FMSの加工順序の最適化
多目的スケジュールの一解法

早勢 実* 野中 慎一** 森 慎吾***

1. 緒言

最近使われている板金FMSを調べてみると、数台の自動加工機械が直列に配置されていて、ワーク(仕事、ジョブ、製品)が、**図1**のように、加工機械をM1→M2→…→Mmのように流れるのが基本的な構成になっていると思われる。そこで、その基本的な構成である**図1**のような板金加工ラインで、n種の仕事を処理する場合、そのラインを有効に活用するには、n種の仕事の最適スケジューリングを求めることが必要である。

具体的には、各機械の加工処理時間がジョブによって異なるため、与えられたn個のジョブをどのような順番で加工するのが最適であるかを求めることが必要となる。

そこで、本研究では、このようなm機械n仕事の最適スケジュールを簡便に求める方法を提案する。なお、ここで取り扱う問題は、生産管理のことばでいえば、FMSのフローショップ・スケジューリング問題ということになる。フローショップとはn個のどのジョブも、**図1**に示すように、はじめ機械M1にかかり、M2、M3の順に流れるような生産形式を呼んでいる。

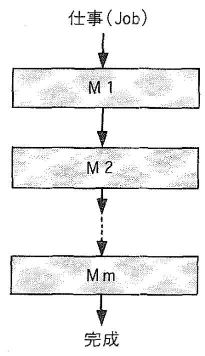


図1 FMSの機械配置

2. 評価尺度

n個のジョブをどのような順序(スケジュール)で加工するのが最もよいかは、生産現場の意志決定者の評価尺度に依存する。評価尺度としては"仕事の完了時間"に関するものと"納期"に関するものが主として用いられる。完了時間でよく用いられるのは、最大完了時間の評価尺度である。全ジョブが完了する時間をcmaxで表し、これが最小になるようなスケジュールを採用する方法である。

納期に関してよく用いられるのは、最大納期遅れの尺度である。受注生産では納期がつきまとう。納期遅れの最もひどいもの(最大納期遅れと呼びlmaxで表す)を問題にし、それが最小になるようなスケジュールを採用する考え方である。

最大完了時間(cmax)を最小にする最適スケジュールは2機械の場合はJohonson法で求めることができるが、3機械以上になると、基本的には全スケジュールを求め、その中からcmax最小なものを選ばねばならない。しかし全スケジュールを求めるということはn個のジョブの順列を求めるということであり、その個数はn!個である。一個の順列を計算するために16ビットパソコンで0.002秒(ワークステーションは0.0005秒)かかるとするとジョブ数が10の場合10!の計算に

表1　n!と必要な計算時間
（16ビットパソコン使用）

n	n!	時間
9	3.63×10^5	0.2
10	3.63×10^6	2
11	3.99×10^7	20
12	4.79×10^8	266

表2　2機械－3製品の
処理時間と納期

	J1	J2	J3
M1	3	5	4
M2	1	2	6
納期	5	8	12

2時間、ジョブ数が11で20時間、ジョブ数が12になると、12！の計算に、なんと266時間もかかることになる(**表1**)。 ジョブ数が増えるとその順列を全部計算し、そのなかからcmax最小のスケジュールを求めるということは計算技術上不可能なことなのである。そのため、機械が3台以上の場合のcmax計算には何らかの近似計算が必要となる。

評価尺度として、最大納期遅れlmaxだけを採用する場合のスケジュールは、納期の早いものから順番に加工するのが最適であることは容易に示すことができる。

本研究では、評価尺度が1個ではなく、2個の場合のスケジューリングを取り扱う。評価尺度が2個以上のスケジューリングは多目的スケジュール問題と呼ばれている。本研究では、加工完了時間も短く、納期遅れも小さくなるような“2目的”スケジューリング問題の簡便な計算法を示す。

3.　cmaxとlmaxの座標表示と非劣スケジュール

簡単のために、2機械－3製品(ジョブ)の場合を考える。各ジョブの納期と各機械での処理時間は**表2**のように与えられているものとする。n＝3であるので、全順列(全スケジュール数)は3！すなわち6個である。**図2**に、6個のスケジュールのガントチャートを示す。図中に各スケジュールのcmax、lmaxが示されている。**図3**は、各スケジュールのcmaxとlmaxを、直角座標上に、横軸にcmax、縦軸にlmaxをとって示したものである。

どのようなスケジュールがよいかを考える場合、「cmaxもlmaxもできるだけ小さいほうがよい」と思うのが普通である。図中◎印で示した2つのスケジュールは、そのように思う意志決定者が採用するかも知れないスケジュールである。それに対して○印はcmax、lmaxのどちらも◎印のどれかに対して劣っているもので意志決定者は絶対に採用しないスケジュールである。◎印の特長は座標上、自分の左下に他のスケジュールがないことである。このようなスケジュールは「非劣スケジュール」、「非劣解」、「有効なスケジュール」などと呼ばれている。

4.　2目的スケジューリングの評価関数

非劣スケジュールの中のどれを採用するかは意志決定者の“評価関数”によって決まる。それは人によって異なったものである。ここでは、先の2目的スケジューリングの場合の評価関数として、cmaxとlmaxをそれぞれ2乗し、重みをかけて加えた次のような2次形式評価関数を採用する。

$h = W1 * (cmax)^2 + W2 * (lmax)^2$

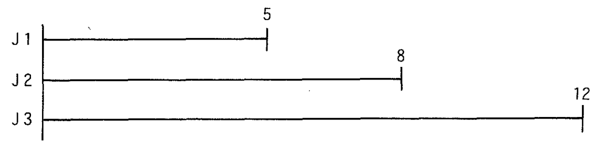
図4にこの評価関数のh一定の等高線を示す。cmaxを重視する場合は$w1>w2$とするので等高線は(a)図のようになる。一方lmaxを重視する場合は$w1<w2$で等高線は(b)図のようになる。

いま、意志決定者が**図5**の等高線で示される評価関数を採用したとしよう。その上に**図3**の非劣スケジュール（◎印）をプロットする。図より、採用した評価関数を最小にするのは下のスケジュール(J3→J1→J2)であることがわかる。

上のスケジュール(J3→J2→J1)は、下に較べcmaxは小さいが、lmaxが大きいので、評価関数が大きくなり採用しないことになる。

いま、納期の早い順に並べた(J1→J2→J3)を“基準スケジュール”とよぶことにする。そうす

◎各製品の納期



◎各組み合わせ

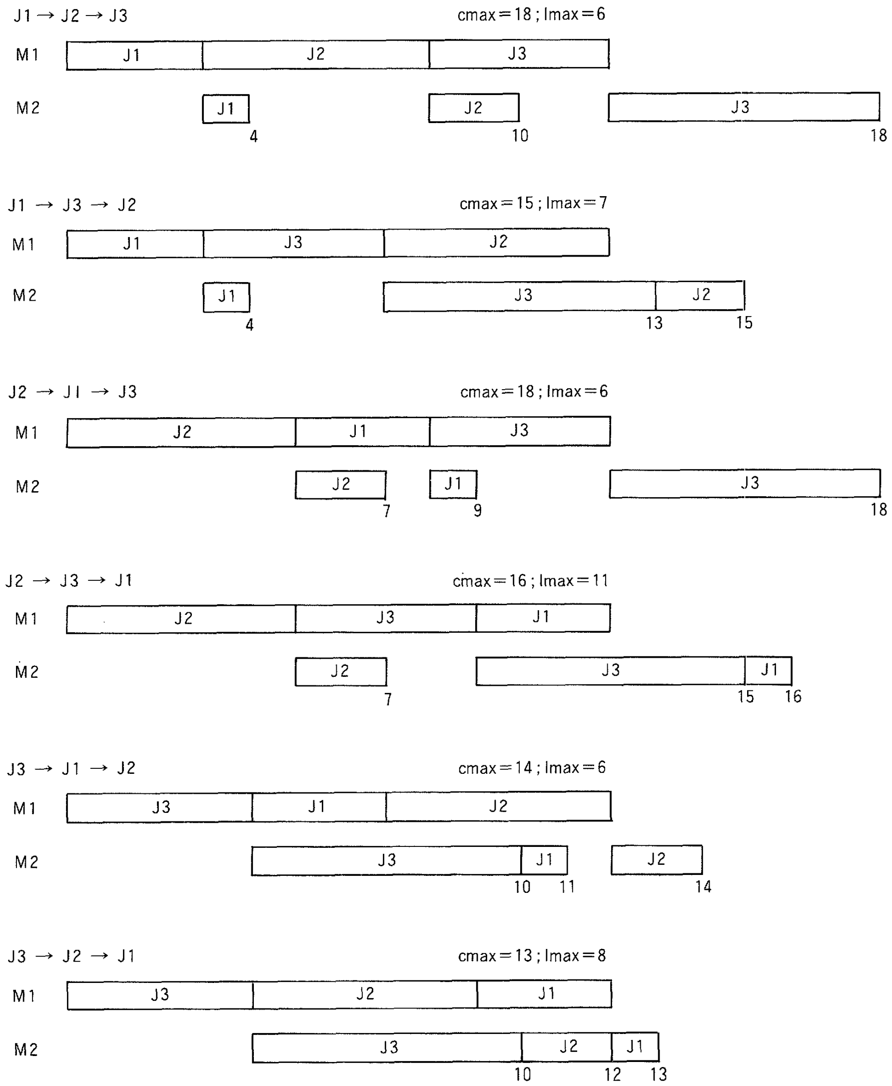


図2　2機械－3製品のガントチャート

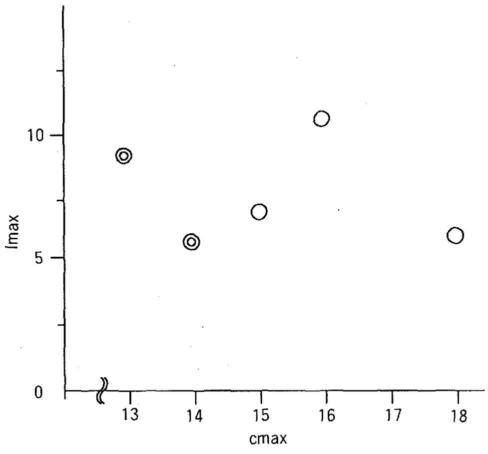


図3　cmax, lmaxの配置図

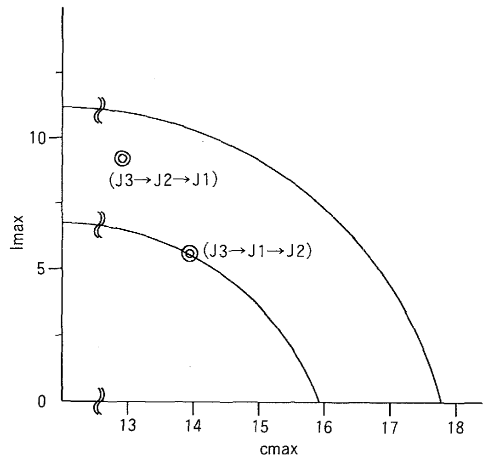
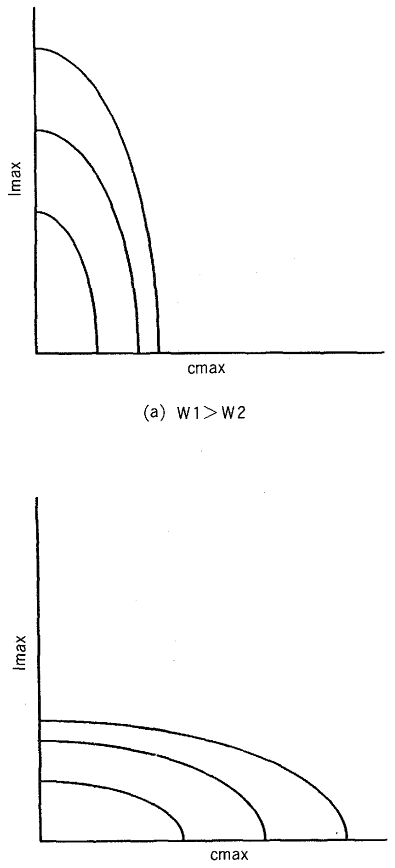


図5　2機械3製品の非劣スケジュールと評価関数の等高線



(a) W1>W2

(b) W1<W2

図4　評価関数の等高線

表3　処理時間と納期（3機械－5製品）

	J1	J2	J3	J4	J5
M1	55	47	48	51	53
M2	48	48	50	48	51
M3	45	56	49	45	52
納期	160	210	260	320	360

ると、**図5**の下の◎印(J3 → J1 → J2)ではJ1とJ2が基準スケジュールよりそれぞれ一つ遅れていることがわかる。それに対して上の◎印(J3 → J2 → J1)では、J1が基準より2つ遅れていることがわかる。基準スケジュールよりの遅れを“順位遅れ”と呼ぼう。順位が最大どれだけ遅れたものが含まれているかによって全スケジュールが分類され、それを利用すると、簡便に評価関数を最小にするスケジュールが得られることを以下に示そう。

5．最大順位遅れによるスケジュールの分類

3機械－5製品の場合を考察しよう。処理時間と納期は**表3**のように与えられるものとする。（中小企業大学校が収集した板金加工のデータを利用）スケジュールは5！＝120通りある。各スケジュールはcmaxとlmaxを持っているが、それをcmax－lmax平面にプロットしたものが**図6**である。

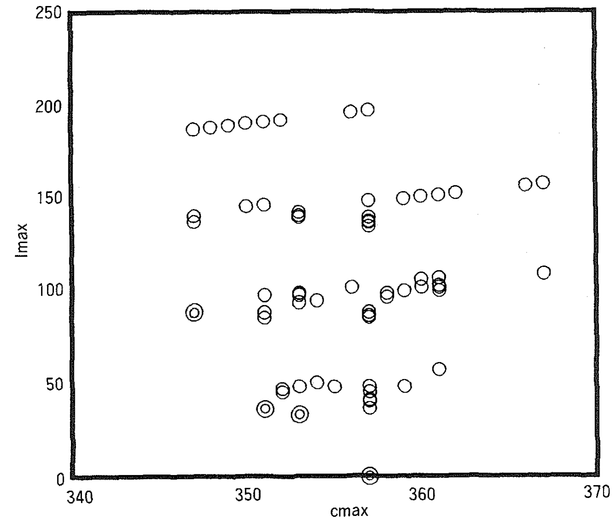


図6　3機械－5製品の全スケジュールの配置図

図より、120通りのスケジュールは、5グループに分かれていることがわかる。

納期の早いものから並べた基準スケジュールは(J1 → J2 → J3 → J4 → J5) である。そうすると、**図6**の一番上のグループは、その中のどのスケジュールも基準からの遅れが4であるものを必ず含んでいることがいえる。基準から4遅れるスケジュールは J1 が最後にきたものしかない。それは、たとえば (J2 → J3 → J4 → J5 → J1) のような (* → * → * → * → J1) のパターンのもので、全部で4！＝24通りである。このグループをG(4)グループと呼ぼう。

次に、上から2番目のグループを見る。そうするとそのグループのスケジュールは基準から3遅れたものを必ず含んでおり、3以上遅れたものは含まれていないことがわかる。たとえば(J2 → J3 → J4 → J1 → J5) では J1 が、(JI → J3 → J4 → J5 → J2) では J2 が基準から3遅れている。このグループは (* → * → * → J1 → *) か (* → * → * → * → J2) のパターンの集まりである。これをG(3)のグループと呼ぼう。上から3番めのグループは基準からの最大遅れが2のものを必ず含むものの集合である。たとえば、(J3 → J2 → J1 → J4 → J5) では J1 が (J1 → J2 → J3 → J4 → J3) では J3 が基準より2遅れておりそれより遅れたものは含まれていない。従ってこれらはこのグループに属する。このグループを G(2) とする。上から4番目のグループは基準から最大遅れが1のものを必ず含むスケジュールの集合であり、(J3 → J1 → J2 → J4 → J5)、(J1 → J2 → J4 → J3 → J5) などはこのグループに属する。これを G(1) とする。一番下の横軸上の○印は基準スケジュールである。これは順位遅れがゼロであるから G(0) で表す。**図7**に以上のグループ分けを示す。

以上の分類と図の考察より次のことがいえる。

〔1〕各グループのスケジュールは右上がりの直線上の近辺に配置されている。

〔2〕各グループの左下にあって、そのグループの中で、グループ内の他のスケジュールと比較すると非劣解であるものを上から順に　J。(4)、J。(3)、J。(2)、J。(1)、J。(0)で表そう。この例では、J。(4)には□印が一個しかないように見えるが、一個の□印のところに cmax、lmax が同値な2個以上のスケジュールが有り得ることに注意を要する。

J。(3)、J。(2)、J。(1)には●、△、○印がそれぞれ2個以上あることがわかる。

〔3〕各グループの左下の　J。(4)、J。(3)、J。(2)、J。(1)、J。(0)はそのグループを代表するものである。

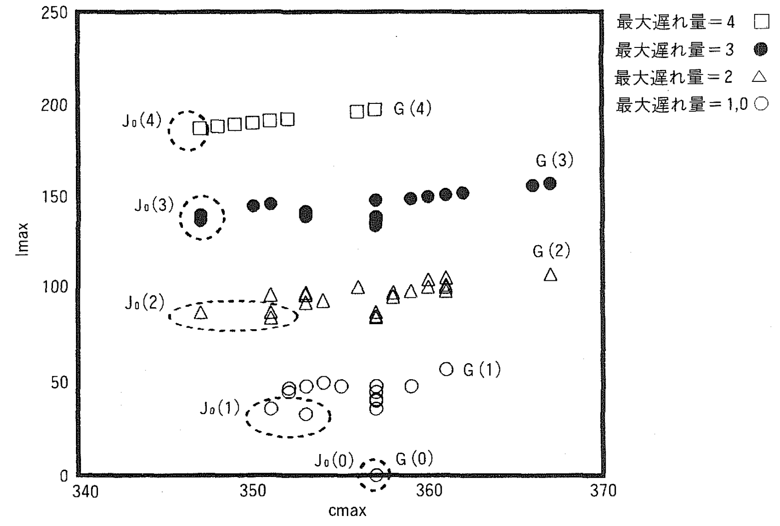


図7　データの分類図

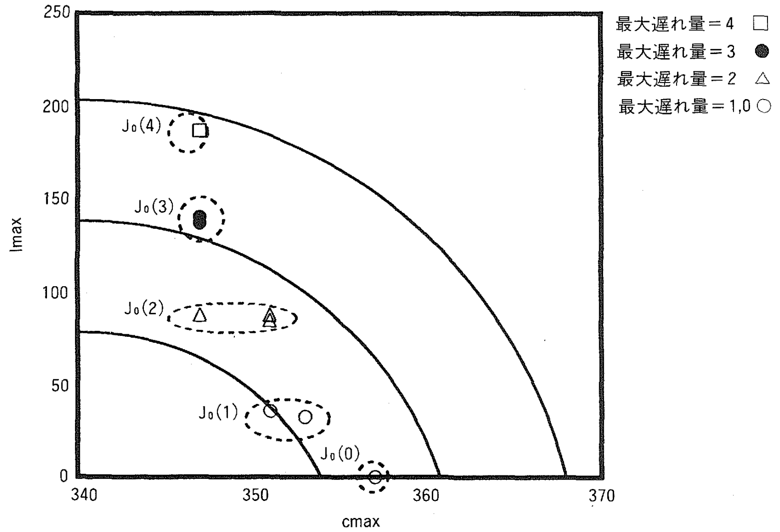


図8　評価関数の使用

〔4〕この例では　J。(4)、J。(3)は　J。(2)、J。(1)に較べ、lmaxが大きいにもかかわらず、cmaxはそれほど小さくなっていない。

これより、以下のような、現実的なスケジュールの計算法が提案される。

6.　最適スケジュールの近似計算

J。(4)、J。(3)、J。(2)、J。(1)が上記のようなものであり、意志決定者の評価関数が**図8**のような等高線で示されたとする。図より明らかなように、この場合、評価関数が最小になるスケジュールはJ。(1)の中にある。従って、この例のような場合は、「J。(4)、J。(3)、J。(2)を求める必要はない。J。(1)だけを求めればよい」ことがわかる。J。(1)を求めるだけでよいということは、基準スケジュールより最大遅れが1の順列だけを求めれ

ばよいことを意味しており、120通り全部計算する場合に較べ計算時間が大幅に短縮される。計算手順をまとめると次のようになる。

計算手順 (n＝5の場合)

Step 1　5個のジョブを納期の早い順に並べ、基準スケジュール(J1 → J2 → J3 → J4 → J5) をつくる。

Step 2　基準スケジュールより最大一つ順位が遅れているものを含むスケジュールを求める。すなわちG(1)を求める。

Step 3　G(1)の中から非劣スケジュール J_o(1) をとりだす。なお、G(0)は基準であるから J_o(0)は即座に求まる。

Step 4　J_o(1)、J_o(0)の中のスケジュールから評価関数最小のものをとりだす。これを最適スケジュールとして最終的に採用する。

ジョブ数をnとすると全組み合わせはn！である。それに対し、最大順位遅れが1のものの組み合わせは$3*2^{n-2}$通りである。

$n＝12$の場合、$3*2^{12-2}=3.072*10^3$

となる。一つの順列計算に0.002秒かかるとすると、全組み合わせの計算に266時間かかるのに対し、G(1)の計算は6秒で済むことになる。

7. 仕事と評価関数の傾向について

一つの板金加工ライン(FMS)で日常的に処理される仕事の種類は大体決まったもので、仕事の納期や各機械での処理時間には一定の傾向があるものと思われる。また、意志決定者の評価関数にも一つの傾向があるものと思われる。

いまA社とB社が3機械－5製品の仕事を受注するとする。A社の仕事と評価関数の傾向は**図9**(a)であるとしよう。A社の意志決定者は完了時間は多少犠牲にしても納期遅れを小さくする事に重点をおいているといえる。この場合、A社は J_o(1)、J_o(0)の中から、実行するスケジュールを探しているといえる。従って、A社の日常的なスケジュールの決定法をソフト化する場合は、基準より1つ遅れのG(1)のグループだけを計算し、その中から J_o(1)を求め、J_o(1)と J_o(0)の中

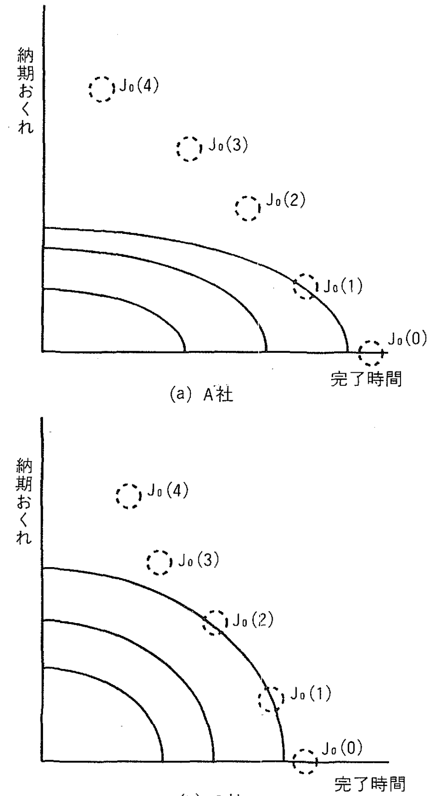


図9　仕事と評価関数の傾向

から、実行する一つのスケジュールを求めるソフトを準備しておけばよいことになる。

それに対してB社では、A社よりも完了時間を重視する傾向があり、評価関数は**図9**(b)のようなものとする。この場合、B社は J_o(1)、J_o(0)だけでなく J_o(2)も考慮していることになる。従って、B社には、G(2)とG(1)のグループを計算し、J_o(2)、J_o(1)、J_o(0)の中から、実行スケジュールを求めるソフトを準備しておけばよいことになる。

仕事の傾向や意志決定者の評価関数の傾向がわかったら、全部のスケジュールをいちいち計算する必要はなく、部分的なスケジュールを計算すればよいことになり、計算時間が著しく短縮される。一度そのようなソフトを作っておけば、生産ラインに新しい仕事が入ってきた場合でも、従来の現場作業員に代わって、そのソフトを使って迅速に対応ができる。

8. 結言

2目的スケジューリング問題を分析し近似解法を述べた。本研究のような結果が得られたのは、2目的の一方が納期で、それを、早いもの順に並べることを基準にしたからであると思われる。これは実際の生産現場の作業員が、多くの場合納期を優先にスケジューリングを行っていることとも合致するものである。本研究は、そのような現場のエキスパートの経験や勘に理論的な根拠を与えると同時に、エキスパートの作業を代行すると思われる近似計算ソフトの作り方を述べた。

2目的スケジューリングで、納期を評価尺度としない場合でも、本研究のようにグループ分けができて、計算が簡単になり、近似ソフトの製作が可能か否かは今後の課題である。実際の生産現場では、3目的以上の多目的スケジューリングも作業員によって実行されているであろう。それらのソフト化はどのような考えでなすべきかも今後の課題である。

謝辞

本研究の推進に際していろいろ有益なご助言を賜った（株）アムテック　住田徳蔵氏に心から感謝の意を表します。

参考文献

1) 西田　俊夫：スケジューリングとは、Basic 数学、第22巻9号、1989、現代数学社、4－8

2) 益田 照雄：スケジューリングの難しさ、同上、9－15

3)石井 博昭：スケジューリングの解法の考え方、同上、16-22

4) 多田　実：スケジューリングの現状、同上、23－27

5) 橋本 文雄、東本 睦美：コンピュータによる自動生産システム、I、II、共立出版株式会社、1987

6) 依田　浩：工学系のためのOR、朝倉書店、1987

7) 住田 徳蔵、早勢 実、林 和男：パソコンによる生産管理、中小企業診断士養成課程、昭和62年度講義資料、中小企業大学校

8) 野中 慎一：多目的スケジューリング問題の研究、東京農工大学修士論文、1991

（原稿受付日／9月26日　＊東京農工大学工学部機械システム工学科教授　＊＊シチズン時計株式会社第5研究開発部　＊＊＊東京農工大学工学部機械システム工学科助手）