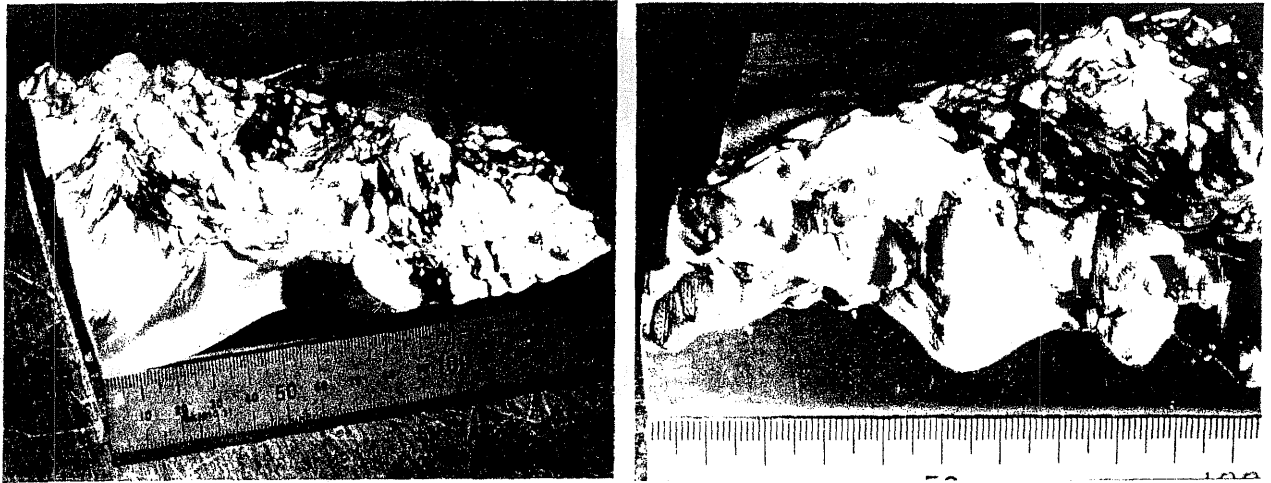


図12 加工された製品の写真

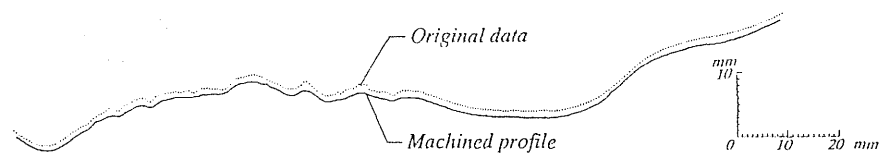


図13 原データと転写モデルとの形状比較

しているといえる。微小な凸部は製品金型では微小凹部であり、 $\phi 2.5$  の工具でも入り込めなかったと考えられる。またプロファイルの両端で左右位置のずれが見られるが、これは樹脂の収縮のためである。

## 6. 結 言

単純幾何形状としての表現が困難な自由曲面の加工を目的として、立体形状をセルで表現し相互相関関数を利用するオフセット計算を提案した。ここでは少ない計算機容量で必要な精度の計算結果を得るために、要素に中間値を与えて境界位置を補正することを試みた。計算結果のオフセット面は、量子化誤差による段差が減少し、自由曲面製品に要求される滑らかさが得られるとともに、形状によっては十分な精度とは言えないものの、精度誤差は $1/2 \sim 1/6$ に減少した。

製品固定治具と工具、工具ホルダなどの干渉は粗いセルによる計算で充分であり、また昨今の計算機能力、容量の増大に伴い高精度なオフセット計算が可能となることから、本手法の利用価値が高まりつつあると考える。

終わりに、本研究の一部は財団法人天田金属加工機械技術財団から研究開発助成を受けてなされたものであることを付記し、心から深甚なる謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 呂 恒正, 三好隆志, 斎藤勝政: P-map 形状モデリング方式による CAD/CAMシステムに関する研究, 精密工学会誌, 56, 8 (1990) 1411.
- 2) 倉賀野哲造, 佐々木伸夫, 菊池 敦: 意匠的に特徴ある自由形状の設計およびその工具経路自動生成システムの開発, 精密工学会誌, 55, 12 (1989) 2169.
- 3) 近藤 司, 岸浪建史, 斎藤勝政: 逆オフセット法を基にした形状加工処理, 精密工学会誌, 54, 5 (1988) 971.
- 4) 中村 隆, 船橋鈺一, 藤本英雄, 山崎文人, 長谷川功: 相互相関関数による工具オフセット計算とレリーフ模型の作成, 精密工学会誌, 59, 11 (1993) 1809.
- 5) 岸浪建史, 金井 理, 新庄博之, 中原博史, 斎藤勝政: Voxel 表現法の機械加工シミュレータへの応用, 精密工学会誌, 55, 1 (1989) 105.
- 6) 肥田安雄, 中村 隆, 船橋鈺一: 相互相関・畳込みによる形状加工の研究, 1990年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, (1990) 519.
- 7) C. L. Jackins and S. L. Tanimoto: Oct-trees and Their Uses in Representing Three-dimensional Objects, Computer Graphics and Image Processing, 14, 3 (1980) 249.
- 8) 志知龍一, 山本明彦: 中部・近畿全域の超精密重力図の作成及びデータベース化, 平成3年度科研費(一般研究C)成果報告書(課題番号01540331)
- 9) 山崎文人, 山岡耕春, 中村 隆, 長谷川功: ブーゲー異常分布のレリーフ模型, 地震学会講演予稿集, No2(1992) 323